Олимпиада «Курчатов»

2017–18 учебный год

Заключительный этап

7 класс

Задача 1

Условие

На графике представлена зависимость пройденного телом пути от его скорости. Определите среднюю скорость движения тела на всём пути.

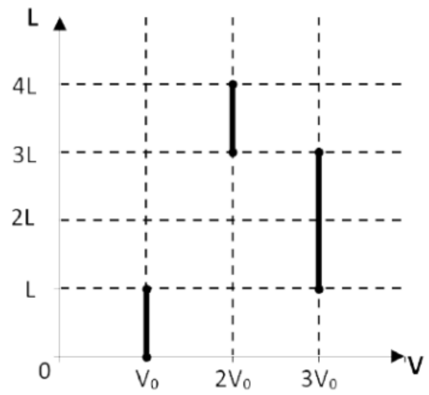


Рис. к задаче 1

Возможное решение

Запишем формулу для средней скорости:

$$v_{\text{ср}} = \frac{4L}{t_1 + t_2 + t_3} \quad (1)$$

В нашем случае: $t_1 = \frac{L}{v_0}$, $t_2 = \frac{2L}{3v_0}$, $t_3 = \frac{L}{2v_0}$. Подставляя данные в формулу (1), окончательно получим: $v_{\text{ср}} = \frac{24}{13} v_0$

Критерии оценивания

Записана формула для средней скорости – 1 балл
Определены интервалы пути – 1 балл
Посчитано время движения – 1 балл
Подставлены значения в формулу для средней скорости и получен правильный ответ – 2 балла.

Любое верное решение оценивается в пять баллов.

Задача 2

Условие

Отличник Вася и троечник Петя собирали модели роботов. Петя собрал свою модель таким образом, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, а плотность головы в пять раз больше плотности оставшейся части тела. Вася собрал свою модель так, что объём тела (без головы) в двадцать раз больше объёма головы, но плотность головы в пятьдесят раз больше плотности оставшейся части тела. Во сколько раз плотность Васиного робота больше плотности робота Пети?

Возможное решение

Запишем формулу для определения плотности тела. В случае робота Васи:

$\rho_{\text{в}} = \frac{m_{\text{т}}+m_{\text{г}}}{V_{\text{т}}+V_{\text{г}}} = \frac{\rho_{\text{т}}20V_{\text{г}}+50\rho_{\text{т}}V_{\text{г}}}{21V_{\text{г}}} = \frac{70}{21}\rho_{\text{т}}.$

Для Петиного робота:

$\rho_{\text{п}} = \frac{m_{\text{т}}+m_{\text{г}}}{V_{\text{т}}+V_{\text{г}}} = \frac{\rho_{\text{т}}20V_{\text{г}}+5\rho_{\text{т}}V_{\text{г}}}{21V_{\text{г}}} = \frac{25}{21}\rho_{\text{т}}.$

Окончательно найдём:

$$\frac{\rho_{\text{в}}}{\rho_{\text{п}}} = 2{,}8$$

Критерии оценивания

Определена плотность Васиного робота – 1 балл
Определена плотность Петиного робота – 1 балл
Получен правильный ответ – 3 балла.

Задача 3

Условие

Богатырь Илья собрал специальный эспандер для тренировок, жёсткости пружин указаны на рисунке. Во сколько раз жёсткость такого эспандера больше жёсткости эспандера, в котором все пружины соединены последовательно? Как необходимо соединить пружины, чтобы жесткость была максимальной? Считать, что k_1=100 Н/м, k_2=200 Н/м, k_3=300 Н/м.

Возможное решение

Данную систему можно представить, как три пружины различной жёсткости соединённых последовательно. Таким образом, справедлива следующая формула:

$$\frac{1}{k_{\text{эсп}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2'} + \frac{1}{k_3'}$$

Где $k_2' = 2k_2$ $k_3' = 3k_3$. Получим значение для $k_{\text{эсп}} = \frac{3600}{49}\frac{\text{Н}}{\text{м}}$.

Если все пружины соединить последовательно, то

$$\frac{1}{k_{\text{посл}}} = \frac{1}{k_1} + \frac{2}{k_2} + \frac{3}{k_3}$$

Значит $k_{\text{посл}} = \frac{100}{3}\frac{\text{Н}}{\text{м}}$, окончательно получаем – $\frac{k_{\text{эсп}}}{k_{\text{посл}}} = \frac{108}{49}$.

Максимальная жёсткость будет в том случае, если все пружины соединить параллельно друг другу.

Критерии оценивания

Посчитаны жёсткости составных частей эспандера – 1 балл
Определена жёсткость эспандера – 1 балл
Вычислена жёсткость пружин в случае их последовательного соединения – 1 балл
Найдено отношение жёсткостей систем пружин – 1 балл
Сказано, в каком случае жёсткость будет максимальной – 1 балл.

Задача 4

Условие

Медный кубик с длиной ребра 20 см плавает в сосуде с ртутью. Затем в этот сосуд наливают воду вровень с верхней гранью кубика. Найдите высоту установившегося слоя воды. Плотность меди $\rho_м$=8900кг/м^3, плотность ртути $\rho_{рт}$=13600кг/м^3, плотность воды $\rho_в$=1000кг/м^3

Возможное решение

Так как кубик находится в равновесии, то сила тяжести уравновешивается силами Архимеда, действующими вверх. Обозначим длину ребра кубика через a, площадь основания – S.

Запишем условие, при котором кубик находится в равновесии:

$$\rho_м gas = \rho_{рт} gs(a - h_в) + \rho_в gsh_в$$

Выразим искомую величину: $h_в = \frac{\rho_{рт}-\rho_м}{\rho_{рт}-\rho_в} a$, подставляя численные данные, получим $h_в \approx$ 7,5 см.

Критерии оценивания

Обосновано условие равновесия – 1 балл
Верно записано выражение для условия равновесия – 1 балл
Верно произведены преобразования – 2 балл
Получен правильный ответ – 1 балл

Задача 5

Условие

Перед вами карта Крыма, площадь Крыма составляет 27 000 км^2. Воспользовавшись картой, определите приблизительное расстояние в километрах между городами Красноперекопск и Бахчисарай.

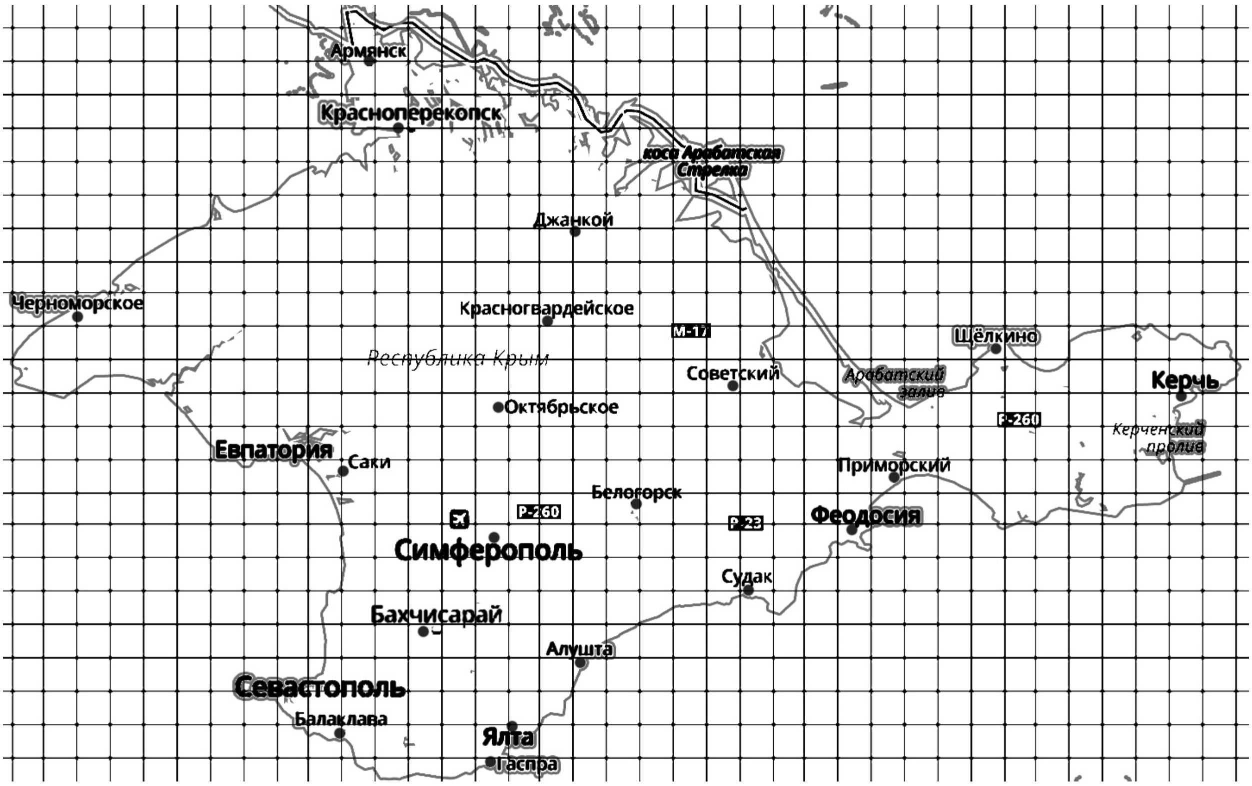


Рис. к задаче 5

Возможное решение

Для определения площади одного квадратика воспользуемся формулой палетки:

$S = (a + 0{,}5b)c$, где a – количество целых клеточек, b – количество нецелых клеток попавших на карту Крыма, c – площадь одной клетки.

Приблизительные вычисления дают следующий результат:

a=250; b=50. Зная площадь Крыма, определяем значение c=98 км^2. Посчитав, что от Красноперекопска до Бахчисарая 15 клеток в длину (практически по прямой), определим расстояние L по формуле: $L = 15\sqrt{c} \approx 148{,}5$ км.

Критерии оценивания

Используется метод палетки – 2 балла
Определена площадь одной клетки (с точностью до 10%) – 1 балл
Записана формула для искомой величины – 1 балл
Получен верный ответ (с точностью до 10 %) – 1 балл

Олимпиада «Курчатов»

2017–18 учебный год

Заключительный этап

8 класс

Задача 1

Условие

Перед вами карта Крыма. Площадь Крыма составляет 27 000 км^2. Воспользовавшись картой, определите приблизительное расстояние в километрах между городами Красноперекопск и Бахчисарай.

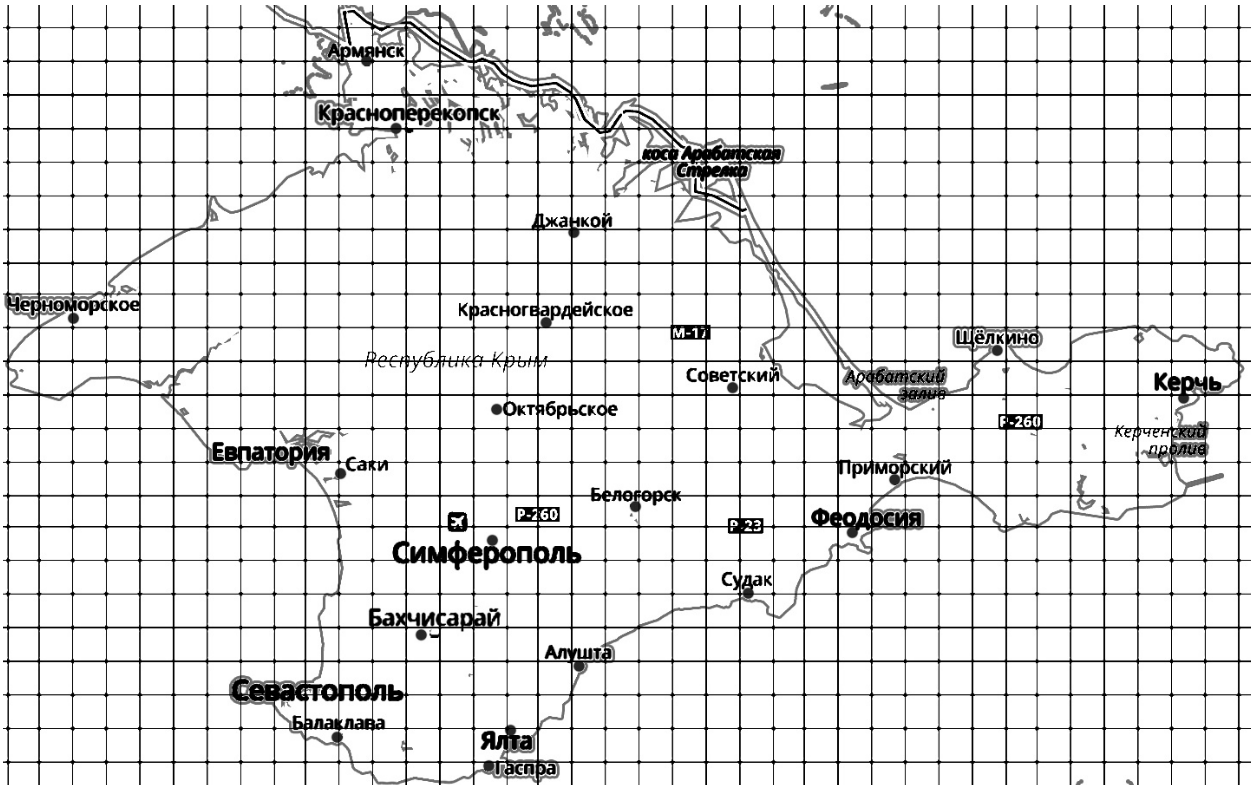


Рис. к задаче 1

Возможное решение

Для определения площади одного квадратика воспользуемся формулой палетки:

$S = (a + 0{,}5b)c$, где a – количество целых клеточек, b – количество нецелых клеток попавших на карту Крыма, c – площадь одной клетки.

Приблизительные вычисления дают следующий результат:

a=250; b=50. Зная площадь Крыма, определяем значение c=98 км^2. Посчитав, что от Красноперекопска до Бахчисарая 15 клеток в длину (практически по прямой), определим расстояние L по формуле: $L = 15\sqrt{c} \approx 148{,}5$ км.

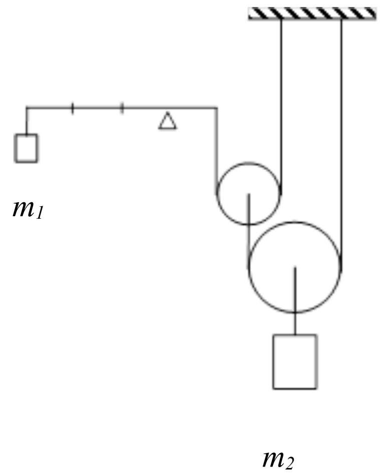
Критерии оценивания

Используется метод палетки – 2 балла
Определена площадь одной клетки (с точностью до 10%) – 1 балл
Записана формула для искомой величины – 1 балл
Получен верный ответ (с точностью до 10 %) – 1 балл

Задача 2

Условие

На рисунке приведена конструкция, состоящая из простых механизмов. Определите, чему должна быть равна масса груза m_2, для того чтобы система находилась в равновесии, если масса груза m_1= 1 кг?



Возможное решение

Запишем правило моментов для нашей системы, учитывая, что данная система блоков даёт выигрыш в силу в 4 раза.

$3am_1g = a\frac{m_2g}{4}$, где а – длина единичного отрезка.

Решая данное уравнение, получим $m_2 = 12\ m_1 = 12$ кг.

Рис. к задаче 2

Критерии оценивания

Записано правило моментов – 2 балла
Определён выигрыш в силе – 1 балл
Получено окончательное выражение для искомой величины и дан верный ответ – 2 балла

Задача 3

Условие

Два школьника создали модели электромобилей с одинаковыми двигателями и пустили их по трассе. Первый электромобиль, двигаясь из состояния покоя, проехал расстояние L за время τ, второй электромобиль проехал расстояние 2L, за время 2τ, также покоившись до начала движения. Найдите отношение масс электромобилей, если известно, что каждый из них, всё время увеличивал свою скорость равномерно.

Возможное решение

Так как двигатели одинаковы: $m_1a_1 = m_2a_2$, с учётом того что тела двигались из состояния покоя, запишем $\frac{m_1 2L}{\tau^2} = \frac{m_2 4L}{4\tau^2}$, таким образом окончательно получаем: $\frac{m_2}{m_1} = 2$.

Критерии оценивания

Сделан верный вывод про одинаковые мощности – 1 балл
Верно записано выражение для масс и ускорений электромобилей – 1 балл
Показана связь ускорений и пройденных путей – 1 балл
Получен верный ответ – 2 балла.

Задача 4

Условие

Алюминиевый куб с длиной ребра **а** нагрели до температуры t_1= 180 ^{0}C и положили на стол, не проводящий тепло, в большой комнате. Одновременно с этим, рядом на соседний такой же стол, положили алюминиевый куб с длиной ребра 2**а,** который был нагрет до 200 ^{0}C. Через какое-то время маленький куб остыл до температуры 120 ^{0}C. Какая температура будет в этот момент времени у большого кубика?

Возможное решение

Запишем мощность теплопотерь для каждого из кубов:

Для малого куба - $P_1 = \alpha \Delta t_1 5a^2$, где а – длина стороны квадрата.

Для большого куба - $P_2 = \alpha \Delta t_2 20a^2$, так как комната большая то P_1=P_2, приравнивая и подставляя численные данные находим искомую величину t_{2k}=185 ^{0}C.

Критерии оценивания

Высказано предположение о мощности теплопотерь – 1 балл
Записана зависимость связанная с разностью температур – 1 балл
Проделана процедура приравнивания мощностей – 2 балла
Получен верный ответ – 1 балл

Задача 5

Условие

На изображенной схеме сопротивления всех резисторов одинаковы и равны по 10 Ом каждый. Определите показания амперметра, считая его идеальным. Напряжение источника 30 В.

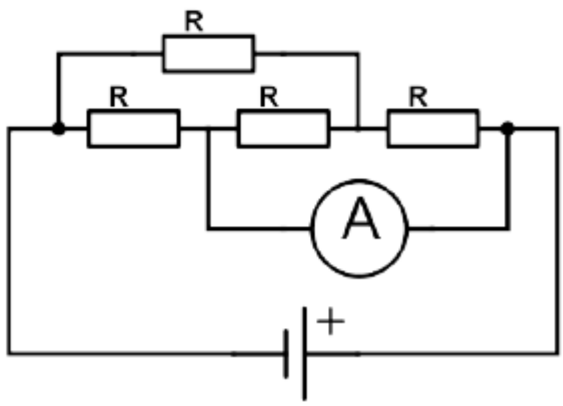


Рис. к задаче 5

Возможное решение

Так как амперметр идеальный, то его сопротивлением можно пренебречь. Сопротивление эквивалентной цепи будет составлять 6 Ом. Из закона Ома найдём общую силу тока $I_{общ}$=5А. Сила тока, протекающая через резистор подключенный ко всем остальным параллельно составляет 3 А. Учитывая, что все резисторы одинаковы, сила тока протекающая через крайний правый резистор 1 А, следовательно, показания амперметра составят: $I_{\text{А}} = I_{\text{общ}} - I_1 = 4A$.

Критерии оценивания

Учтена идеальность амперметра – 1 балл
Приведена эквивалентная схема – 2 балла
Произведён расчёт токов – 1 балл
Получен верный ответ – 1 балл

Олимпиада «Курчатов»

2017–18 учебный год

Заключительный этап

9 класс

Задача 1

Условие

Тело свободно падает без начальной скорости с некоторой высоты H и за последнюю секунду своего падения проходит путь в 3 раза больший, чем за всё остальное время падения. Вычислите высоту H. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10\ \text{м/с}^2$, сопротивление воздуха не учитывайте.

Возможное решение

Путь, пройденный телом за последнюю секунду, как следует из условия, равен $\frac{3}{4}H$, а перед этим пройден путь $\frac{1}{4}H$. Пусть t — полное время падения, а $\tau = 1$ с. Тогда $H = gt^2/2$, $\frac{1}{4}H = g(t-\tau)^2/2$. Получаем

$$gt^2 = 4g(t-\tau)^2, \quad \text{откуда} \quad t = 2\tau = 2\ \text{с}.$$

Окончательно,

$$H = \frac{gt^2}{2} = 20\ \text{м}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильно записан закон движения при свободном падении .... 2 балла
Получено выражение для пути за последнюю секунду или для пути за всё время, кроме последней секунды .... 1 балл
Записан правильный ответ .... 2 балла

Задача 2

Условие

Один конец лёгкого упругого жгута закреплён, а к другому привязан груз массой $m = 2$ кг, который движется в горизонтальной плоскости по окружности вокруг закреплённого конца жгута, совершая 90 оборотов в минуту. Коэффициент жёсткости жгута $k = 700$ Н/м, его длина в недеформированном состоянии 1 см.

1. Рассчитайте угловую скорость ω груза.
2. Найдите длину жгута l.

Возможное решение

Частота обращения $\nu = 90\ \text{мин}^{-1} = 1{,}5$ Гц, угловая скорость

$$\omega = 2\pi\nu \approx 9{,}4\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на ось, направленную вдоль жгута к неподвижному концу:

$$k(l - l_0) = m\omega^2 l, \quad \text{откуда} \quad l = \frac{k}{k - m\omega^2} l_0 \approx 1{,}34 \text{ см.}$$

Критерии оценивания
Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильно вычислена угловая скорость.. 1 балл
Правильно применён закон Гука .... 1 балл
Правильно записан второй закон Ньютона .... 1 балл
Получен верный ответ.. 2 балла

Задача 3

Условие
Сплошной однородный цилиндр из материала с плотностью $\rho = 900$ кг/м^3 плавает в сосуде, заполненном двумя несмешивающимися жидкостями (рис. 1). Плотности жидкостей $\rho_1 = 1000$ кг/м^3 и $\rho_2 = 800$ кг/м^3, верхняя грань цилиндра параллельна уровню жидкости и выступает над ним на $a = 1$ см. Высота цилиндра $h = 12$ см. Найдите толщину x слоя верхней жидкости.

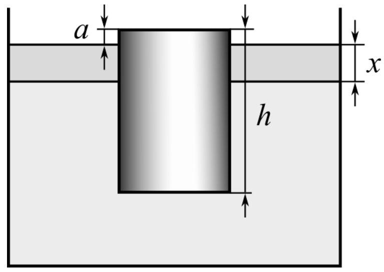


Рис. 1

Возможное решение
Сверху в сосуде будет находиться жидкость с меньшей плотностью ρ_2. Пусть площадь поперечного сечения цилиндра равна S, тогда объём цилиндра равен Sh, объём части, погруженной в верхнюю жидкость, равен Sx, объём части, погруженной в нижнюю жидкость, равен $S(h - a - x)$. Запишем условие плавания цилиндра:

$$\rho g S h = \rho_1 g S(h - a - x) + \rho_2 g S x, \quad \text{откуда} \quad x = \frac{(\rho_1 - \rho)h - \rho_1 a}{\rho_1 - \rho_2} = 1 \text{ см.}$$

Критерии оценивания
Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Из решения явно видно, что сверху жидкость с плотностью ρ_2 .... 2 балла
(если жидкости перепутаны, баллы не ставятся только в этом пункте)
Правильно использован закон Архимеда .... 1 балл
Записано условие плавания... 1 балл
Получен ответ .... 1 балл

Задача 4

Условие
В калориметре смешали $m_1 = 100$ г воды, имеющей температуру $t_1 = 20$ °C, и $m_2 = 50$ г воды, имеющей температуру $t_2 = 50$ °C. Найдите температуру t_3 смеси. Сколько ещё воды, взя-

той при температуре $t_4 = 60$ °C нужно долить в калориметр, чтобы в нём установилась температура $t_5 = 40$ °C? Потерями тепла можно пренебречь.

Возможное решение

Пусть c — удельная теплоёмкость воды. Запишем уравнение теплового баланса для первого случая:

$$cm_1(t_3 - t_1) = cm_2(t_2 - t_3), \quad \text{откуда} \quad t_3 = 30\ °\text{C}.$$

Найдём массу воды m_3, которую необходимо долить:

$$c(m_1 + m_2)(t_5 - t_3) = cm_3(t_4 - t_5), \quad \text{откуда} \quad m_3 = 75\ \text{г}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Уравнение теплового баланса в первом случае .... 1 балл
Найдена t_3 .... 1 балл
Уравнение теплового баланса во втором случае .... 2 балла
Найдена m_3 .... 1 балл

Задача 5

Условие

Из идеального диода D и двух резисторов собрана электрическая цепь, схема которой показана на рисунке 2. Школьник Иннокентий измерил с помощью омметра сопротивление между клеммами A и B. Прибор показал значение 30 кОм. Затем Иннокентий изменил полярность подключения омметра и вновь измерил сопротивление между A и B. В этот раз прибор показал сопротивление 12 кОм. Помогите Иннокентию вычислить сопротивления резисторов R_1 и R_2.

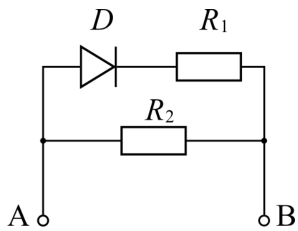


Рис. 2

Возможное решение

Показания прибора при первом измерении оказываются больше, чем при втором, потому что в первый раз диод был закрыт и прибор показал сопротивление резистора R_2. То есть $R_2 = 30$ кОм. Во второй раз диод открылся и омметр показал сопротивление двух резисторов, соединённых параллельно:

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 12\ \text{кОм}, \quad \text{откуда} \quad R_1 = 20\ \text{кОм}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Указано, что изначально диод закрыт, а затем открыт .... 2 балла
Найдено сопротивление R_2 .... 1 балл
Найдено сопротивление R_1 .... 2 балла

Олимпиада «Курчатов»

2017–18 учебный год

Заключительный этап

10 класс

Задача 1

Условие

Один конец лёгкого упругого жгута закреплён, а к другому привязан груз, который движется в горизонтальной плоскости по окружности вокруг закреплённого конца жгута, совершая 30 оборотов в минуту, при этом жгут имеет длину $l_1 = 80$ см. После того, как угловую скорость вращения груза увеличили в 2 раза, жгут растянулся до длины $l_2 = 140$ см. Коэффициент жёсткости жгута $k = 632$ Н/м.

1. Рассчитайте начальную угловую скорость вращения ω.
2. Рассчитайте длину жгута l_0 в недеформированном состоянии.
3. Найдите массу m груза.

Возможное решение

Частота обращения $\nu = 30$ мин$^{-1} = 0{,}5$ Гц, угловая скорость

$$\omega = 2\pi\nu \approx 3{,}14\ \frac{\text{рад}}{\text{с}}.$$

Запишем второй закон Ньютона для груза в проекции на ось, направленную вдоль жгута к закреплённому концу, в двух случаях (до и после увеличения угловой скорости):

$$\begin{cases} k(l_1 - l_0) = m\omega^2 l_1, \\ k(l_2 - l_0) = m(2\omega)^2 l_2; \end{cases}$$

Разделив второе уравнение системы на первое, получим

$$\frac{l_2 - l_0}{l_1 - l_0} = 4\frac{l_2}{l_1}, \quad \text{откуда} \quad l_0 = \frac{3l_1 l_2}{4l_2 - l_1} = 70 \text{ см}.$$

Из первого уравнения системы

$$m = \frac{k(l_1 - l_0)}{\omega^2 l_1} \approx 8{,}0 \text{ кг}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильно вычислена угловая скорость.. 1 балл
Правильно применён закон Гука .... 1 балл
Правильно записан второй закон Ньютона .... 1 балл
Найдена l_0 .... 1 балл
Найдена m .... 1 балл

Задача 2

Условие

Два одинаковых груза массой $m = 100$ г каждый соединены лёгкой вертикальной пружиной. Жёсткость пружины $k = 50$ Н/м. Изначально верхний груз удерживают неподвижно, и система находится в равновесии. Затем верхний груз отпускают. Определите начальное удлинение x_1 пружины; максимальное удлинение x_2 пружины в процессе движения. Ускорение свободного падения примите равным $g = 10$ м/с^2.

Возможное решение

Сила упругости пружины в начальный момент уравновешивала силу тяжести, действующую на нижний груз:

$$kx_1 = mg, \quad \text{откуда} \quad x_1 = \frac{mg}{k} = 2 \text{ см}.$$

Центр масс системы движется равноускорено с ускорением g. Пусть через время t после начала движения удлинение пружины максимально. В этот момент скорости грузов должны быть равны: $v_1 = v_2 = v = gt$. Центр масс за это время опустится на $gt^2/2$, верхний груз на $gt^2/2 + x_1 - x_2$, нижний груз на $gt^2/2 - x_1 + x_2$. Запишем закон сохранения механической энергии:

$$mg\left(\frac{gt^2}{2} - x_1 + x_2\right) + mg\left(\frac{gt^2}{2} + x_1 - x_2\right) + \frac{kx_1^2}{2} = \frac{2m(gt)^2}{2} + \frac{kx_2^2}{2}.$$

Отсюда

$$x_2 = x_1 = 2 \text{ см}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Найдено x_1 .... 1 балл
Указано, что в момент, когда удлинение пружины максимально, скорости грузов равны между собой .... 1 балл
Указано, что центр масс движется с постоянным ускорением .... 1 балл
Записан закон сохранения механической энергии .... 1 балл
Найдено x_2 .... 1 балл

Задача 3

Условие

Два заряженных металлических шарика отталкиваются друг от друга с силой 3 мН. После того, как каждому шарику, не меняя расстояние между ними, сообщили дополнительный заряд +0,2 мкКл, шарики вновь стали отталкиваться с силой 3 мН. Затем шарики привели в контакт, после чего вновь расположили на том же расстоянии друг от друга, и снова оказалось, что шарики отталкиваются с силой 3 мН. Найдите исходные заряды шариков и расстояние между ними. Форма и размеры шариков одинаковы, размеры шариков много меньше расстояния между ними. Постоянная в законе Кулона $k \approx 9 \cdot 10^9$ (Н $\cdot$ м^2)/Кл^2.

Возможное решение

Пусть исходные заряды шариков равны q_1 и q_2, а изменение зарядов шариков $\Delta q = +0{,}2$ мкКл. После изменения зарядов шариков сила взаимодействия не изменилась, следовательно

$$q_1 q_2 = (q_1 + \Delta q)(q_2 + \Delta q), \quad \text{откуда} \quad q_1 + q_2 = -\Delta q.$$

Шарики одинаковые, поэтому после контакта заряды на шариках должны быть одинаковы и равны q. По закону сохранения заряда $2q = q_1 + q_2 = -\Delta q$. Приравняем силы взаимодействия в первом и третьем случае: $q_1 q_2 = q^2 = \frac{1}{4}\Delta q^2$, а с учётом $q_2 = -\Delta q - q_1$, получаем

$$q_1 = -\frac{\Delta q}{2} = -0{,}1 \text{ мкКл}, \quad q_2 = -\frac{\Delta q}{2} = -0{,}1 \text{ мкКл}.$$

По закону Кулона

$$k\frac{q_1 q_2}{r^2} = k\frac{\Delta q^2}{4r^2} = 3 \text{ мН}.$$

Расстояние между шариками

$$r = \frac{\Delta q}{2}\sqrt{\frac{k}{3 \text{ мН}}} \approx 17 \text{ см}.$$

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Правильное использование закона Кулона .... 1 балл
Получено уравнение $q_1 + q_2 = -\Delta q$ .... 1 балл
Использование закона сохранения заряда .... 1 балл
Найдены исходные заряды .... 1 балл
Найдено расстояние .... 1 балл

Задача 4

Условие

Герметичный цилиндрический сосуд расположен горизонтально и разделён на две части лёгким теплонепроницаемым поршнем, свободно перемещающимся без трения. Боковые стенки сосуда теплоизолированы, а через торцы возможна теплопередача. В обоих частях сосуда находится идеальный газ, начальная температура и давление равны T_0 и p_0 соответственно, начальный объём левой части сосуда равен V_0, правой части — $2V_0$. Газ слева от поршня начинают нагревать через левый торец, а газ справа от поршня свободно обменивается теплом с окружающей средой, температура которой остаётся постоянной и равной T_0 (рис. 1). Постройте на pV-диаграмме график процесса, происходящего с газом в левой части сосуда. Приведите необходимые пояснения.

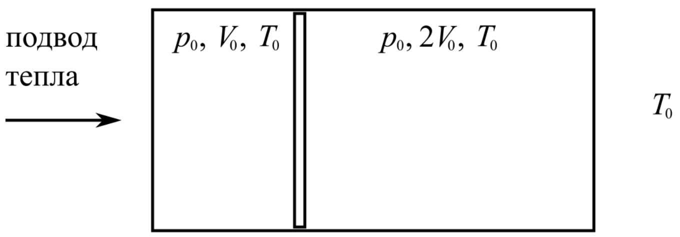
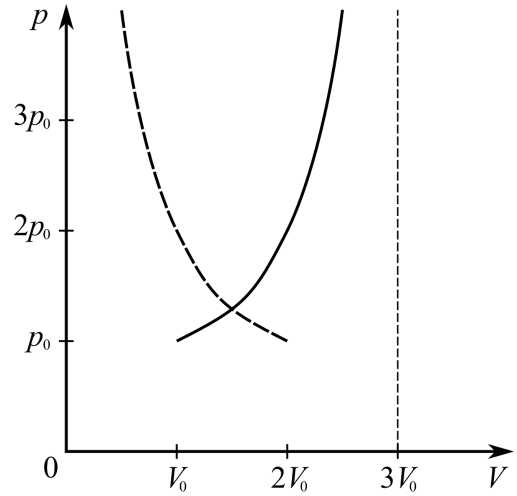


Рис. 1

Возможное решение

Поскольку поршень может свободно двигаться вдоль цилиндра, давление в левой и правой части цилиндра всегда будет одинаково. Газ в правой части сосуда сжимают при постоянной температуре T_0. Процессу, совершаемому над этим газом, соответствует изотерма, показанная пунктиром на рисунке:



На сколько уменьшается объём газа в правой части сосуда, на столько же увеличивается объём газа в левой части сосуда. Поэтому на pV-диаграмме график процесса, совершаемого над газом в левой части сосуда, получается из изотермы для газа в правой части отражением относительно вертикальной прямой. Итак, искомый график начинается в точке $(p_0; V_0)$ и показан сплошной линией на рисунке. Данный график имеет вертикальную асимптоту $V = 3V_0$.

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Указано, что давление в левой и в правой части сосуда всегда одинаково .... 1 балл
Используется постоянство температуры в правой части сосуда .... 1 балл
Используется связь объёмов .... 1 балл
Указано, что искомый график – это изотерма, отражённая относительно вертикальной прямой .... 1 балл
Правильно построен график .... 1 балл

Задача 5

Условие

Из четырёх резисторов и идеального диода собрана электрическая цепь, схема которой показана на рисунке 2. Сопротивление $R = 10$ кОм. Определите силу тока, который будет протекать через диод, если к клеммам A и B подключить идеальный источник напряжения $U = 10$ В.

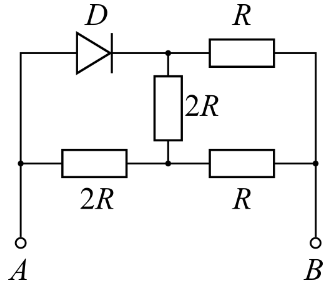
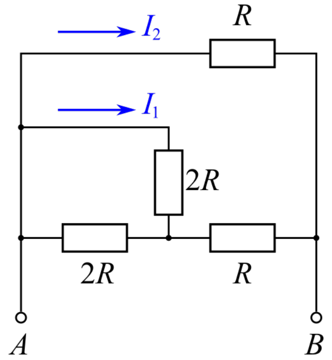


Рис. 2

Возможное решение

В зависимости от полярности подключения источника диод может быть либо закрыт, либо открыт. В случае, когда диод закрыт, сила тока через него равна нулю. Рассмотрим второй случай, когда диод открыт. Поскольку диод идеальный, в эквивалентной схеме его можно убрать:



Сила тока, текущего через диод, равна $I = I_1 + I_2$. По закону Ома:

$$I_2 = \frac{U}{R} = 1 \text{ мА},$$

$$I_1 = \frac{(U/2)}{2R} = 0{,}25 \text{ мА}.$$

Окончательно, $I = 1{,}25$ мА.

Критерии оценивания

Правильное решение оценивается в 5 баллов независимо от выбранного участником метода.

Рассмотрен случай, когда диод закрыт .... 1 балл
Приведена правильная эквивалентная схема .... 1 балл
На эквивалентной схеме указаны токи, в сумме составляющие ток через диод .... 1 балл
Найдены необходимые силы токов через резисторы .... 1 балл
Получен ответ .... 1 балл

1. На горизонтальной подставке лежит груз, прикрепленный к потолку вертикальной нерастянутой пружиной. Подставка начинает опускаться вниз с постоянным ускорением $a = 2\,g/5$, g — ускорение свободного падения. Найдите, за какой промежуток времени τ после отрыва груза от подставки пружина растянется на максимальную длину. Известен период T свободных колебаний груза на пружине.

Решение

Рассмотрим сначала движение груза вместе с подставкой. Направим ось x вниз и будем отсчитывать координату груза от начального положения, в котором пружина не растянута. За начало отсчёта времени выберем момент начала движения. Запишем для груза второй закон Ньютона в проекции на ось x:

$$ma = mg - kx - N\,,$$

m — масса груза, k — жёсткость пружины, N — сила нормальной реакции, лейстующая со стороны подставки. Пусть x_0 — координата груза в момент отрыва от подставки. Учитывая, что в этот момент сила N обращается в нуль, получаем:

$$ma = mg - k\,x_0 \quad\longrightarrow\quad x_0 = \frac{m}{k}\,(\,g - a\,) = \frac{g-a}{\omega^2}\,,$$

$\omega = \sqrt{k/m}$ — частота свободных колебаний груза на пружине. Найдём скорость V_0, которую имеет груз в момент отрыва:

$$V_0 = a\,t\,,\quad x_0 = \frac{a\,t^2}{2} \quad\longrightarrow\quad x_0 = \frac{V_0^2}{2\,a} \quad\longrightarrow\quad V_0 = \sqrt{2a\,x_0} = \frac{\sqrt{2a\,(\,g-a\,)}}{\omega}\,.$$

После отрыва груз совершает гармонические колебания с частотой ω. Найдём координату положения равновесия x_p:

$$k\,x_p = mg \quad\longrightarrow\quad x_p = \frac{mg}{k} = \frac{g}{\omega^2}\,.$$

Для описания колебаний введём новую координату y, отсчитанную от положения равновесия:

$$y = x - x_p\,.$$

Время будем отсчитывать от момента отрыва. Начальное значение координаты y равно:

$$y_0 = x_0 - x_p = \frac{g-a}{\omega^2} - \frac{g}{\omega^2} = -\frac{a}{\omega^2}\,.$$

Начальная скорость груза равна V_0. Зависимости от времени координаты и скорости груза при колебаниях определяются соотношениями:

$$\begin{aligned} y &= A\sin(\,\omega\,t + \varphi\,)\,,\\ V_y &= \omega\,A\cos(\,\omega\,t + \varphi\,)\,, \end{aligned}$$

A — амплитуда колебаний (положительная величина), φ — начальная фаза. Полагая $t = 0$, получаем:

$$\begin{aligned} y_0 &= A\sin\varphi\,,\\ V_0 &= \omega\,A\cos\varphi\,. \end{aligned}$$

Так как $y_0 < 0$, то угол φ лежит в четвёртой четверти. Выразим его через арктангенс:

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega\, y_0}{V_0} = -\frac{a}{\sqrt{2a\,(\,g-a\,)}} = -\sqrt{\frac{a}{2\,(\,g-a\,)}} \quad \longrightarrow \quad \varphi = -\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a}{2\,(\,g-a\,)}}\,.$$

В момент времени τ, когда пружина растянута на максимальную длину, скорость груза обращается в нуль:

$$V_y = 0 \quad \longrightarrow \quad \cos\,(\,\omega\,\tau + \varphi\,) = 0 \quad \longrightarrow \quad \omega\,\tau + \varphi = \frac{\pi}{2} \quad \longrightarrow \quad \tau = \frac{1}{\omega}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right).$$

Полагая $\omega = 2\pi/T$, получаем:

$$\tau = \frac{T}{2\,\pi}\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) = \frac{T}{4} + \frac{T}{2\,\pi}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a}{2\,(\,g-a\,)}}\,.$$

Этот результат можно получить по-другому, представив τ виде:

$$\tau = \tau\,' + \frac{T}{4}\,,$$

где $\tau\,'$ — время движения от момента отрыва до положения равновесия, $T/4$ — время движения от положения равновесия до момента максимального удлинения пружины. Для $\tau\,'$ имеем:

$$y = 0 \quad \longrightarrow \quad \sin\,(\,\omega\,\tau\,' + \varphi\,) = 0 \quad \longrightarrow \quad \omega\,\tau\,' + \varphi = 0 \quad \longrightarrow \quad \tau\,' = -\frac{\varphi}{\omega} = \frac{T}{2\,\pi}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a}{2\,(\,g-a\,)}}\,.$$

При $a = 2\,g/5$ результат для τ упрощается:

$$\tau = \frac{T}{4} + \frac{T}{2\,\pi}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{T}{4} + \frac{T}{2\,\pi}\cdot\frac{\pi}{6} = \frac{T}{3}$$

Ответ:

$$\tau = \frac{T}{4} + \frac{T}{2\,\pi}\operatorname{arctg}\sqrt{\frac{a}{2\,(\,g-a\,)}} = \frac{T}{3}$$

Критерии

1. Записан II закон Ньютона для груза m и найдена координата груза m в момент отрыва от подставки (+2 балла).

2. Записаны кинематические уравнения для груза m в момент отрыва и найдена скорость V_0 (+1 балл).

3. Записаны зависимости от времени координаты и скорости груза при колебаниях и их уравнения в момент отрыва (+2 балла).

4. Написано уравнение для начальной фазы ϕ и посчитано её значение (+3 балла).

5. Записано условие максимального растяжения пружины при $V_y = 0$ в момент времени τ и получен правильный ответ (+2 балла).

   ИЛИ

   Найдено время движения от момента отрыва и до положения равновесия и время движения от положения равновесия до момента максимального удлинения пружины получен правильный ответ (+2 балла).

2. На льду стоит ящик, две противоположные стенки которого скреплены жёстким горизонтальным стержнем. По стержню может скользить, не касаясь дна ящика, муфта, соединённая пружинами с концами стержня. Сначала ящик и муфта неподвижны, пружины не деформированы. Коротким ударом ящику сообщают некоторую скорость в направлении стержня. Найдите отношение x минимальной и максимальной скоростей ящика при движении. Известно отношение α массы ящика к массе муфты: $\alpha = 9$. Считайте, что за время удара пружины не успевают деформироваться. Массами стержня и пружин, а также трением пренебрегите.

Решение

Пусть V_0 – начальная скорость ящика. Запишем закон сохранения импульса в проекции на направление V_0:

$$MV_0 = MV_1 + mV_2\,,$$

M – масса ящика, m – масса муфты, V_1 и V_2 – проекции скоростей ящика и муфты. Скорость ящика достигает своих экстремальных значений в те моменты времени, когда его ускорение обращается в нуль, т.е. когда пружины не деформированы. Запишем закон сохранения энергии для этого случая:

$$\frac{MV_0^2}{2} = \frac{MV_1^2}{2} + \frac{mV_2^2}{2}\,.$$

Поделив оба уравнения на m и введя отношение масс $\alpha = M/m$, получаем:

$$\begin{aligned} \alpha\, V_0 &= \alpha\, V_1 + V_2\,, \\ \alpha\, V_0^2 &= \alpha\, V_1^2 + V_2^2\,. \end{aligned}$$

Перепишем эти уравнения так:

$$\begin{aligned} \alpha\,(\,V_0 - V_1\,) &= V_2\,, \\ \alpha\,(\,V_0^2 - V_1^2\,) &= V_2^2\,. \end{aligned}$$

Исключая отсюда V_2, получаем уравнение для V_1:

$$\alpha\,(\,V_0^2 - V_1^2\,) = \alpha^2\,(\,V_0 - V_1\,)^2 \quad \longrightarrow \quad (\,V_0 - V_1\,)\,(\,\alpha\,(\,V_0 - V_1\,) - (\,V_0 + V_1\,)\,) = 0\,.$$

Уравнение имеет два корня, которые определяют максимальную и минимальную скорости ящика:

$$V_{max} = V_0\,, \quad V_{min} = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1}\,V_0\,.$$

Отношение x этих скоростей равно:

$$x = \frac{V_{min}}{V_{max}} = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = 0,8$$

Ответ:

$$x = \frac{\alpha - 1}{\alpha + 1} = 0,8$$

Критерии

1. Верно записан закон сохранения энергии (+3 балла).
2. Указано, что скорость максимальная/минимальна в те моменты, когда пружина недеформирована (+2 балла).
3. Верно записан закон сохранения энергии (+3 балла).
4. Получен ответ (+2 балла).

3. Горизонтальный цилиндр закрыт свободно скользящим поршнем. В цилиндре находится водяной пар при температуре $T_1 = 453$ К и давлении $2P_0$, $P_0 = 0,1$ МПа . Пар изохорически охлаждают до температуры $T_2 = 373$ К , а затем изотермически уменьшают его объём в 2 раза. При этом внешние силы, действующие на поршень, совершают работу $A = 450$ Дж . Найдите массу m сконденсировавшейся воды. Давление насыщенного пара при температурах T_1 и T_2 равно соответственно $10\,P_0$ и P_0 , молярная масса воды $\mu = 18$ г/моль , универсальная газовая постоянная $R = 8,31$ Дж/(моль К) . Объёмом воды по сравнению с объёмом пара пренебрегите, пар считайте идеальным газом. Ответ выразите в граммах и округлите до целого.

Решение

Рассмотрим изотермы пара на диаграмме $(P,\,V)$. При температурах ниже критической (647 К для воды) на изотермах имеются горизонтальные участки постоянного давления, соответствующие насыщенному пару. Давление на этих участках при температурах T_1 и T_2 равно соответственно $10\,P_0$ и P_0 . Так как начальное давление $2P_0$ меньше чем $10\,P_0$, то в начальном состоянии имеем ненасыщенный пар. Пусть ν_1 – число молей пара, V_1 – его объём. Тогда:

$$2P_0\,V_1 = \nu_1 R\,T_1\,.$$

Выясним, будет ли пар насыщенным после изохорического охлаждения. Обозначим через $V_{\text{н}}$ максимальный объём, который могут занимать ν_1 молей насыщенного пара при температуре T_2 . Учитывая, что давление насыщенного пара при этой температуре равно P_0 , имеем:

$$P_0\,V_{\text{н}} = \nu_1 R\,T_2\,.$$

Поделив первое уравнение на второе, получаем:

$$\frac{2\,V_1}{V_{\text{н}}} = \frac{T_1}{T_2} \quad \longrightarrow \quad \frac{V_1}{V_{\text{н}}} = \frac{T_1}{2\,T_2} \approx 0,6$$

Так как $V_1 < V_{\text{н}}$, то после изохорического охлаждения пар становится насыщенным. Точка, изображающая его состояние на диаграмме $(P,\,V)$, лежит на горизонтальном участке изотермы T_2 . Поэтому дальнейшее изотермическое сжатие пара идёт при постоянном давлении P_0 и работа внешних сил легко вычисляется:

$$A = P_0\left(V_1 - \frac{V_1}{2}\right) = \frac{P_0\,V_1}{2} \quad \longrightarrow \quad P_0\,V_1 = 2A\,.$$

Пусть ν – число молей сконденсировавшейся воды. Тогда число молей пара в конечном состоянии равно $(\nu_1 - \nu)$. Пренебрегая объёмом воды по сравнению с объёмом пара, получаем:

$$P_0\,\frac{V_1}{2} = (\nu_1 - \nu)R\,T_2 \quad \longrightarrow \quad \nu = \nu_1 - \frac{P_0\,V_1}{2\,R\,T_2} = \nu_1 - \frac{A}{R\,T_2}\,.$$

Начальное число молей пара равно:

$$\nu_1 = \frac{2P_0\,V_1}{R\,T_1} = \frac{4A}{R\,T_1}\,.$$

Масса m сконденсировавшейся воды равна:

$$m = \mu\,\nu = \mu \left(\frac{4A}{R\,T_1} - \frac{A}{R\,T_2} \right) = \frac{\mu\,A\,(\,4\,T_2 - T_1\,)}{R\,T_1\,T_2}\,.$$

Подставим числовые значения:

$$m = \frac{0,018 \cdot 450 \cdot (\,4 \cdot 373 - 453\,)}{8,31 \cdot 453 \cdot 373} = 0,006 \text{ кг} = 6 \text{ г}$$

Ответ:

$$m = \frac{\mu\,A\,(\,4\,T_2 - T_1\,)}{R\,T_1\,T_2} = 6 \text{ г}$$

Критерии

1. Верно записано уравнение состояния идеального газа для начального состояния (+2 балла).
2. Верно записано уравнение состояния идеального газа после изохорического охлаждения (+3 балла).
3. Определено выражение для работы внешних сил при изотермическом сжатии (+3 балла).
4. Найдено количество сконденсировавшейся воды (+2 балла).

Олимпиада «Курчатов» — 2018
Финальный этап по физике — 10 марта
11 класс

Задача 4. Расположите 4 заряда величины $+q$ и 4 заряда величины $-q$ в вершинах куба со стороной a, таким образом, чтобы энергия электростатического взаимодействия всех зарядов была минимальной. Найдите величину этой энергии.

Возможное решение. Энергия электростатического взаимодействия представляет собой сумму всех энергий попарных взаимодействий. В кубе все заряды могут находиться друг от друга на расстоянии a (ближайшие соседи, вдоль ребра), $\sqrt{2a}$ (по диагоналям граней куба), $\sqrt{3a}$ (диаметрально противоположные точки). Обозначим их соседями первого, второго, и третьего типа соответственно. Нетрудно заметить, что соседей первого типа — 12, второго — 12, третьего — 4. Энергия взаимодействия каждой пары:

$W_1 = \pm\frac{kq^2}{a}$; $W_2 = \pm\frac{kq^2}{\sqrt{2a}} = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}W_1$; $W_3 = \pm\frac{kq^2}{\sqrt{3a}} = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}W_1$.

Нетрудно догадаться, что для того чтобы минимизировать общую энергию надо создать как можно больше разноименных соседей первого типа. Существует конфигурация, где все соседи первого типа — разноименные, например ячейка кристаллической решетки NaCl:

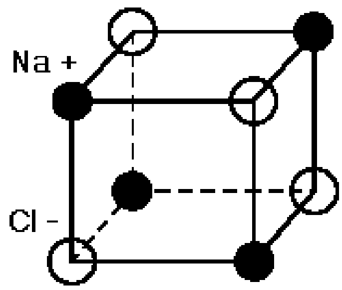


Рис. к задаче 4

У такой решетки все соседи второго типа одноимённые, а третьего — разноименные. Тогда энергия равна:

$W = -12W_1 + 12W_2 - 4W_3 = W_1(-12 + \frac{12}{\sqrt{2}} - \frac{4}{\sqrt{3}}) \simeq -5{,}82W_1$

Эта энергия является минимальной.

В силу высокой симметрии куба, расстановок зарядов в вершинах, не переводимых друг в друга вращениями и зеркальными отображениями не так много. Все они получаются из перестановок зарядов вышеуказанной конфигурации вдоль вертикальных ребер (т.е. перестановка заряда из верхней грани с его соседом снизу). **Необходимо доказать**, что данная конфигурация обладает наименьшей энергией. Допускается обоснованный перебор вариантов.

Также доказать, данная энергия минимальна можно исходя из оценки энергии одного заряда.

Возьмем произвольный заряд $+q$. Для того, чтобы минимизировать его энергию будем располагать заряды следующим образом: заряды $-q$ расположим в качестве ближайших соседей (3 шт.), еще один $-q$ будет соседом второго типа, 4 заряда $+q$ займут оставшиеся места. Такое расположение отличается от оптимального ровно одной перестановкой, и энергия всей системы в данном случае будет больше, т.к. энергии всех остальных зарядов сильно вырастут, засчет большого количества однойменных соседей первого типа.

Ключевая особенность расположения: минимум энергии системы не соответствует минимуму для каждого заряда.

Критерии

1. Верное решение — 10 баллов.

2. Представлена верная конфигурация зарядов, но допущены ошибки при расчете минимальной энергии электростатического взаимодействия или есть некорректность в обосновании верной конфигурации зарядов — 8 – 9 баллов.

3. Представлена верная конфигурация зарядов (без обоснования) и получен правильный ответ — 7 баллов.

4. Представлена и обоснована только верная конфигурация зарядов — 6 баллов.
5. Представлена верная конфигурация зарядов, но присутствуют ошибки в уравнении для минимальной энергии электростатического взаимодействия или есть верные шаги в обосновании верной конфигурации зарядов — 3 – 6 баллов.
6. Предсатвлена верная конфигурация зарядов без обоснования — 2 балла.

Олимпиада «Курчатов» — 2018
Финальный этап по физике — 10 марта
11 класс

Задача 5. В электрической схеме, показанной на рисунке, в начальный момент времени все конденсаторы разряжены. Ключ К сначала переводят в положение 1, затем, подождав достаточное количество времени для полной зарядки конденсаторов переключают в положение 2. Найдите:

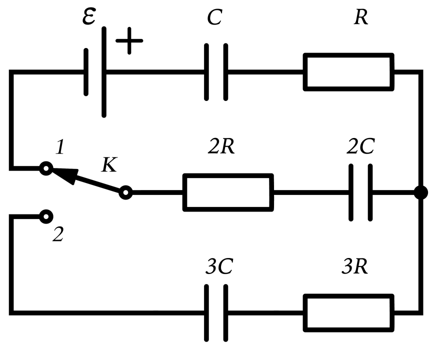


Рис. к задаче 5

а) количество теплоты Q_1, выделившееся в цепи за то время, пока ключ был в положении 1.

б) количество теплоты Q_2, выделившееся в цепи за то время, пока ключ был в положении 2.

в) заряд, протекший через ключ К в положении 2.

Величины, указанные на рисунке считать известными.

Возможное решение.

а) После замыкания ключа в положении 1, конденсаторы зарядятся.

Обозначим заряды на конденсаторах как показано на рисунке 5.1:

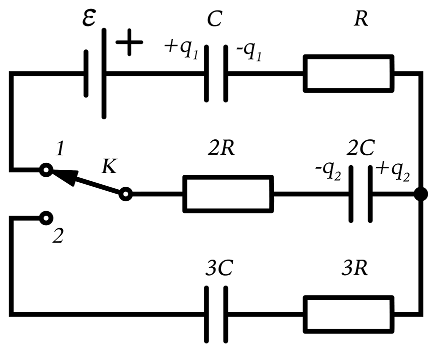


Рис. 5.1

Конденсаторы C и $2C$ в этом случае соединены последовательно, поэтому $q_1 = q_2 = q$.

Для цепи можно записать уравнение:

$$\mathcal{E} = \frac{q}{C} + \frac{q}{2C}, \text{ откуда } q = \frac{2}{3}c\mathcal{E}$$

Работа ЭДС пойдет на приращение энергии конденсаторов и на выделение тепла на резисторах.

$$\mathcal{E}q = \frac{q^2}{2C} + \frac{q^2}{2 \cdot 2C} + Q_1$$

Тогда

$$Q_1 = \frac{2}{3}C\mathcal{E}^2 - \frac{3}{2}\frac{(2/3C\mathcal{E})^2}{2C} = \frac{1}{3}C\mathcal{E}^2$$

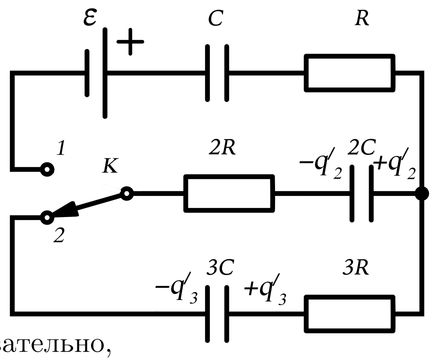


Рис. 5.2

б) При переключении ключа K в положение 2 пойдет процесс перезарядки конденсаторов с выделением тепла на резисторах. В данном случае конденсаторы 2С и 3С не будут соединены последовательно, т.к. на конденсаторе 2С перед переключением был заряд.

Обозначим новые заряды на конденсаторах как показано на рисунке 5.2.

Из закона сохранения заряда: $q = q_2 = q_2' + q_3'$. Ток прекратится, когда на конденсаторах выровняются потенциалы: $q_2'/2C = q_3'/3C$. Тогда $q_2' = \frac{2}{5}q = \frac{4}{15}C\mathcal{E}$

$q_3' = \frac{3}{5}q = \frac{2}{5}C\mathcal{E}$

Энегрия, запасенная в конденсаторе 2С, перераспределится между конденсаторами 2С и 3С, часть уйдет в тепло:

$$\frac{q_2^2}{2 \cdot 2C} = \frac{q_2'^2}{2 \cdot 2C} + \frac{q_3'^2}{2 \cdot 3C} + Q_2$$

$$Q_2 = \frac{1}{15}C\mathcal{E}$$

в) Заряд, протекший через ключ после переключения в положение 2:

$$\Delta q = |q_2 - q_2'| = |q_3'| = \frac{2}{5}C\mathcal{E}$$

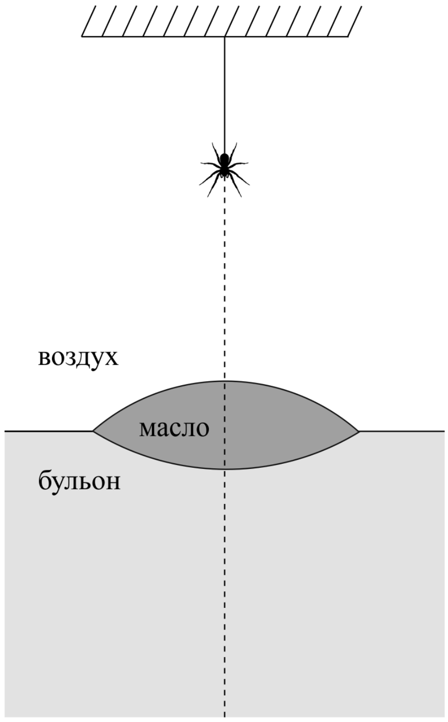
Критерии

1. Правильно найдены заряды/напряжения на конденсаторах в первом положении ключа (+2 балла).

2. Правильно записан закон сохранения энергии в первом положении ключа (+1 балл).

3. Получено значение Q_1 (+1 балл).
4. Правильно найдены заряды/напряжения на конденсаторах во втором положении ключа (+2 балла).
5. Правильно записан закон сохранения энергии во втором положении ключа (+2 балла).
6. Получено значение Q_2 (+1 балл).
7. Найден заряд Δq (+1 балл).

Задача 6.



На ровном горизонтальном столе находится тарелка с бульоном, на поверхности которого плавают масляные капли. Над тарелкой находится паучок Аркаша, который спускается по паутине с постоянной скоростью v. В некоторый момент времени, оказавшись на высоте h над одной из капель, с радиусами кривизны R_1 (поверхность воздух-масло) и R_2 (поверхность бульон-масло),

Аркаша увидел свое изображение на дне тарелки. Определите фокусные расстояния линзы, образуемой масляной каплей на поверхности бульона (см. рисунок) и скорость изображения Аркаши в системе отсчёта паучка в этот момент. Показатели преломления масла, бульона и воздуха известны и находятся в соотношении $n_{масла} > n_{бульона} > n_{воздуха} \simeq 1$.

1) Аркаша видит свое действительное изображение на дне тарелки (изображение, которое видит паучок формируется отраженными лучами от дна тарелки), значит h больше, чем фокусное расстояние линзы со стороны воздуха,
2) Для расчета расстояния до верхней и нижней фокальной плоскости линзы, лежащей на бульоне, найдем оптическую силу линзы, опущенной в воду. Сначала разделим ее на 2 части, одну лежащую в воздухе, а другую в воде, а затем просуммируем оптические силы этих частей.

$$\Phi_1 = \frac{n_{масла}-1}{R_1}, \quad \Phi_2 = \frac{n_{масла}-n_{бульона}}{R_2}$$
$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{n_{ст.л.}-1}{R_1} + \frac{n_{ст.л.}-n_{бульона}}{R_2}$$

кроме того, вспомним, что оптическая силы линзы будет равна $D = \frac{n_{возд}}{f_1} = \frac{n_{бульона}}{f_2}$
Отсюда можно выразить расстояния до верхней и нижней фокальной плоскости (f_1 и f_2 соответственно).

$$f_1 = \frac{R_1 R_2}{(n_{масла.}-1)R_2 + (n_{масла.}-n_{бульона})R_1}$$
$$f_2 = \frac{R_1 R_2 \cdot n_{бульона}}{(n_{масла}-1)R_2 + (n_{масла}-n_{бульона})R_1}$$

3) Теперь найдем то, с какой скоростью движется наше изображение. Оно будет действительным. С поправками на показатели преломления сред слева и справа линзы мы можем записать формулу тонкой линзы, используя расстояния от объекта до линзы и от линзы до изображения. Запишем ее для определенного момента времени t

$$\frac{n_{бульона}}{f_1} = \frac{n_{возд}}{a} + \frac{n_{бульона}}{b}$$

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a} + \frac{n_{\text{бульона}}}{b}$$

Теперь запишем эту формулу для момента времени *t+dt*

$$\frac{1}{f_1} = \frac{1}{a - da} + \frac{n_{\text{бульона}}}{b + db}$$

Вычтем друг из друга две предыдущие скорости

$$0 = \frac{da}{a(a - da)} + \frac{db \cdot n_{\text{бульона}}}{b(b + db)}$$

Теперь, поделив все на *dt* мы получим зависимость скоростей от отношения $(b/a)^2$, то есть от линейного увеличения в квадрате и от показателя преломления воды. Но т.к. нам нужно найти скорость в системе отсчета паука, то еще прибавим v.

$$v_1 = \frac{v \cdot \Gamma^2}{n_{\text{бульона}}} + v$$

Так же можно посчитать скорость движения изображение, из знания коэффициента продольного увеличения тонкой линзы.

Критерии

1. Правильно определены оптические силы (+2 балла). Если указана только одна оптическая сила (+ 1 балл).
2. Правильно найдены фокусные расстояния (+4 балла). Если найдено только одно фокусное расстояние (+2 балла).
3. Найдена искомая скорость (+4 балла).
   При нахождении скорости через увеличения линзы применимы следующие критерии
   a. Найдено поперечное увеличение (+1 балл).
   b. Найдено продольное увеличение (+1 балл).
   c. Показано, что скорости связаны через продольное увеличение (+1 балл).
   d. Получен ответ для скорости изображения в системе паучка (+1 балл).