

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

7.1/1. Рецепт пирога: 1 стакан сахара 1,5 стакана муки 4 яйца 300 г яблок Зная, что 1 стакан — это 250 мл, плотность муки равна 640 г/л, а сахара — 800 г/л, и то что одно яйцо весит в среднем 65 г, а масса скорлупы составляет 10%, найдите массу пирога. Ответ укажите в граммах.

Ответ: 974.

7.1/2. 1 стакан сахара 1 стакан муки 4 яйца 400 г яблок Зная, что 1 стакан — это 250 мл, плотность муки равна 640 г/л, а сахара — 800 г/л, что одно яйцо весит в среднем 65 г, найдите массу пирога. Учтите, что в печке пирог потерял 10% своей массы. Ответ укажите в граммах.

Ответ: 918.

7.2/1. Школьники бегали на время 4 км. Вася пробежал всю дистанцию со скоростью 10 км/ч, а Женя первую половину дистанции со скоростью 20 км/ч, а вторую шел со скоростью 5 км/ч. Кто из них финишировал вторым? В ответе укажите его среднюю скорость в км/ч.

Ответ: 8.

7.2/2. Школьники бегали на время 4 км. Вася пробежал всю дистанцию со скоростью 10 км/ч, а Женя первую половину дистанции со скоростью 20 км/ч, а вторую шел со скоростью 5 км/ч. Кто из них финишировал первым? В ответе укажите его среднюю скорость в км/ч.

Ответ: 10.

7.3/1. Девочка положила в ведро с водой деревянный шарик, и вода в нем поднялась на 1 см. На сколько поднялся бы уровень воды, если бы это был железный шарик? Плотность дерева равна 560 кг/м³, а плотность железа — 7800 кг/м³. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.

Ответ: 1.8.

7.3/2. Девочка положила в ведро с водой деревянный шарик, и вода в нем поднялась на 2 см. На сколько поднялся бы уровень воды, если бы это был железный шарик? Плотность дерева равна 560 кг/м³, а плотность железа — 7800 кг/м³. Ответ выразите в сантиметрах и округлите до десятых.

Ответ: 3.6.

7.4/1. На стене висит конструкция из пружин и блоков (см. рисунок, все пружины одинаковые). Если перевернуть ее вверх ногами, то она станет длиннее на 6,8 см. Найдите чему равна жесткость пружин (в Н/см).

Ответ: 2.5.

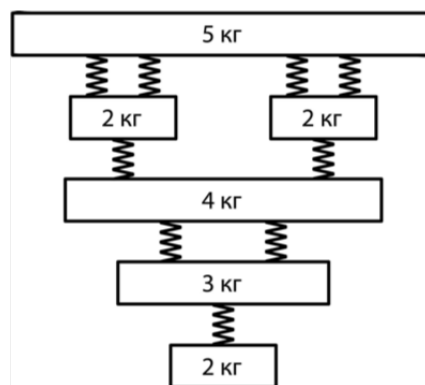


Рис. к задаче 7.4.

7.4/2. На стене висит конструкция из пружин и блоков (см. рисунок, все пружины одинаковые). Если перевернуть ее вверх ногами, то она станет длиннее на 17 см. Найдите чему равна жесткость пружин (в Н/см).

Ответ: 1.

7.5/1. В воде плавает пирамида из деревянных кубиков. Основание пирамиды — квадрат со стороной из 5 кубиков, а слои выше, соответственно, со стороной из 4, 3, 2 и 1. На какую высоту пирамида выступает над водой? Плотность дерева взять 560 кг/м³. В пирамиде нет пустот, сторона кубика равна 4 см. Ответ выразите в см, округлив до сотых.

Ответ: 14.55.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

7.5/2. В воде плавает пирамида из деревянных кубиков. Основание пирамиды — квадрат со стороной из 5 кубиков, а слои выше, соответственно, со стороной из 4, 3, 2 и 1. На какую высоту пирамида погружена в воду? Плотность дерева взять 560 кг/м^3 . В пирамиде нет пустот, сторона кубика равна 4 см. Ответ выразите в см, округлив до сотых.

Ответ: 5.45.

7.6/1. Лена живет в доме на берегу речки. А на другом берегу, прямо напротив дома и на том же расстоянии от речки, стоит палатка. Лена добежала до речки за 2 минуты, переплыла ее, и побежала к палатке, но при этом заметила, что течением ее снесло на 200 м. Когда она возвращалась, то придумала как сможет быстрее попасть домой и вернулась на 1 минуту раньше. Найдите как далеко от дома течет речка. Ответ приведите в м, округлив до целых.

Ответ: 78.

7.6/2. Лена живет в доме на берегу речки. А на другом берегу, прямо напротив дома и на том же расстоянии от речки, стоит палатка. Лена добежала до речки за 2 минуты, переплыла ее, и побежала к палатке, но при этом заметила, что течением ее снесло на 100 м. Когда она возвращалась, то придумала как сможет быстрее попасть домой и вернулась на 1 минуту раньше. Найдите как далеко от дома течет речка. Ответ приведите в м, округлив до целых.

Ответ: 39.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

9.1. По столу длиной 2 м катилась матрешка. Внешний диаметр большой куклы равен 7,5 см, а каждой следующей в 1,5 раза меньше. Толщина стенок у всех 0,5 см. Сколько полных оборотов совершила самая маленькая матрешка, если считать, что движение проходило без скольжения?

Ответ: 13.

9.2/1. Полуокруг радиуса 10 см и массой 5 кг лежит на столе, его тянут с постоянной скоростью за две пружинки, прикрепленные к углам полуокруга (см. рисунок). Коэффициент трения между столом и полуокругом равен 0,3, а жесткость пружин равна 60 Н/м. Чему равна длина расслабленных пружин, если известно, что при движении они растянулись в 2 раза? Ответ выразите в см и округлите до целых.

Ответ: 13.

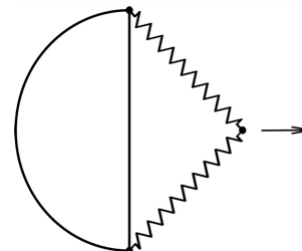


Рис. к задаче 9.2.

9.2/2. Полуокруг радиуса 10 см и массой 5 кг лежит на столе, его тянут с постоянной скоростью за две пружинки, прикрепленные к углам полуокруга (см. рисунок). Коэффициент трения между столом и полуокругом равен 0,3, а жесткость пружин равна 60 Н/м. Чему равна длина расслабленных пружин, если известно, что при движении они растянулись в 3 раза? Ответ выразите в см и округлите до целых.

Ответ: 7.

9.3/1. В стальную кастрюлю массой 3,2 кг налили 2 л воды и довели до кипения, после этого до краев наполнили холодной водой из под крана при температуре 20 °С. До какой температуры остынет кастрюля в этом случае? Известно, что если сначала слить горячую воду, а потом полностью заполнить кастрюлю холодной водой, то установится температура в 22 °С. Ответ приведите в градусах Цельсия, округлив до целых. Теплоемкость стали равна 500 Дж/кг·К.

Ответ: 33.

9.3/2. В стальную кастрюлю массой 3,2 кг налили 2 л воды и довели до кипения, после этого до краев наполнили холодной водой из под крана при температуре 20 °С. До какой температуры остынет кастрюля в этом случае? Известно, что если сначала слить горячую воду, а потом полностью заполнить кастрюлю холодной водой, то установится температура в 32 °С. Ответ приведите в градусах Цельсия, округлив до целых. Теплоемкость стали равна 500 Дж/кг·К.

Ответ: 95.

9.4/1. К стене с помощью двух нерастяжимых веревок прижата квадратная доска (см. рисунок). Во сколько раз сила натяжения верхней веревки больше нижней? Коэффициент трения между стенкой и доской равен 0,5.

Ответ: 7.

9.4/2. К стене с помощью двух нерастяжимых веревок прижата квадратная доска (см. рисунок). Во сколько раз сила натяжения верхней веревки больше нижней? Коэффициент трения между стенкой и доской равен 0,8.

Ответ: 19.

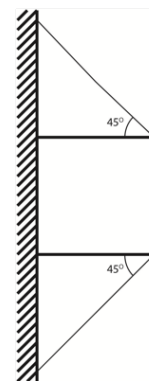


Рис. к задаче 9.4.

9.5/1. На рисунке изображена система блоков. Левый блок сидит на рельсах и может перемещаться только в горизонтальном направлении, а правый не закреплен. На какую высоту поднимется левый брусок, если вернуть левый блок в положение, в котором пружина расслаблена? Масса блоков равна 0,5 кг, жесткость пружины равна 30 Н/м. Ответ выразите в см и округлите до целых.

Ответ: 39.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

9.5/2. На рисунке изображена система блоков. Левый блок сидит на рельсах и может перемещаться только в горизонтальном направлении, а правый не закреплен. На какую высоту поднимется левый брусок, если вернуть левый блок в положение, в котором пружина расслаблена? Масса блоков равна 0,5 кг, жесткость пружины равна 60 Н/м. Ответ выразите в см.

Ответ: 20.

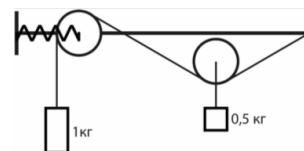


Рис. к задаче 9.5.

9.6/1. Чему равно сопротивление между точками А и С, если сопротивление между точками В и D равно 2 Ом? Все резисторы одинаковые. Ответ выразите в Ом, округлив до десятых.

Ответ: 5.

9.6/2. Чему равно сопротивление между точками С и D, если сопротивление между точками В и D равно 8 Ом? Все резисторы одинаковые. Ответ выразите в Ом, округлив до десятых.

Ответ: 15.

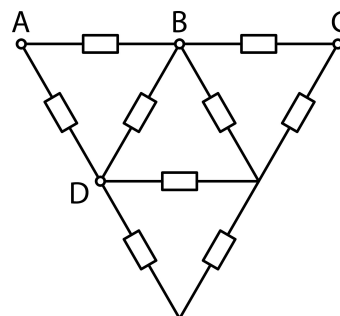
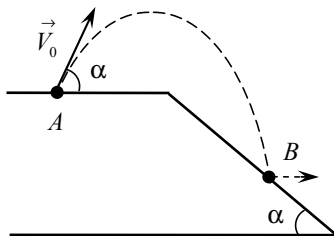


Рис. к задаче 9.6.

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.1/1. Мяч бросают из точки A под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В точке B , лежащей на нисходящем участке траектории, мяч падает на плоскость, наклонённую к горизонту под тем же углом α . В результате абсолютно упругого удара мяч отскакивает от плоскости в горизонтальном направлении. Найдите начальную скорость мяча V_0 . Точка B лежит на высоте $h = 3,1$ м ниже точки A ; ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ выразите в м/с и округлите до десятых.



Возможное решение

Пусть \vec{V} — скорость мяча перед ударом о наклонную плоскость. При абсолютно упругом ударе мяч отражается от плоскости зеркально. Учитывая, что скорость мяча сразу после удара направлена горизонтально, из простых геометрических соображений получаем, что вектор \vec{V} образует с горизонтом угол $\beta = 2\alpha = 60^\circ$. Обозначим через t время движения мяча из точки A в точку B . Тогда

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g}t$$

Угол между векторами \vec{V} и \vec{V}_0 равен $\alpha + \beta = 3\alpha = 90^\circ$. Таким образом, векторы \vec{V} , \vec{V}_0 и $\vec{g}t$ образуют прямоугольный треугольник с углом α , лежащим против стороны \vec{V}_0 . Отсюда находим связь V и V_0 :

$$V = V_0 \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3} V_0$$

Далее воспользуемся законом сохранения энергии. Обозначив массу мяча через m , имеем:

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} + mgh \quad \longrightarrow \quad V^2 = V_0^2 + 2gh$$

Подставляя сюда $V = \sqrt{3} V_0$, находим начальную скорость мяча:

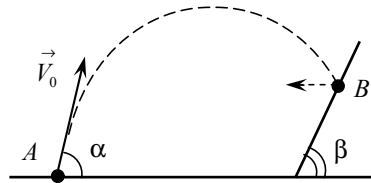
$$3V_0^2 = V_0^2 + 2gh \quad \longrightarrow \quad V_0 = \sqrt{gh} = 5,6 \text{ м/с}$$

Ответ:

$$V_0 = \sqrt{gh} = 5,6 \text{ м/с}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.1/2. Мяч бросают из точки A под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В точке B , лежащей на нисходящем участке траектории, мяч падает на плоскость, наклонённую к горизонту под углом $\beta = (\alpha + 90^\circ)/2$. В результате абсолютно упругого удара мяч отскакивает от плоскости в горизонтальном направлении. Найдите начальную скорость мяча V_0 . Точка B лежит на высоте $h = 1,9$ м над точкой A ; ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ выразите в м/с и округлите до десятых.



Возможное решение

Пусть \vec{V} — скорость мяча перед ударом о наклонную плоскость. При абсолютно упругом ударе мяч отражается от плоскости зеркально. Учитывая, что скорость мяча сразу после удара направлена горизонтально, из простых геометрических соображений получаем, что вектор \vec{V} образует с горизонтом угол $\gamma = 180^\circ - 2\beta = 90^\circ - \alpha = 30^\circ$. Обозначим через t время движения мяча из точки A в точку B . Тогда

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g}t$$

Угол между векторами \vec{V} и \vec{V}_0 равен $\alpha + \gamma = 90^\circ$. Таким образом, векторы \vec{V} , \vec{V}_0 и $\vec{g}t$ образуют прямоугольный треугольник с углом α , лежащим против стороны \vec{V}_0 . Отсюда находим связь V и V_0 :

$$V = V_0 \operatorname{ctg} \alpha = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$$

Далее воспользуемся законом сохранения энергии. Обозначив массу мяча через m , имеем:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgh \quad \longrightarrow \quad V_0^2 = V^2 + 2gh$$

Подставляя сюда $V = V_0/\sqrt{3}$, находим начальную скорость мяча:

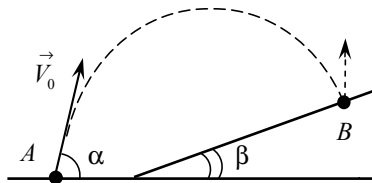
$$V_0^2 = \frac{V_0^2}{3} + 2gh \quad \longrightarrow \quad V_0 = \sqrt{3gh} = 7,6 \text{ м/с}$$

Ответ:

$$V_0 = \sqrt{3gh} = 7,6 \text{ м/с}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.1/3. Мяч бросают из точки A под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту со скоростью $V_0 = 12$ м/с. В точке B , лежащей на нисходящем участке траектории, мяч падает на плоскость, наклонённую к горизонту под углом $\beta = \alpha/2$. В результате абсолютно упругого удара мяч отскакивает от плоскости вертикально вверх. Найдите высоту h точки B над точкой A . Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ выразите в метрах.



Возможное решение

Пусть \vec{V} — скорость мяча перед ударом о наклонную плоскость. При абсолютно упругом ударе мяч отражается от плоскости зеркально. Учитывая, что скорость мяча сразу после удара направлена вертикально вверх, из простых геометрических соображений получаем, что вектор \vec{V} образует с горизонтом угол $\gamma = 90^\circ - 2\beta = 90^\circ - \alpha$. Обозначим через t время движения мяча из точки A в точку B . Тогда

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g}t$$

Угол между векторами \vec{V} и \vec{V}_0 равен $\alpha + \gamma = 90^\circ$. Таким образом, векторы \vec{V} , \vec{V}_0 и $\vec{g}t$ образуют прямоугольный треугольник с углом α , лежащим против стороны \vec{V}_0 . Отсюда находим связь V и V_0 :

$$V = V_0 \operatorname{ctg} \alpha = V_0 \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$$

Далее воспользуемся законом сохранения энергии. Обозначив массу мяча через m , имеем:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgh \quad \longrightarrow \quad V_0^2 = V^2 + 2gh$$

Подставляя сюда $V = V_0/\sqrt{3}$, находим высоту h :

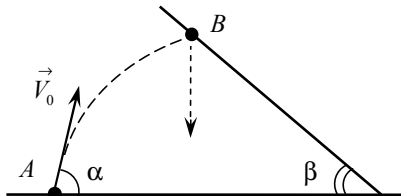
$$V_0^2 = \frac{V_0^2}{3} + 2gh \quad \longrightarrow \quad h = \frac{V_0^2}{3g} = 4,8 \text{ м}$$

Ответ:

$$h = \frac{V_0^2}{3g} = 4,8 \text{ м}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.1/4. Мяч бросают из точки A под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту со скоростью $V_0 = 13,1$ м/с. В точке B , лежащей на восходящем участке траектории, мяч сталкивается с плоскостью, наклонённой к горизонту под углом $\beta = 30^\circ$. В результате абсолютно упругого удара мяч отскакивает от плоскости вертикально вниз. Найдите высоту h точки B над точкой A . Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ выразите в метрах.



Возможное решение

Пусть \vec{V} — скорость мяча перед ударом о наклонную плоскость. При абсолютно упругом ударе мяч отражается от плоскости зеркально. Учитывая, что скорость мяча сразу после удара направлена вертикально вниз, из простых геометрических соображений получаем, что вектор \vec{V} образует с горизонтом угол $90^\circ - 2\beta = 30^\circ$. Обозначим через t время движения мяча из точки A в точку B . Тогда

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g}t$$

Входящие сюда векторы образуют равнобедренный треугольник — углы, прилегающие к стороне V_0 , равны 30° . Отсюда находим связь V и V_0 :

$$V_0 = 2V \cos 30^\circ = \sqrt{3}V \quad \longrightarrow \quad V = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$$

Далее воспользуемся законом сохранения энергии. Обозначив массу мяча через m , имеем:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgh \quad \longrightarrow \quad V_0^2 = V^2 + 2gh$$

Подставляя сюда $V = V_0/\sqrt{3}$, находим высоту h :

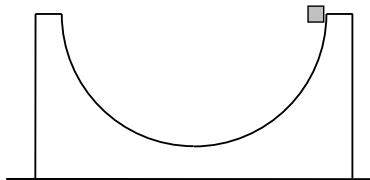
$$V_0^2 = \frac{V_0^2}{3} + 2gh \quad \longrightarrow \quad h = \frac{V_0^2}{3g} = 5,7 \text{ м}$$

Ответ:

$$h = \frac{V_0^2}{3g} = 5,7 \text{ м}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.2/1. С края полусферы массой $M = 2,5$ кг, стоящей на шероховатом горизонтальном столе, начинает соскальзывать маленький брусок массой $m = 40$ г. Найдите минимальное значение коэффициента трения μ между полусферой и столом, при котором полусфера будет оставаться неподвижной при движении бруска. Трение между бруском и полусферой не учитывайте; для упрощения считайте силу нормальной реакции, действующую на полусферу со стороны стола, постоянной и равной Mg . Ответ запишите в виде десятичной дроби.



Возможное решение

Рассмотрим движение бруска по неподвижной полусфере. Пусть брусок прошёл по поверхности полусферы дугу, которой соответствует центральный угол α . Вторым законом Ньютона, записанный в проекции на направление центростремительного ускорения, даёт:

$$\frac{mV^2}{R} = N_1 - mg \sin \alpha$$

V — скорость бруска, R — радиус полусферы, N_1 — сила нормальной реакции, действующая на брусок со стороны полусферы. Скорость бруска найдём из закона сохранения энергии. Принимая потенциальную энергию за нуль в начальном положении бруска, получаем:

$$0 = \frac{mV^2}{2} - mgR \sin \alpha \quad \longrightarrow \quad V^2 = 2gR \sin \alpha$$

Сила N_1 равна:

$$N_1 = mg \sin \alpha + \frac{mV^2}{R} = mg \sin \alpha + m \frac{2gR \sin \alpha}{R} = 3mg \sin \alpha$$

По третьему закону Ньютона сила N_1 равна силе давления бруска на полусферу. Горизонтальная составляющая силы давления компенсируется силой трения покоя F , действующей на полусферу со стороны стола:

$$F = N_1 \cos \alpha = 3mg \sin \alpha \cos \alpha = \frac{3mg \sin 2\alpha}{2}$$

Вертикальная составляющая силы давления и сила тяжести Mg определяют силу нормальной реакции N_2 , действующую на полусферу со стороны стола:

$$N_2 = Mg + N_1 \sin \alpha = Mg + 3mg \sin^2 \alpha$$

В силу неравенства $M \gg m$ вторым слагаемым можно пренебречь. В этом приближении

$$N_2 = Mg$$

Сила трения покоя удовлетворяет неравенству:

$$F \leq \mu N_2$$

Отсюда получаем:

$$\frac{3mg \sin 2\alpha}{2} \leq \mu Mg \quad \longrightarrow \quad \mu \geq \frac{3m \sin 2\alpha}{2M}$$

Для того чтобы это неравенство выполнялось при любом значении угла α , достаточно потребовать, чтобы оно выполнялось при $\sin 2\alpha = 1$. Тогда минимальное значение коэффициента трения, при котором полусфера будет оставаться неподвижной, равно:

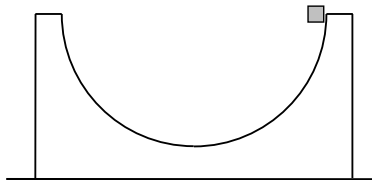
$$\mu = \frac{3m}{2M} = 0,024$$

Ответ:

$$\mu = \frac{3m}{2M} = 0,024$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.2/2. С края полусферы массой $M = 1,8$ кг, стоящей на шероховатом горизонтальном столе, начинает соскальзывать маленький брусок массой $m = 30$ г. Найдите минимальное значение коэффициента трения μ между полусферой и столом, при котором полусфера будет оставаться неподвижной при движении бруска. Трение между бруском и полусферой не учитывайте; для упрощения считайте силу нормальной реакции, действующую на полусферу со стороны стола, постоянной и равной Mg . Ответ запишите в виде десятичной дроби.



Возможное решение

Рассмотрим движение бруска по неподвижной полусфере. Пусть брусок прошёл по поверхности полусферы дугу, которой соответствует центральный угол α . Вторым законом Ньютона, записанный в проекции на направление центростремительного ускорения, даёт:

$$\frac{mV^2}{R} = N_1 - mg \sin \alpha$$

V — скорость бруска, R — радиус полусферы, N_1 — сила нормальной реакции, действующая на брусок со стороны полусферы. Скорость бруска найдём из закона сохранения энергии. Принимая потенциальную энергию за нуль в начальном положении бруска, получаем:

$$0 = \frac{mV^2}{2} - mgR \sin \alpha \quad \longrightarrow \quad V^2 = 2gR \sin \alpha$$

Сила N_1 равна:

$$N_1 = mg \sin \alpha + \frac{mV^2}{R} = mg \sin \alpha + m \frac{2gR \sin \alpha}{R} = 3mg \sin \alpha$$

По третьему закону Ньютона сила N_1 равна силе давления бруска на полусферу. Горизонтальная составляющая силы давления компенсируется силой трения покоя F , действующей на полусферу со стороны стола:

$$F = N_1 \cos \alpha = 3mg \sin \alpha \cos \alpha = \frac{3mg \sin 2\alpha}{2}$$

Вертикальная составляющая силы давления и сила тяжести Mg определяют силу нормальной реакции N_2 , действующую на полусферу со стороны стола:

$$N_2 = Mg + N_1 \sin \alpha = Mg + 3mg \sin^2 \alpha$$

В силу неравенства $M \gg m$ вторым слагаемым можно пренебречь. В этом приближении

$$N_2 = Mg$$

Сила трения покоя удовлетворяет неравенству:

$$F \leq \mu N_2$$

Отсюда получаем:

$$\frac{3mg \sin 2\alpha}{2} \leq \mu Mg \quad \longrightarrow \quad \mu \geq \frac{3m \sin 2\alpha}{2M}$$

Для того чтобы это неравенство выполнялось при любом значении угла α , достаточно потребовать, чтобы оно выполнялось при $\sin 2\alpha = 1$. Тогда минимальное значение коэффициента трения, при котором полусфера будет оставаться неподвижной, равно:

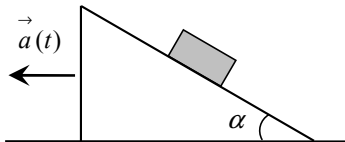
$$\mu = \frac{3m}{2M} = 0,025$$

Ответ:

$$\mu = \frac{3m}{2M} = 0,025$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.3/1. На клине, стоящем на горизонтальном столе, лежит брусок. Угол наклона клина $\alpha = \arctg(0,4)$, коэффициент трения между клином и бруском $\mu = 0,5$. Клин начинает двигаться с горизонтальным ускорением, зависящим от времени t по закону $a(t) = a_0 \cdot (t/t_0)$, где $a_0 = 1 \text{ м/с}^2$ и $t_0 = 7,2 \text{ с}$. Найдите, через какое время T брусок начнёт скользить по клину. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ выразите в секундах.



Возможное решение

Рассмотрим движение бруска вместе с клином до начала скольжения. На брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции \vec{N} и сила трения покоя \vec{F} . Вектор \vec{F} направлен вверх вдоль поверхности клина. Запишем второй закон Ньютона для бруска:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}$$

Проецируя это равенство на направления векторов \vec{F} и \vec{N} , получаем:

$$ma \cos \alpha = F - mg \sin \alpha \quad \longrightarrow \quad F = m(g \sin \alpha + a \cos \alpha)$$

$$-ma \sin \alpha = N - mg \cos \alpha \quad \longrightarrow \quad N = m(g \cos \alpha - a \sin \alpha)$$

Брусок начинает скользить по клину, когда сила трения покоя F достигает своего максимального значения, равного силе трения скольжения μN :

$$F = \mu N \quad \longrightarrow \quad m(g \sin \alpha + a \cos \alpha) = \mu m(g \cos \alpha - a \sin \alpha) \quad \longrightarrow \quad a = \frac{g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{\cos \alpha + \mu \sin \alpha}$$

Подставляя сюда $a = a_0(T/t_0)$, находим время T :

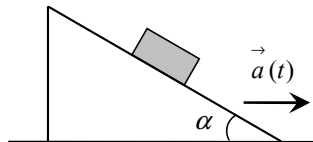
$$T = t_0 \cdot \frac{g(\mu \cos \alpha - \sin \alpha)}{a_0(\cos \alpha + \mu \sin \alpha)} = t_0 \cdot \frac{g}{a_0} \cdot \frac{\mu - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \mu \operatorname{tg} \alpha} = 6 \text{ с}$$

Ответ:

$$T = t_0 \cdot \frac{g}{a_0} \cdot \frac{\mu - \operatorname{tg} \alpha}{1 + \mu \operatorname{tg} \alpha} = 6 \text{ с}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.3/2. На клине, стоящем на горизонтальном столе, лежит брусок. Угол наклона клина $\alpha = \arctg(0,2)$. Клин начинает двигаться с горизонтальным ускорением, зависящим от времени t по закону $a(t) = a_0 \cdot (t/t_0)$, где $a_0 = 1 \text{ м/с}^2$ и $t_0 = 0,8 \text{ с}$. Спустя время $T = 4 \text{ с}$ брусок начинает скользить вверх по клину. Найдите коэффициент трения μ между клином и бруском. Ускорение свободного падения $g = 10 \text{ м/с}^2$. Ответ округлите до сотых.



Возможное решение

Рассмотрим движение бруска вместе с клином до начала скольжения. На брусок действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила нормальной реакции \vec{N} и сила трения покоя \vec{F} . Запишем второй закон Ньютона:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}$$

Направим ось x вдоль поверхности клина вниз, ось y — вдоль вектора \vec{N} . В проекциях на эти оси получаем:

$$ma \cos \alpha = mg \sin \alpha + F_x \quad \longrightarrow \quad F_x = m(a \cos \alpha - g \sin \alpha)$$

$$ma \sin \alpha = N - mg \cos \alpha \quad \longrightarrow \quad N = m(a \sin \alpha + g \cos \alpha)$$

Здесь F_x — проекция силы \vec{F} на ось x . Брусок не будет скользить по клину до тех пор, пока выполняется неравенство:

$$|F_x| \leq \mu N$$

В левой части стоит абсолютная величина силы трения покоя, в правой — сила трения скольжения. Из полученных выше выражений для сил следует, что при разгоне клина правая часть неравенства монотонно возрастает как функция времени. Что касается величины F_x , то она обращается в нуль в момент времени τ , который определяется условием:

$$a \cos \alpha = g \sin \alpha \quad \longrightarrow \quad a_0 (\tau/t_0) = g \tg \alpha \quad \longrightarrow \quad \tau = t_0 \frac{g}{a_0} \tg \alpha = 1,6 \text{ с}$$

Таким образом, при $0 \leq t < \tau$ проекция F_x отрицательна, то есть сила трения направлена вдоль поверхности клина вверх (как в случае неподвижного клина). При этом модуль F_x как функция времени убывает от значения $mg \sin \alpha$ при $t = 0$ до нуля при $t = \tau$ и приведённое выше неравенство выполняется. При $t > \tau$ проекция F_x положительна и сила трения направлена вдоль поверхности клина вниз. Как функция времени F_x монотонно возрастает. Брусок начинает скользить по клину вверх (против направления силы трения) в момент времени T , когда сила трения покоя становится равной силе трения скольжения:

$$F_x = \mu N \quad \longrightarrow \quad m(a \cos \alpha - g \sin \alpha) = \mu m(a \sin \alpha + g \cos \alpha) \quad \longrightarrow \quad \mu = \frac{a \cos \alpha - g \sin \alpha}{a \sin \alpha + g \cos \alpha}$$

Подставляя сюда $a = a_0 (T/t_0)$ и вводя безразмерное отношение

$$Z = \frac{a}{g} = \frac{T}{t_0} \cdot \frac{a_0}{g}$$

получаем:

$$\mu = \frac{Z - \tg \alpha}{1 + Z \tg \alpha}$$

Подстановка числовых значений даёт:

$$Z = 0.5$$

$$\mu = 0.27$$

Ответ:

$$\mu = \frac{Z - \tg \alpha}{1 + Z \tg \alpha} = 0.27, \quad Z = \frac{T}{t_0} \cdot \frac{a_0}{g} = 0.5$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.4/1. Два одинаковых сосуда соединены короткой трубкой с краном. Сначала кран закрыт, в одном сосуде имеется $\nu_1 = 0,2$ моля гелия при давлении $P_1 = 0,7$ МПа, в другом – $\nu_2 = 0,3$ моля молекулярного азота N_2 при давлении $P_2 = 0,1$ МПа. Кран открывают, и газы начинают перемешиваться. В конечном состоянии оба сосуда заполнены однородной газовой смесью, находящейся в механическом и тепловом равновесии. Найдите давление P этой смеси. Ответ выразите в мегапаскалях и округлите до сотых. Стенки сосудов, трубка и кран не проводят тепло. Объем трубки не учитывайте.

Возможное решение

Пусть T_1 и T_2 – начальные температуры гелия и азота, T – конечная температура газовой смеси. Рассмотрим баланс энергии для системы, состоящей из двух газов. Так как тепло к системе не подводится и газы не совершают механическую работу, то внутренняя энергия системы сохраняется:

$$\frac{3}{2} \nu_1 RT_1 + \frac{5}{2} \nu_2 RT_2 = \frac{3}{2} \nu_1 RT + \frac{5}{2} \nu_2 RT \quad \longrightarrow \quad 3 \nu_1 RT_1 + 5 \nu_2 RT_2 = (3 \nu_1 + 5 \nu_2) RT$$

Обозначим через V объем одного сосуда и запишем уравнение Клапейрона–Менделеева для газов в начальном состоянии и для конечной газовой смеси:

$$P_1 V = \nu_1 RT_1; \quad P_2 V = \nu_2 RT_2$$

$$P \cdot 2V = (\nu_1 + \nu_2) RT \quad \longrightarrow \quad RT = \frac{2PV}{\nu_1 + \nu_2}$$

Подставляя эти результаты в уравнение баланса энергии, находим конечное давление газовой смеси:

$$3 P_1 V + 5 P_2 V = \frac{(3 \nu_1 + 5 \nu_2) 2 PV}{\nu_1 + \nu_2} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{(3 P_1 + 5 P_2)(\nu_1 + \nu_2)}{2(3 \nu_1 + 5 \nu_2)} = 0,31 \text{ МПа}.$$

Ответ:

$$P = \frac{(3 P_1 + 5 P_2)(\nu_1 + \nu_2)}{2(3 \nu_1 + 5 \nu_2)} = 0,31 \text{ МПа}.$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.4/2. Два одинаковых сосуда соединены короткой трубкой с краном. Сначала кран закрыт, в одном сосуде имеется гелий при давлении $P_1 = 0,4$ МПа, в другом — молекулярный азот N_2 при давлении $P_2 = 0,3$ МПа. Кран открывают, и газы начинают перемешиваться. В конечном состоянии оба сосуда заполнены однородной газовой смесью, находящейся в механическом и тепловом равновесии. Давление смеси $P = 0,3$ МПа. Найдите отношение x числа молей азота к числу молей гелия. Стенки сосудов, трубка и кран не проводят тепло. Объём трубки не учитывайте.

Возможное решение

Пусть T_1 и T_2 — начальные температуры гелия и азота, T — конечная температура газовой смеси, ν_1 и ν_2 — количества молей гелия и азота. Рассмотрим баланс энергии для системы, состоящей из двух газов. Так как тепло к системе не подводится и газы не совершают механическую работу, то внутренняя энергия системы сохраняется:

$$\frac{3}{2} \nu_1 R T_1 + \frac{5}{2} \nu_2 R T_2 = \frac{3}{2} \nu_1 R T + \frac{5}{2} \nu_2 R T \quad \longrightarrow \quad 3 \nu_1 R T_1 + 5 \nu_2 R T_2 = (3 \nu_1 + 5 \nu_2) R T$$

Обозначим через V объём одного сосуда и запишем уравнение Клапейрона–Менделеева для газов в начальном состоянии и для конечной газовой смеси:

$$P_1 V = \nu_1 R T_1; \quad P_2 V = \nu_2 R T_2$$

$$P \cdot 2V = (\nu_1 + \nu_2) R T \quad \longrightarrow \quad R T = \frac{2 P V}{\nu_1 + \nu_2}$$

Подставляя эти результаты в уравнение баланса энергии, получаем:

$$3 P_1 V + 5 P_2 V = \frac{(3 \nu_1 + 5 \nu_2) 2 P V}{\nu_1 + \nu_2} \quad \longrightarrow \quad (3 P_1 + 5 P_2) (\nu_1 + \nu_2) = 2 P (3 \nu_1 + 5 \nu_2)$$

Введём отношение числа молей азота к числу молей гелия:

$$x = \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

Выражая отсюда ν_2 , получаем:

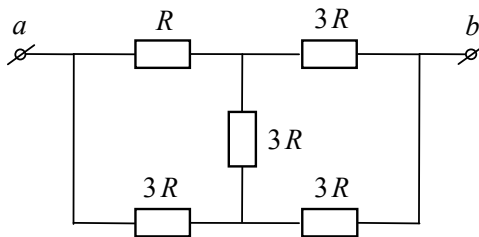
$$(3 P_1 + 5 P_2) (\nu_1 + x \nu_1) = 2 P (3 \nu_1 + 5 x \nu_1) \quad \longrightarrow \quad (3 P_1 + 5 P_2) (1 + x) = 2 P (3 + 5 x)$$

$$3 P_1 + 5 P_2 + x (3 P_1 + 5 P_2) = 6 P + 10 P x \quad \longrightarrow \quad x = \frac{3 P_1 + 5 P_2 - 6 P}{10 P - 3 P_1 - 5 P_2} = 3$$

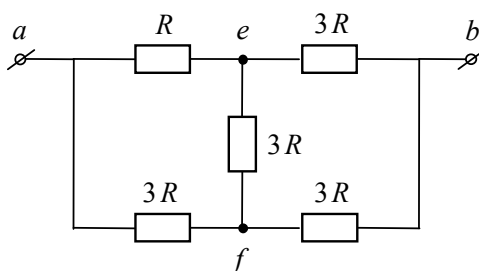
Ответ:

$$x = \frac{3 P_1 + 5 P_2 - 6 P}{10 P - 3 P_1 - 5 P_2} = 3$$

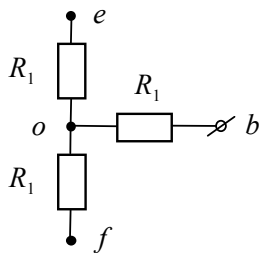
10.5/1. Система, состоящая из одного сопротивления R и четырёх сопротивлений $3R$, подключена к источнику постоянного напряжения за клеммы a и b . Найдите отношение $x = (R_0 - 2R)/R$, где R_0 – общее сопротивление системы. Ответ округлите до сотых.



Возможное решение



Вспользуемся преобразованием треугольник–звезда. В рассматриваемой схеме имеются треугольники $ae f$ и $be f$. Это замкнутые контуры, которые присоединяются к остальной цепи за три узла, причём между любыми двумя узлами включено одно сопротивление. Удобнее работать с треугольником $be f$, поскольку он состоит из трёх одинаковых сопротивлений. Преобразуем этот треугольник в звезду. Очевидно, что все три сопротивления, входящие в состав звезды, одинаковы.



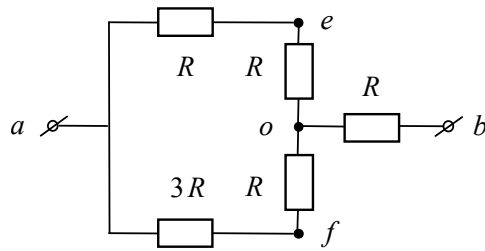
Для того чтобы найти их величину R_1 , представим себе, что треугольник подключён к источнику за точки b и e . В этом случае имеем два последовательно соединённых сопротивления в ветвях bf и fe . К ним параллельно присоединено сопротивление в ветви be . Общее сопротивление треугольника в этом случае равно $2R$. Если подключить к источнику звезду за те же точки, то будем иметь два последовательно соединённых сопротивления в ветвях bo и oe (ток через сопротивление в ветви of равен нулю). Общее сопротивление звезды равно $2R_1$. Приравняв сопротивления треугольника и звезды, находим R_1 :

$$2R = 2R_1 \quad \longrightarrow \quad R_1 = R$$

Заменяя в исходной схеме треугольник $be f$ звездой, приходим к эквивалентной схеме, сопротивление которой легко найти, пользуясь стандартными правилами сложения сопротивлений при параллельном и последовательном соединениях. Для общего сопротивления всей системы получаем:

$$R_0 = \frac{7R}{3}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля



Искомое отношение x равно:

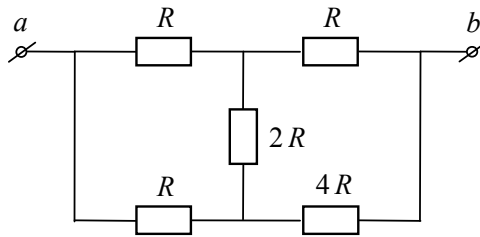
$$x = \frac{R_0 - 2R}{R} = \frac{1}{3} = 0,33$$

Ответ:

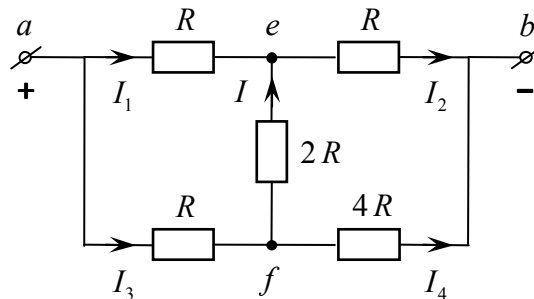
$$x = 0,33$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.5/2. Система, состоящая из трёх сопротивлений $R = 100$ Ом, одного сопротивления $2R$ и одного сопротивления $4R$, подключена к источнику постоянного напряжения $V = 22$ В за клеммы a и b . Найдите силу тока I , текущего через сопротивление $2R$. Ответ выразите в миллиамперах.



Возможное решение



Пусть положительный полюс батареи подключен к клемме a , а отрицательный к клемме b . Расставим токи в ветвях схемы и запишем закон сохранения заряда в узлах e и f :

$$I_2 = I_1 + I; \quad I_3 = I_4 + I$$

Приравняв нулю алгебраическую сумму напряжений в замкнутом контуре $ae fa$, получаем:

$$R I_1 - 2 R I - R I_3 = 0 \quad \longrightarrow \quad I_1 - 2 I - I_3 = 0$$

Кроме того, сумма напряжений на двух верхних и двух нижних сопротивлениях равна V . Имеем ещё два уравнения:

$$R I_1 + R I_2 = V \quad \longrightarrow \quad I_1 + I_2 = \frac{V}{R}$$

$$R I_3 + 4 R I_4 = V \quad \longrightarrow \quad I_3 + 4 I_4 = \frac{V}{R}$$

Получилась система пяти линейных уравнений для пяти неизвестных токов. Последовательно исключая неизвестные, находим ток I :

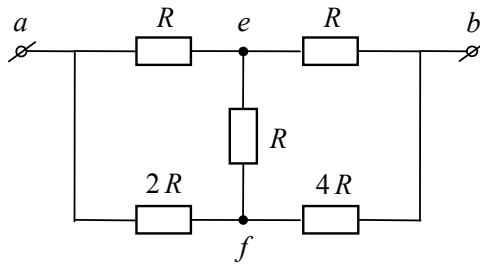
$$I = \frac{V}{11 R} = 20 \text{ мА}$$

Ответ:

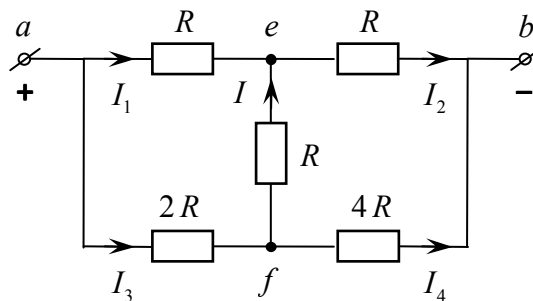
$$I = \frac{V}{11 R} = 20 \text{ мА}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

10.5/3. Система, состоящая из трёх сопротивлений R , одного сопротивления $2R$ и одного сопротивления $4R$, подключена к источнику постоянного напряжения $V_0 = 51$ В за клеммы a и b . Найдите напряжение V на участке ef . Ответ выразите в вольтах.



Возможное решение



Пусть положительный полюс батареи подключен к клемме a , а отрицательный к клемме b . Расставим токи в ветвях схемы и запишем закон сохранения заряда в узлах e и f :

$$I_2 = I_1 + I; \quad I_3 = I_4 + I$$

Переходя от токов к напряжениям на сопротивлениях, имеем:

$$\frac{V_2}{R} = \frac{V_1}{R} + \frac{V}{R} \quad \longrightarrow \quad V_2 = V_1 + V$$

$$\frac{V_3}{2R} = \frac{V_4}{4R} + \frac{V}{R} \quad \longrightarrow \quad 2V_3 = V_4 + 4V$$

Приравняв нулю алгебраическую сумму напряжений в замкнутых контурах $ae fa$ и $befb$, получаем:

$$V_1 - V - V_3 = 0; \quad V_2 - V_4 + V = 0$$

Кроме того, сумма напряжений на двух верхних сопротивлениях равна V_0 :

$$V_1 + V_2 = V_0$$

Получилась система пяти линейных уравнений для пяти неизвестных напряжений. Последовательно исключая неизвестные, находим напряжение V :

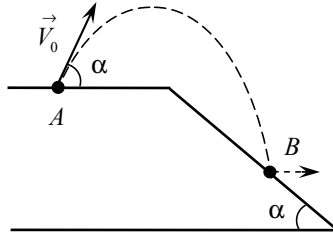
$$V = \frac{V_0}{17} = 3 \text{ В}$$

Ответ:

$$V = \frac{V_0}{17} = 3 \text{ В}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.1/1. Мяч бросают из точки A под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту. В точке B , лежащей на нисходящем участке траектории, мяч падает на плоскость, наклонённую к горизонту под тем же углом α . В результате абсолютно упругого удара мяч отскакивает от плоскости в горизонтальном направлении. Найдите начальную скорость мяча V_0 . Точка B лежит на высоте $h = 2,2$ м ниже точки A ; ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ выразите в м/с и округлите до десятых.



Возможное решение

Пусть \vec{V} — скорость мяча перед ударом о наклонную плоскость. При абсолютно упругом ударе мяч отражается от плоскости зеркально. Учитывая, что скорость мяча сразу после удара направлена горизонтально, из простых геометрических соображений получаем, что вектор \vec{V} образует с горизонтом угол $\beta = 2\alpha = 60^\circ$. Обозначим через t время движения мяча из точки A в точку B . Тогда

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g}t$$

Угол между векторами \vec{V} и \vec{V}_0 равен $\alpha + \beta = 3\alpha = 90^\circ$. Таким образом, векторы \vec{V} , \vec{V}_0 и $\vec{g}t$ образуют прямоугольный треугольник с углом α , лежащим против стороны \vec{V}_0 . Отсюда находим связь V и V_0 :

$$V = V_0 \operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{3} V_0$$

Далее воспользуемся законом сохранения энергии. Обозначив массу мяча через m , имеем:

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{mV_0^2}{2} + mgh \quad \longrightarrow \quad V^2 = V_0^2 + 2gh$$

Подставляя сюда $V = \sqrt{3} V_0$, находим начальную скорость мяча:

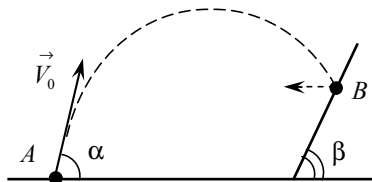
$$3V_0^2 = V_0^2 + 2gh \quad \longrightarrow \quad V_0 = \sqrt{gh} = 4,7 \text{ м/с}$$

Ответ:

$$V_0 = \sqrt{gh} = 4,7 \text{ м/с}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.1/2. Мяч бросают из точки A под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту. В точке B , лежащей на нисходящем участке траектории, мяч падает на плоскость, наклонённую к горизонту под углом $\beta = (\alpha + 90^\circ)/2$. В результате абсолютно упругого удара мяч отскакивает от плоскости в горизонтальном направлении. Найдите начальную скорость мяча V_0 . Точка B лежит на высоте $h = 0,9$ м над точкой A ; ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ выразите в м/с и округлите до десятых.



Возможное решение

Пусть \vec{V} — скорость мяча перед ударом о наклонную плоскость. При абсолютно упругом ударе мяч отражается от плоскости зеркально. Учитывая, что скорость мяча сразу после удара направлена горизонтально, из простых геометрических соображений получаем, что вектор \vec{V} образует с горизонтом угол $\gamma = 180^\circ - 2\beta = 90^\circ - \alpha = 30^\circ$. Обозначим через t время движения мяча из точки A в точку B . Тогда

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g}t$$

Угол между векторами \vec{V} и \vec{V}_0 равен $\alpha + \gamma = 90^\circ$. Таким образом, векторы \vec{V} , \vec{V}_0 и $\vec{g}t$ образуют прямоугольный треугольник с углом α , лежащим против стороны \vec{V}_0 . Отсюда находим связь V и V_0 :

$$V = V_0 \operatorname{ctg} \alpha = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$$

Далее воспользуемся законом сохранения энергии. Обозначив массу мяча через m , имеем:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgh \quad \longrightarrow \quad V_0^2 = V^2 + 2gh$$

Подставляя сюда $V = V_0/\sqrt{3}$, находим начальную скорость мяча:

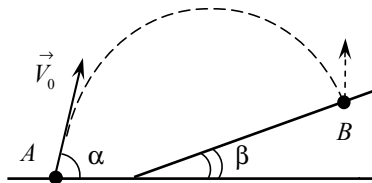
$$V_0^2 = \frac{V_0^2}{3} + 2gh \quad \longrightarrow \quad V_0 = \sqrt{3gh} = 5,2 \text{ м/с}$$

Ответ:

$$V_0 = \sqrt{3gh} = 5,2 \text{ м/с}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.1/3. Мяч бросают из точки A под углом $\alpha = 60^\circ$ к горизонту со скоростью $V_0 = 3$ м/с. В точке B , лежащей на нисходящем участке траектории, мяч падает на плоскость, наклонённую к горизонту под углом $\beta = \alpha/2$. В результате абсолютно упругого удара мяч отскакивает от плоскости вертикально вверх. Найдите высоту h точки B над точкой A . Ускорение свободного падения $g = 10$ м/с². Ответ выразите в метрах.



Возможное решение

Пусть \vec{V} — скорость мяча перед ударом о наклонную плоскость. При абсолютно упругом ударе мяч отражается от плоскости зеркально. Учитывая, что скорость мяча сразу после удара направлена вертикально вверх, из простых геометрических соображений получаем, что вектор \vec{V} образует с горизонтом угол $\gamma = 90^\circ - 2\beta = 90^\circ - \alpha$. Обозначим через t время движения мяча из точки A в точку B . Тогда

$$\vec{V} = \vec{V}_0 + \vec{g}t$$

Угол между векторами \vec{V} и \vec{V}_0 равен $\alpha + \gamma = 90^\circ$. Таким образом, векторы \vec{V} , \vec{V}_0 и $\vec{g}t$ образуют прямоугольный треугольник с углом α , лежащим против стороны \vec{V}_0 . Отсюда находим связь V и V_0 :

$$V = V_0 \operatorname{ctg} \alpha = V_0 \operatorname{ctg} 60^\circ = \frac{V_0}{\sqrt{3}}$$

Далее воспользуемся законом сохранения энергии. Обозначив массу мяча через m , имеем:

$$\frac{mV_0^2}{2} = \frac{mV^2}{2} + mgh \quad \longrightarrow \quad V_0^2 = V^2 + 2gh$$

Подставляя сюда $V = V_0/\sqrt{3}$, находим высоту h :

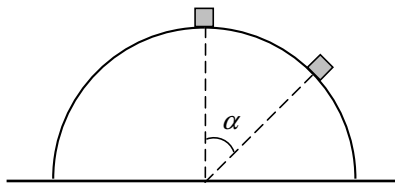
$$V_0^2 = \frac{V_0^2}{3} + 2gh \quad \longrightarrow \quad h = \frac{V_0^2}{3g} = 0,3 \text{ м}$$

Ответ:

$$h = \frac{V_0^2}{3g} = 0,3 \text{ м}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.2/1. С вершины полусферы, стоящей на шероховатом горизонтальном столе, начинает соскальзывать маленький брусок. Когда брусок прошёл по поверхности полусферы дугу, которой соответствует центральный угол $\alpha = 25^\circ$, полусфера начала скользить по столу. Найдите коэффициент трения μ между полусферой и столом. Известно отношение k массы полусферы к массе бруска: $k = 20$. Трение между бруском и полусферой не учитывайте. Ответ запишите в виде десятичной дроби, округлённой до тысячных.



Возможное решение

При $0 \leq \alpha \leq 25^\circ$ сфера неподвижна. Запишем второй закон Ньютона для бруска в этом случае. В проекции на направление центростремительного ускорения имеем:

$$\frac{mV^2}{R} = mg \cos \alpha - N_1$$

m — масса бруска, V — его скорость, R — радиус полусферы, N_1 — сила нормальной реакции, действующая на брусок со стороны полусферы. Скорость бруска найдём из закона сохранения энергии:

$$mgR = \frac{mV^2}{2} + mgR \cos \alpha \quad \rightarrow \quad V^2 = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

Для силы N_1 получаем:

$$N_1 = mg \cos \alpha - \frac{mV^2}{R} = mg \cos \alpha - m \frac{2gR(1 - \cos \alpha)}{R} = mg(3 \cos \alpha - 2)$$

По третьему закону Ньютона сила N_1 равна силе давления бруска на полусферу. Горизонтальная составляющая силы давления компенсируется силой трения покоя F , действующей на полусферу со стороны стола:

$$F = N_1 \sin \alpha$$

Вертикальная составляющая силы давления и сила тяжести Mg (M — масса полусферы) определяют силу нормальной реакции N_2 , действующую на полусферу со стороны стола:

$$N_2 = Mg + N_1 \cos \alpha$$

При $\alpha = 25^\circ$ сила трения покоя F достигает своего максимального значения, равного силе трения скольжения μN_2 :

$$F = \mu N_2$$

Отсюда находим коэффициент трения. Вводя отношение масс $k = M/m$, получаем:

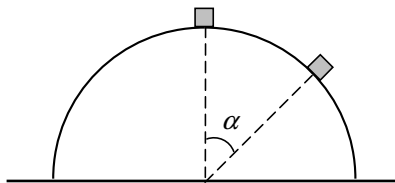
$$\mu = \frac{F}{N_2} = \frac{N_1 \sin \alpha}{Mg + N_1 \cos \alpha} = \frac{m \sin \alpha (3 \cos \alpha - 2)}{M + m \cos \alpha (3 \cos \alpha - 2)} = \frac{\sin \alpha (3 \cos \alpha - 2)}{k + \cos \alpha (3 \cos \alpha - 2)} = 0,015$$

Ответ:

$$\mu = \frac{\sin \alpha (3 \cos \alpha - 2)}{k + \cos \alpha (3 \cos \alpha - 2)} = 0,015$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.2/2. С вершины полусферы, стоящей на шероховатом горизонтальном столе, начинает соскальзывать маленький брусок. Когда брусок прошёл по поверхности полусферы дугу, которой соответствует центральный угол $\alpha = 15^\circ$, полусфера начала скользить по столу. Найдите коэффициент трения μ между полусферой и столом. Известно отношение k массы полусферы к массе бруска: $k = 20$. Трение между бруском и полусферой не учитывайте. Ответ запишите в виде десятичной дроби, округлённой до тысячных.



Возможное решение

При $0 \leq \alpha \leq 15^\circ$ сфера неподвижна. Запишем второй закон Ньютона для бруска в этом случае. В проекции на направление центростремительного ускорения имеем:

$$\frac{mV^2}{R} = mg \cos \alpha - N_1$$

m — масса бруска, V — его скорость, R — радиус полусферы, N_1 — сила нормальной реакции, действующая на брусок со стороны полусферы. Скорость бруска найдём из закона сохранения энергии:

$$mgR = \frac{mV^2}{2} + mgR \cos \alpha \quad \rightarrow \quad V^2 = 2gR(1 - \cos \alpha)$$

Для силы N_1 получаем:

$$N_1 = mg \cos \alpha - \frac{mV^2}{R} = mg \cos \alpha - m \frac{2gR(1 - \cos \alpha)}{R} = mg(3 \cos \alpha - 2)$$

По третьему закону Ньютона сила N_1 равна силе давления бруска на полусферу. Горизонтальная составляющая силы давления компенсируется силой трения покоя F , действующей на полусферу со стороны стола:

$$F = N_1 \sin \alpha$$

Вертикальная составляющая силы давления и сила тяжести Mg (M — масса полусферы) определяют силу нормальной реакции N_2 , действующую на полусферу со стороны стола:

$$N_2 = Mg + N_1 \cos \alpha$$

При $\alpha = 15^\circ$ сила трения покоя F достигает своего максимального значения, равного силе трения скольжения μN_2 :

$$F = \mu N_2$$

Отсюда находим коэффициент трения. Вводя отношение масс $k = M/m$, получаем:

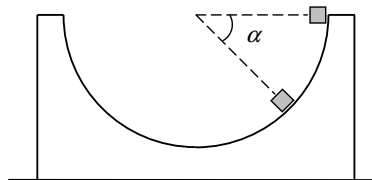
$$\mu = \frac{F}{N_2} = \frac{N_1 \sin \alpha}{Mg + N_1 \cos \alpha} = \frac{m \sin \alpha (3 \cos \alpha - 2)}{M + m \cos \alpha (3 \cos \alpha - 2)} = \frac{\sin \alpha (3 \cos \alpha - 2)}{k + \cos \alpha (3 \cos \alpha - 2)} = 0,011$$

Ответ:

$$\mu = \frac{\sin \alpha (3 \cos \alpha - 2)}{k + \cos \alpha (3 \cos \alpha - 2)} = 0,011$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.2/3. С края полусферы, стоящей на шероховатом горизонтальном столе, начинает соскальзывать маленький брусок. Когда брусок прошёл по поверхности полусферы дугу, которой соответствует центральный угол $\alpha = 30^\circ$, полусфера начала скользить по столу. Найдите коэффициент трения μ между полусферой и столом. Известно отношение k массы полусферы к массе бруска: $k = 40$. Трение между бруском и полусферой не учитывайте. Ответ запишите в виде десятичной дроби, округлённой до тысячных.



Возможное решение

При $0 \leq \alpha \leq 30^\circ$ сфера неподвижна. Запишем второй закон Ньютона для бруска в этом случае. В проекции на направление центростремительного ускорения имеем:

$$\frac{mV^2}{R} = N_1 - mg \sin \alpha$$

m — масса бруска, V — его скорость, R — радиус полусферы, N_1 — сила нормальной реакции, действующая на брусок со стороны полусферы. Скорость бруска найдём из закона сохранения энергии. Принимая потенциальную энергию за нуль в начальном положении бруска, получаем:

$$0 = \frac{mV^2}{2} - mgR \sin \alpha \quad \longrightarrow \quad V^2 = 2gR \sin \alpha$$

Сила N_1 равна:

$$N_1 = mg \sin \alpha + \frac{mV^2}{R} = mg \sin \alpha + m \frac{2gR \sin \alpha}{R} = 3mg \sin \alpha$$

По третьему закону Ньютона сила N_1 равна силе давления бруска на полусферу. Горизонтальная составляющая силы давления компенсируется силой трения покоя F , действующей на полусферу со стороны стола:

$$F = N_1 \cos \alpha$$

Вертикальная составляющая силы давления и сила тяжести Mg (M — масса полусферы) определяют силу нормальной реакции N_2 , действующую на полусферу со стороны стола:

$$N_2 = Mg + N_1 \sin \alpha$$

При $\alpha = 30^\circ$ сила трения покоя F достигает своего максимального значения, равного силе трения скольжения μN_2 :

$$F = \mu N_2$$

Отсюда находим коэффициент трения. Вводя отношение масс $k = M/m$, получаем:

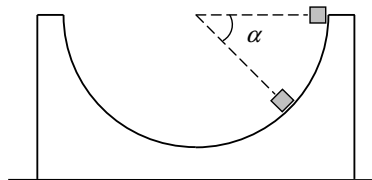
$$\mu = \frac{F}{N_2} = \frac{N_1 \cos \alpha}{Mg + N_1 \sin \alpha} = \frac{3m \sin \alpha \cos \alpha}{M + 3m \sin^2 \alpha} = \frac{3 \sin 2\alpha}{2(k + 3 \sin^2 \alpha)} = 0,032$$

Ответ:

$$\mu = \frac{3 \sin 2\alpha}{2(k + 3 \sin^2 \alpha)} = 0,032$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.2/4. С края полусферы, стоящей на шероховатом горизонтальном столе, начинает соскальзывать маленький брусок. Когда брусок прошёл по поверхности полусферы дугу, которой соответствует центральный угол $\alpha = 30^\circ$, полусфера начала скользить по столу. Найдите коэффициент трения μ между полусферой и столом. Известно отношение k массы полусферы к массе бруска: $k = 20$. Трение между бруском и полусферой не учитывайте. Ответ запишите в виде десятичной дроби, округлённой до тысячных.



Возможное решение

При $0 \leq \alpha \leq 30^\circ$ сфера неподвижна. Запишем второй закон Ньютона для бруска в этом случае. В проекции на направление центростремительного ускорения имеем:

$$\frac{mV^2}{R} = N_1 - mg \sin \alpha$$

m — масса бруска, V — его скорость, R — радиус полусферы, N_1 — сила нормальной реакции, действующая на брусок со стороны полусферы. Скорость бруска найдём из закона сохранения энергии. Принимая потенциальную энергию за нуль в начальном положении бруска, получаем:

$$0 = \frac{mV^2}{2} - mgR \sin \alpha \quad \longrightarrow \quad V^2 = 2gR \sin \alpha$$

Сила N_1 равна:

$$N_1 = mg \sin \alpha + \frac{mV^2}{R} = mg \sin \alpha + m \frac{2gR \sin \alpha}{R} = 3mg \sin \alpha$$

По третьему закону Ньютона сила N_1 равна силе давления бруска на полусферу. Горизонтальная составляющая силы давления компенсируется силой трения покоя F , действующей на полусферу со стороны стола:

$$F = N_1 \cos \alpha$$

Вертикальная составляющая силы давления и сила тяжести Mg (M — масса полусферы) определяют силу нормальной реакции N_2 , действующую на полусферу со стороны стола:

$$N_2 = Mg + N_1 \sin \alpha$$

При $\alpha = 30^\circ$ сила трения покоя F достигает своего максимального значения, равного силе трения скольжения μN_2 :

$$F = \mu N_2$$

Отсюда находим коэффициент трения. Вводя отношение масс $k = M/m$, получаем:

$$\mu = \frac{F}{N_2} = \frac{N_1 \cos \alpha}{Mg + N_1 \sin \alpha} = \frac{3m \sin \alpha \cos \alpha}{M + 3m \sin^2 \alpha} = \frac{3 \sin 2\alpha}{2(k + 3 \sin^2 \alpha)} = 0,063$$

Ответ:

$$\mu = \frac{3 \sin 2\alpha}{2(k + 3 \sin^2 \alpha)} = 0,063$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.3/1. Два одинаковых сосуда соединены короткой трубкой с краном. Сначала кран закрыт, в одном сосуде имеется $\nu_1 = 0,1$ моля гелия при давлении $P_1 = 0,5$ МПа, в другом – $\nu_2 = 0,2$ моля молекулярного азота N_2 при давлении $P_2 = 0,1$ МПа. Кран открывают, и газы начинают перемешиваться. В конечном состоянии оба сосуда заполнены однородной газовой смесью, находящейся в механическом и тепловом равновесии. Найдите давление P этой смеси. Ответ выразите в мегапаскалях и округлите до сотых. Стенки сосудов, трубка и кран не проводят тепло. Объём трубки не учитывайте.

Возможное решение

Пусть T_1 и T_2 – начальные температуры гелия и азота, T – конечная температура газовой смеси. Рассмотрим баланс энергии для системы, состоящей из двух газов. Так как тепло к системе не подводится и газы не совершают механическую работу, то внутренняя энергия системы сохраняется:

$$\frac{3}{2} \nu_1 RT_1 + \frac{5}{2} \nu_2 RT_2 = \frac{3}{2} \nu_1 RT + \frac{5}{2} \nu_2 RT \quad \longrightarrow \quad 3 \nu_1 RT_1 + 5 \nu_2 RT_2 = (3 \nu_1 + 5 \nu_2) RT$$

Обозначим через V объём одного сосуда и запишем уравнение Клапейрона–Менделеева для газов в начальном состоянии и для конечной газовой смеси:

$$P_1 V = \nu_1 RT_1; \quad P_2 V = \nu_2 RT_2$$

$$P \cdot 2V = (\nu_1 + \nu_2) RT \quad \longrightarrow \quad RT = \frac{2PV}{\nu_1 + \nu_2}$$

Подставляя эти результаты в уравнение баланса энергии, находим конечное давление газовой смеси:

$$3 P_1 V + 5 P_2 V = \frac{(3 \nu_1 + 5 \nu_2) 2 PV}{\nu_1 + \nu_2} \quad \longrightarrow \quad P = \frac{(3 P_1 + 5 P_2) (\nu_1 + \nu_2)}{2 (3 \nu_1 + 5 \nu_2)} = 0,23 \text{ МПа}.$$

Ответ:

$$P = \frac{(3 P_1 + 5 P_2) (\nu_1 + \nu_2)}{2 (3 \nu_1 + 5 \nu_2)} = 0,23 \text{ МПа}.$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.3/2. Два одинаковых сосуда соединены короткой трубкой с краном. Сначала кран закрыт, в одном сосуде имеется гелий при давлении $P_1 = 0,3$ МПа, в другом — молекулярный азот N_2 при давлении $P_2 = 0,2$ МПа. Кран открывают, и газы начинают перемешиваться. В конечном состоянии оба сосуда заполнены однородной газовой смесью, находящейся в механическом и тепловом равновесии. Давление смеси $P = 0,2$ МПа. Найдите отношение x числа молей азота к числу молей гелия. Стенки сосудов, трубка и кран не проводят тепло. Объём трубки не учитывайте.

Возможное решение

Пусть T_1 и T_2 — начальные температуры гелия и азота, T — конечная температура газовой смеси, ν_1 и ν_2 — количества молей гелия и азота. Рассмотрим баланс энергии для системы, состоящей из двух газов. Так как тепло к системе не подводится и газы не совершают механическую работу, то внутренняя энергия системы сохраняется:

$$\frac{3}{2} \nu_1 RT_1 + \frac{5}{2} \nu_2 RT_2 = \frac{3}{2} \nu_1 RT + \frac{5}{2} \nu_2 RT \quad \longrightarrow \quad 3 \nu_1 RT_1 + 5 \nu_2 RT_2 = (3 \nu_1 + 5 \nu_2) RT$$

Обозначим через V объём одного сосуда и запишем уравнение Клапейрона–Менделеева для газов в начальном состоянии и для конечной газовой смеси:

$$P_1 V = \nu_1 RT_1; \quad P_2 V = \nu_2 RT_2$$

$$P \cdot 2V = (\nu_1 + \nu_2) RT \quad \longrightarrow \quad RT = \frac{2PV}{\nu_1 + \nu_2}$$

Подставляя эти результаты в уравнение баланса энергии, получаем:

$$3 P_1 V + 5 P_2 V = \frac{(3 \nu_1 + 5 \nu_2) 2 PV}{\nu_1 + \nu_2} \quad \longrightarrow \quad (3 P_1 + 5 P_2) (\nu_1 + \nu_2) = 2 P (3 \nu_1 + 5 \nu_2)$$

Введём отношение числа молей азота к числу молей гелия:

$$x = \frac{\nu_2}{\nu_1}$$

Выражая отсюда ν_2 , получаем:

$$(3 P_1 + 5 P_2) (\nu_1 + x \nu_1) = 2 P (3 \nu_1 + 5 x \nu_1) \quad \longrightarrow \quad (3 P_1 + 5 P_2) (1 + x) = 2 P (3 + 5 x)$$

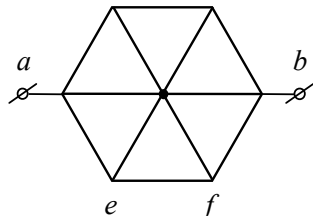
$$3 P_1 + 5 P_2 + x (3 P_1 + 5 P_2) = 6 P + 10 P x \quad \longrightarrow \quad x = \frac{3 P_1 + 5 P_2 - 6 P}{10 P - 3 P_1 - 5 P_2} = 7$$

Ответ:

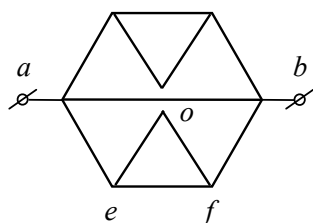
$$x = \frac{3 P_1 + 5 P_2 - 6 P}{10 P - 3 P_1 - 5 P_2} = 7$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.4/1. Из двенадцати одинаковых проволочных отрезков изготовлен каркас в виде правильного шестиугольника с диагоналями, соединёнными в центре. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения за клеммы a и b . Найдите отношение $x = P / P_{ef}$, где P – тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе, а P_{ef} – тепловая мощность, выделяющаяся на стороне шестиугольника ef . Сопротивление клемм не учитывайте.



Возможное решение



Так как каркас симметричен относительно горизонтальной прямой ab , то токи в ветвях не изменятся, если разъединить диагонали в точке их пересечения. В эквивалентной схеме рассмотрим нижнюю часть, состоящую из отрезков ae и fb и треугольника efo . Сопротивление треугольника обозначим через R_1 , а сопротивление всей нижней части через R_2 . Треугольник состоит из двух последовательно соединённых отрезков eo и of , параллельно которым подключён отрезок ef . Для сопротивления треугольника имеем:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R} \quad \longrightarrow \quad R_1 = \frac{2R}{3}$$

Сопротивление нижней части равно:

$$R_2 = 2R + R_1 = \frac{8R}{3}$$

Сопротивление верхней части каркаса, лежащей над прямой ab , также равно R_2 . Учитывая также сопротивление $2R$ диагонали ab , для общего сопротивления каркаса R_0 получаем:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{2R} = \frac{5}{4R} \quad \longrightarrow \quad R_0 = \frac{4R}{5}$$

Пусть на клеммы a и b подано напряжение V . Тогда тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе, равна:

$$P = \frac{V^2}{R_0} = \frac{5V^2}{4R}$$

Найдём напряжение V_1 на отрезке ef :

$$\frac{V_1}{V} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{4} \quad \longrightarrow \quad V_1 = \frac{V}{4}$$

Для тепловой мощности, выделяющейся на этом отрезке, получаем:

$$P_{ef} = \frac{V_1^2}{R} = \frac{V^2}{16R}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

Отношение мощностей равно:

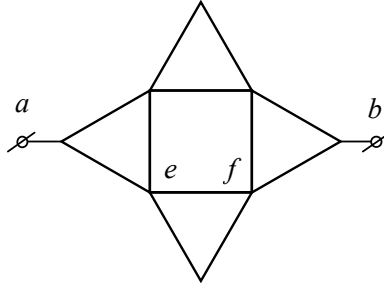
$$x = \frac{P}{P_{ef}} = \frac{5 \cdot 16}{4} = 20$$

Ответ:

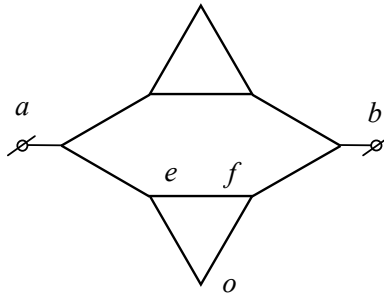
$$x = 20$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.4/2. Из двенадцати одинаковых проволочных отрезков изготовлен каркас, состоящий из четырёх правильных треугольников, внутренние стороны которых образуют квадрат. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения за клеммы a и b . Найдите отношение $x = P / P_{ef}$, где P – тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе, а P_{ef} – тепловая мощность, выделяющаяся на стороне квадрата ef . Сопротивление клемм не учитывайте.



Возможное решение



Так как каркас симметричен относительно горизонтальной прямой ab , то токи в вертикальных сторонах квадрата равны нулю. Убирая эти отрезки, приходим к эквивалентной схеме, в которой рассмотрим нижнюю часть, состоящую из отрезков ae и fb и треугольника efo . Сопротивление треугольника обозначим через R_1 , а сопротивление всей нижней части через R_2 . Треугольник состоит из двух последовательно соединённых отрезков eo и of , параллельно которым подключён отрезок ef . Для сопротивления треугольника имеем:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R} \quad \longrightarrow \quad R_1 = \frac{2R}{3}$$

Сопротивление нижней части равно:

$$R_2 = 2R + R_1 = \frac{8R}{3}$$

Сопротивление верхней части каркаса, лежащей над прямой ab , также равно R_2 . Для общего сопротивления каркаса R_0 получаем:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} = \frac{3}{4R} \quad \longrightarrow \quad R_0 = \frac{4R}{3}$$

Пусть на клеммы a и b подано напряжение V . Тогда тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе, равна:

$$P = \frac{V^2}{R_0} = \frac{3V^2}{4R}$$

Найдём напряжение V_1 на отрезке ef :

$$\frac{V_1}{V} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{1}{4} \quad \longrightarrow \quad V_1 = \frac{V}{4}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

Для тепловой мощности, выделяющейся на этом отрезке, получаем:

$$P_{ef} = \frac{V_1^2}{R} = \frac{V^2}{16 R}$$

Отношение мощностей равно:

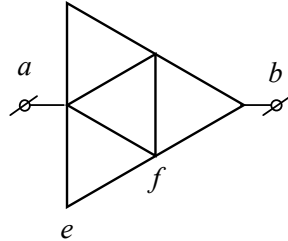
$$x = \frac{P}{P_{ef}} = \frac{3 \cdot 16}{4} = 12$$

Ответ:

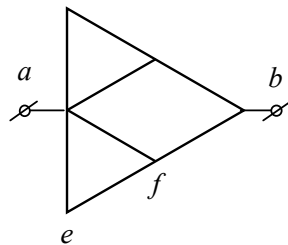
$$x = 12$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.4/3. Из девяти одинаковых проволочных отрезков изготовлен каркас, состоящий из правильных треугольников. Каркас подключён к источнику постоянного напряжения за клеммы a и b . Найдите отношение $x = P / P_{ef}$, где P – тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе, а P_{ef} – тепловая мощность, выделяющаяся на отрезке ef . Сопротивление клемм не учитывайте.



Возможное решение



Так как каркас симметричен относительно горизонтальной прямой ab , то ток в вертикальном отрезке, проходящем через точку f , равен нулю. Убирая этот отрезок, приходим к эквивалентной схеме, в которой рассмотрим нижнюю часть, состоящую из треугольника aef и отрезка fb . Сопротивление треугольника обозначим через R_1 , а сопротивление всей нижней части через R_2 . Треугольник состоит из двух последовательно соединённых отрезков ae и ef , параллельно которым подключён отрезок af . Для сопротивления треугольника имеем:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R} \quad \rightarrow \quad R_1 = \frac{2R}{3}$$

Сопротивление нижней части равно:

$$R_2 = R_1 + R = \frac{5R}{3}$$

Сопротивление верхней части каркаса, лежащей над прямой ab , также равно R_2 . Для общего сопротивления каркаса R_0 получаем:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_2} = \frac{6}{5R} \quad \rightarrow \quad R_0 = \frac{5R}{6}$$

Пусть на клеммы a и b подано напряжение V . Тогда тепловая мощность, выделяющаяся на всём каркасе, равна:

$$P = \frac{V^2}{R_0} = \frac{6V^2}{5R}$$

Найдём напряжение V_1 на треугольнике aef :

$$\frac{V_1}{V} = \frac{R_1}{R_2} = \frac{2}{5} \quad \rightarrow \quad V_1 = \frac{2V}{5}$$

Напряжение на отрезке ef равно:

$$V_{ef} = \frac{V_1}{2} = \frac{V}{5}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

Для тепловой мощности, выделяющейся на этом отрезке, получаем:

$$P_{ef} = \frac{V_{ef}^2}{R} = \frac{V^2}{25R}$$

Отношение мощностей равно:

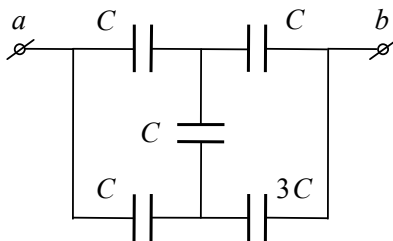
$$x = \frac{P}{P_{ef}} = \frac{6 \cdot 25}{5} = 30$$

Ответ:

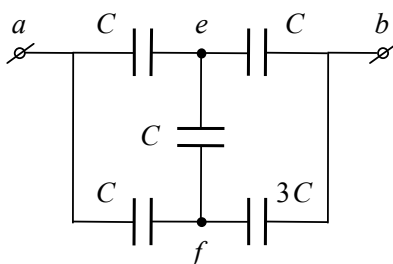
$$x = 30$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

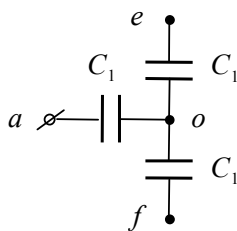
11.5/1. Четыре конденсатора ёмкостью C и один конденсатор ёмкостью $3C$ соединены в батарею, которая подключена к источнику постоянного напряжения за клеммы a и b . Найдите отношение $x = (C_0 - C)/C$, где C_0 – ёмкость батареи. Ответ округлите до сотых.



Возможное решение



Воспользуемся преобразованием треугольник–звезда. В рассматриваемой схеме имеются треугольники $ae f$ и $be f$. Это замкнутые контуры, которые присоединяются к остальной цепи за три узла, причём между любыми двумя узлами включен один конденсатор. Удобнее работать с треугольником $ae f$, поскольку он состоит из трёх одинаковых конденсаторов. Преобразуем этот треугольник в звезду.



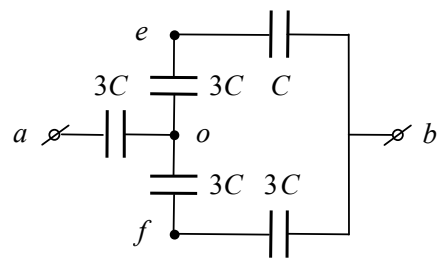
Очевидно, что все три конденсатора, входящие в состав звезды, имеют одну и ту же ёмкость C_1 . Для того чтобы её найти, представим себе, что треугольник подключён к источнику за точки a и e . В этом случае имеем два последовательно соединённых конденсатора в ветвях af и fe . К ним параллельно присоединён конденсатор в ветви ae . Эквивалентная ёмкость треугольника в этом случае равна $3C/2$. Если подключить к источнику звезду за те же точки, то будем иметь два последовательно соединённых конденсатора в ветвях ao и oe (конденсатор в ветви of не заряжен). Эквивалентная ёмкость звезды равна $C_1/2$. Приравнявая ёмкости треугольника и звезды, находим C_1 :

$$\frac{3C}{2} = \frac{C_1}{2} \quad \rightarrow \quad C_1 = 3C$$

Заменяя в исходной схеме треугольник $ae f$ звездой, приходим к эквивалентной схеме, ёмкость которой легко найти, пользуясь стандартными правилами сложения ёмкостей при параллельном и последовательном соединении конденсаторов. Для ёмкости батареи получаем:

$$C_0 = \frac{9C}{7}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля



Искомое отношение x равно:

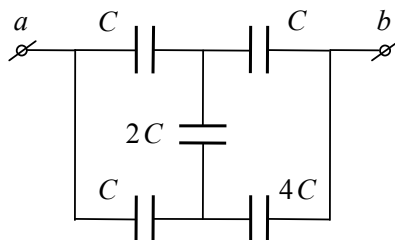
$$x = \frac{C_0 - C}{C} = \frac{2}{7} = 0,29$$

Ответ:

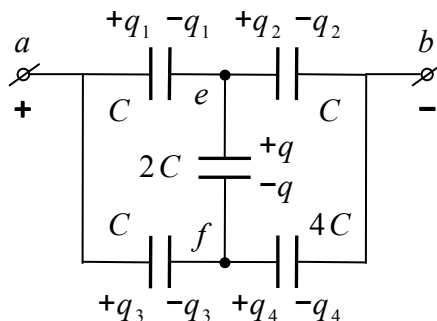
$$x = 0,29$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.5/2. Три конденсатора ёмкостью $C = 3$ мкФ, один конденсатор ёмкостью $2C$ и один конденсатор ёмкостью $4C$ соединены в батарею. Сначала все конденсаторы не заряжены, а затем батарею подключают к источнику постоянного напряжения $V = 12$ В за клеммы a и b . Найдите заряд q , который установится на конденсаторе ёмкостью $2C$. Ответ выразите в микрокулонах.



Возможное решение



Пусть положительный полюс батареи подключен к клемме a , а отрицательный к клемме b . Расставим заряды на обкладках конденсаторов. Три обкладки, соединённые в узле e , образуют изолированный проводник, полный заряд которого не меняется. Так как до подключения батареи заряды всех конденсаторов равнялись нулю, то

$$-q_1 + q_2 + q = 0$$

Для трёх обкладок, соединённые в узле f , имеем:

$$-q_3 + q_4 - q = 0$$

Приравняв нулю алгебраическую сумму напряжений в замкнутом контуре $ae fa$, получаем:

$$\frac{q_1}{C} + \frac{q}{2C} - \frac{q_3}{C} = 0 \quad \longrightarrow \quad 2q_1 + q - 2q_3 = 0$$

Кроме того, сумма напряжений на двух верхних и двух нижних конденсаторах равна V . Имеем ещё два уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{C} &= V \quad \longrightarrow \quad q_1 + q_2 = CV \\ \frac{q_3}{C} + \frac{q_4}{4C} &= V \quad \longrightarrow \quad 4q_3 + q_4 = 4CV \end{aligned}$$

Получилась система пяти линейных уравнений для пяти неизвестных зарядов. Последовательно исключая неизвестные, находим заряд q :

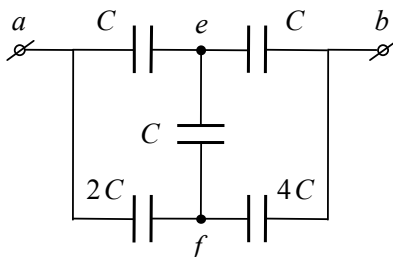
$$q = \frac{CV}{4} = 9 \text{ мкКл}$$

Ответ:

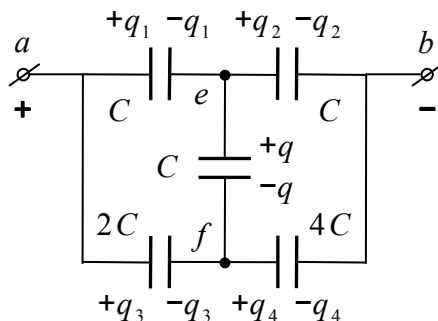
$$q = \frac{CV}{4} = 9 \text{ мкКл}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.5/3. Три конденсатора ёмкостью C , один конденсатор ёмкостью $2C$ и один конденсатор ёмкостью $4C$ соединены в батарее. Сначала все конденсаторы не заряжены, а затем батарею подключают к источнику постоянного напряжения $V_0 = 40$ В за клеммы a и b . Найдите напряжение V , которое установится на участке ef . Ответ выразите в вольтах.



Возможное решение



Пусть положительный полюс батареи подключен к клемме a , а отрицательный к клемме b . Расставим заряды на обкладках конденсаторов. Три обкладки, соединённые в узле e , образуют изолированный проводник, полный заряд которого не меняется. Так как до подключения батареи заряды всех конденсаторов равнялись нулю, то

$$-q_1 + q_2 + q = 0$$

Переходя от зарядов к напряжениям на конденсаторах, получаем:

$$-CV_1 + CV_2 + CV = 0 \quad \longrightarrow \quad -V_1 + V_2 + V = 0$$

Для трёх обкладок, соединённые в узле f , имеем:

$$-q_3 + q_4 - q = 0 \quad \longrightarrow \quad -2CV_3 + 4CV_4 - CV = 0 \quad \longrightarrow \quad -2V_3 + 4V_4 - V = 0$$

Приравняв нулю алгебраическую сумму напряжений в замкнутом контуре $ae fa$, получаем:

$$V_1 + V - V_3 = 0$$

Кроме того, сумма напряжений на двух верхних и двух нижних конденсаторах равна V_0 . Имеем ещё два уравнения:

$$V_1 + V_2 = V_0; \quad V_3 + V_4 = V_0$$

Получилась система пяти линейных уравнений для пяти неизвестных напряжений. Последовательно исключая неизвестные, находим напряжение V :

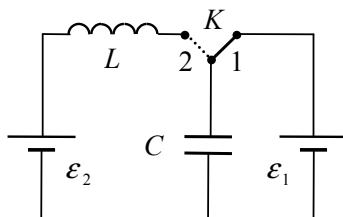
$$V = \frac{V_0}{10} = 4 \text{ В}$$

Ответ:

$$V = \frac{V_0}{10} = 4 \text{ В}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.6/1. Цепь состоит из ключа K , конденсатора ёмкостью $C = 0,9$ нФ, катушки индуктивностью $L = 36$ мкГн и двух батарей с эдс $\varepsilon_1 = 12$ В и $\varepsilon_2 = 9$ В. Пренебрегая излучением и сопротивлением всех элементов цепи, найдите максимальное значение I_m тока в катушке после перевода ключа из положения 1 в положение 2. Ответ выразите в миллиамперах.



Возможное решение

Когда ключ находится в положении 1, напряжение на конденсаторе равно ε_1 и заряд его верхней обкладки равен:

$$q_1 = C \varepsilon_1$$

После перевода ключа в положение 2 в левом контуре возникают электромагнитные колебания. Если пренебречь излучением и сопротивлением всех элементов цепи, то эти колебания будут незатухающими. Эдс самоиндукции, возникающая в катушке, пропорциональна скорости изменения тока:

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

В те моменты времени, когда ток максимален, скорость его изменения обращается в нуль. По этой причине эдс самоиндукции также равна нулю. В эти моменты напряжение на конденсаторе равно ε_2 и заряд его верхней обкладки равен:

$$q_2 = C \varepsilon_2$$

Рассмотрим баланс энергии в левом контуре:

$$A = \Delta W + \frac{LI_m^2}{2}$$

Здесь A — работа батареи ε_2 , ΔW — приращение энергии конденсатора. Через батарею в направлении действия её эдс прошёл заряд $(q_2 - q_1)$. Поэтому работа батареи равна:

$$A = (q_2 - q_1) \varepsilon_2 = C \varepsilon_2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$$

Обозначим через W_1 и W_2 начальную и конечную энергии конденсатора. Имеем:

$$W_1 = \frac{C\varepsilon_1^2}{2}; \quad W_2 = \frac{C\varepsilon_2^2}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{C(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2)}{2}$$

Из полученных соотношений находим максимальный ток через катушку:

$$\frac{LI_m^2}{2} = A - \Delta W = C \varepsilon_2 (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) - \frac{C(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2)}{2} = \frac{C(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2}{2}$$

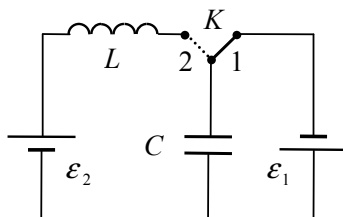
$$I_m = \sqrt{\frac{C}{L}} |\varepsilon_2 - \varepsilon_1| = 15 \text{ мА}$$

Ответ:

$$I_m = \sqrt{\frac{C}{L}} |\varepsilon_2 - \varepsilon_1| = 15 \text{ мА}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.6/2. Цепь состоит из ключа K , конденсатора ёмкостью $C = 0,2$ нФ, катушки индуктивностью $L = 50$ мкГн и двух батарей с эдс $\varepsilon_1 = 9$ В и $\varepsilon_2 = 4,5$ В. Пренебрегая излучением и сопротивлением всех элементов цепи, найдите максимальное значение I_m тока в катушке после перевода ключа из положения 1 в положение 2. Ответ выразите в миллиамперах.



Возможное решение

Когда ключ находится в положении 1, напряжение на конденсаторе равно ε_1 и заряд его верхней обкладки равен:

$$q_1 = -C \varepsilon_1$$

После перевода ключа в положение 2 в левом контуре возникают электромагнитные колебания. Если пренебречь излучением и сопротивлением всех элементов цепи, то эти колебания будут незатухающими. Эдс самоиндукции, возникающая в катушке, пропорциональна скорости изменения тока:

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

В те моменты времени, когда ток максимален, скорость его изменения обращается в нуль. По этой причине эдс самоиндукции также равна нулю. В эти моменты напряжение на конденсаторе равно ε_2 и заряд его верхней обкладки равен:

$$q_2 = +C \varepsilon_2$$

Рассмотрим баланс энергии в левом контуре:

$$A = \Delta W + \frac{LI_m^2}{2}$$

Здесь A — работа батареи ε_2 , ΔW — приращение энергии конденсатора. Через батарею в направлении действия её эдс прошёл заряд $(q_2 - q_1)$. Поэтому работа батареи равна:

$$A = (q_2 - q_1) \varepsilon_2 = C \varepsilon_2 (\varepsilon_2 + \varepsilon_1)$$

Обозначим через W_1 и W_2 начальную и конечную энергии конденсатора. Имеем:

$$W_1 = \frac{C\varepsilon_1^2}{2}; \quad W_2 = \frac{C\varepsilon_2^2}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{C(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2)}{2}$$

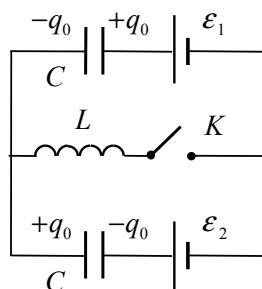
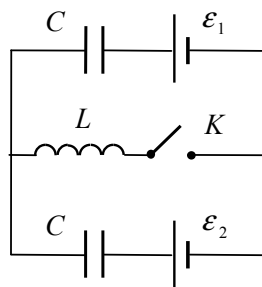
Из полученных соотношений находим максимальный ток через катушку:

$$\frac{LI_m^2}{2} = A - \Delta W = C \varepsilon_2 (\varepsilon_2 + \varepsilon_1) - \frac{C(\varepsilon_2^2 - \varepsilon_1^2)}{2} = \frac{C(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{2}$$

$$I_m = \sqrt{\frac{C}{L}} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 27 \text{ мА}$$

Ответ:

$$I_m = \sqrt{\frac{C}{L}} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 27 \text{ мА}$$



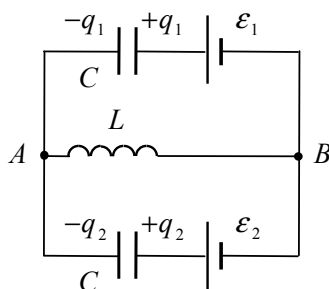
11.6/3. Цепь состоит из ключа K , катушки индуктивностью $L = 49$ мкГн, двух конденсаторов ёмкостью $C = 0,8$ нФ и двух батарей с эдс $\varepsilon_1 = 6$ В и $\varepsilon_2 = 4,5$ В. Пренебрегая излучением и сопротивлением всех элементов цепи, найдите максимальное значение I_m тока в катушке после замыкания ключа. Ответ выразите в миллиамперах.

Возможное решение

Найдём заряд конденсаторов в случае, когда ключ разомкнут. Две батареи, включенные навстречу друг другу, эквивалентны одной батарее с эдс $(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$. Два одинаковых конденсатора, соединённых последовательно, можно заменить одним конденсатором с ёмкостью $C/2$. Тогда начальный заряд конденсаторов q_0 равен:

$$q_0 = \frac{C(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2}$$

После замыкания ключа в цепи возникают электромагнитные колебания. Если пренебречь из-



лучением и сопротивлением всех элементов, то эти колебания будут незатухающими. Эдс самоиндукции, возникающая в катушке, пропорциональна скорости изменения тока:

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

В те моменты времени, когда ток максимален, скорость его изменения обращается в нуль. По этой причине эдс самоиндукции также равна нулю, потенциалы точек A и B совпадают, напряжение на верхнем конденсаторе равно ε_1 , а на нижнем ε_2 . Для зарядов на конденсаторах имеем:

$$q_1 = C \varepsilon_1; \quad q_2 = C \varepsilon_2$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

Рассмотрим баланс энергии в цепи:

$$A = \Delta W + \frac{LI_m^2}{2}$$

Здесь A — суммарная работа батарей, ΔW — приращение энергии конденсаторов. Через верхнюю батарею в направлении действия её эдс прошёл заряд $(q_1 - q_0)$. Работа этой батареи равна:

$$A_1 = (q_1 - q_0) \varepsilon_1 = \frac{C \varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2}$$

Через нижнюю батарею в направлении действия её эдс прошёл заряд $(q_2 + q_0)$. Для работы этой батареи имеем:

$$A_2 = (q_2 + q_0) \varepsilon_2 = \frac{C \varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2}$$

В сумме получаем:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{C (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{2}$$

Обозначим через W_1 и W_2 начальную и конечную энергии конденсаторов. Имеем:

$$W_1 = 2 \cdot \frac{q_0^2}{2C} = \frac{C (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}{4}; \quad W_2 = \frac{C (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{C (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4}$$

Из полученных соотношений находим максимальный ток через катушку:

$$\frac{LI_m^2}{2} = A - \Delta W = \frac{C (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{2} - \frac{C (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4} = \frac{C (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4}$$

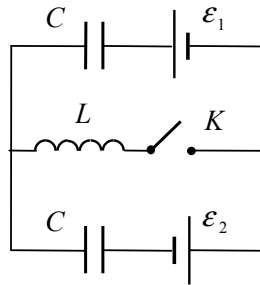
$$I_m = \sqrt{\frac{C}{2L}} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 30 \text{ мА}$$

Ответ:

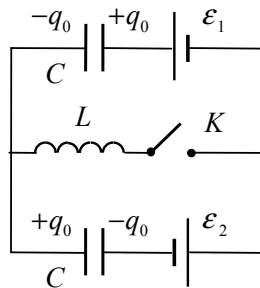
$$I_m = \sqrt{\frac{C}{2L}} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) = 30 \text{ мА}$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

11.6/4. Цепь состоит из ключа K , катушки индуктивностью $L = 25$ мкГн, двух конденсаторов ёмкостью $C = 1,8$ нФ и двух батарей с эдс $\varepsilon_1 = 9$ В и $\varepsilon_2 = 6$ В. Пренебрегая излучением и сопротивлением всех элементов цепи, найдите максимальное значение I_m тока в катушке после замыкания ключа. Ответ выразите в миллиамперах.



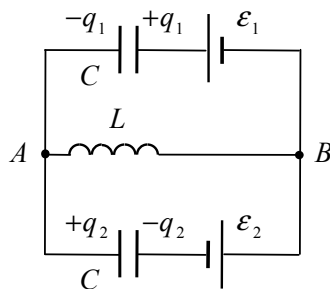
Возможное решение



Найдём заряд конденсаторов в случае, когда ключ разомкнут. Две батареи, включенные последовательно друг за другом, эквивалентны одной батарее с эдс $(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)$. Два одинаковых конденсатора, соединённых последовательно, можно заменить одним конденсатором с ёмкостью $C/2$. Тогда начальный заряд конденсаторов q_0 равен:

$$q_0 = \frac{C(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{2}$$

После замыкания ключа в цепи возникают электромагнитные колебания. Если пренебречь из-



лучением и сопротивлением всех элементов, то эти колебания будут незатухающими. Эдс самоиндукции, возникающая в катушке, пропорциональна скорости изменения тока:

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

В те моменты времени, когда ток максимален, скорость его изменения обращается в нуль. По этой причине эдс самоиндукции также равна нулю, потенциалы точек A и B совпадают, напряжение на верхнем конденсаторе равно ε_1 , а на нижнем ε_2 . Для зарядов на конденсаторах имеем:

$$q_1 = C \varepsilon_1; \quad q_2 = C \varepsilon_2$$

Олимпиада школьников «Курчатов» по физике – 2019
Интернет-этап, 4 февраля – 24 февраля

Рассмотрим баланс энергии в цепи:

$$A = \Delta W + \frac{LI_m^2}{2}$$

Здесь A — суммарная работа батарей, ΔW — приращение энергии конденсаторов. Через верхнюю батарею в направлении действия её эдс прошёл заряд $(q_1 - q_0)$. Работа этой батареи равна:

$$A_1 = (q_1 - q_0) \varepsilon_1 = \frac{C \varepsilon_1 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2}$$

Через нижнюю батарею против направления действия её эдс прошёл заряд $(q_0 - q_2)$. Для работы этой батареи имеем:

$$A_2 = -(q_0 - q_2) \varepsilon_2 = -\frac{C \varepsilon_2 (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2}$$

В сумме получаем:

$$A = A_1 + A_2 = \frac{C (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}{2}$$

Обозначим через W_1 и W_2 начальную и конечную энергии конденсаторов. Имеем:

$$W_1 = 2 \cdot \frac{q_0^2}{2C} = \frac{C (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2}{4}; \quad W_2 = \frac{C (\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2)}{2} \quad \rightarrow \quad \Delta W = W_2 - W_1 = \frac{C (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}{4}$$

Из полученных соотношений находим максимальный ток через катушку:

$$\frac{LI_m^2}{2} = A - \Delta W = \frac{C (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}{2} - \frac{C (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}{4} = \frac{C (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2}{4}$$

$$I_m = \sqrt{\frac{C}{2L}} |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| = 18 \text{ мА}$$

Ответ:

$$I_m = \sqrt{\frac{C}{2L}} |\varepsilon_1 - \varepsilon_2| = 18 \text{ мА}$$