

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

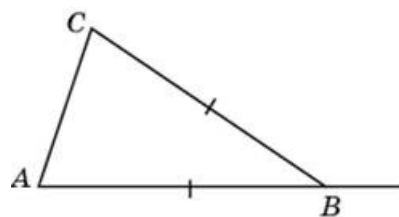
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

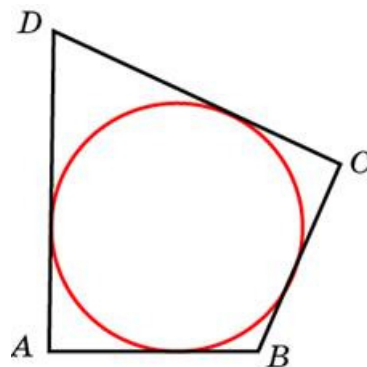
- 1 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$. Внешний угол при вершине B равен 72° . Найдите угол C . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

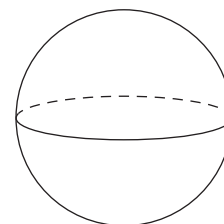
ИЛИ

- В четырёхугольник $ABCD$ вписана окружность, $AB = 10$, $BC = 11$ и $CD = 15$. Найдите четвертую сторону четырёхугольника.



Ответ: _____.

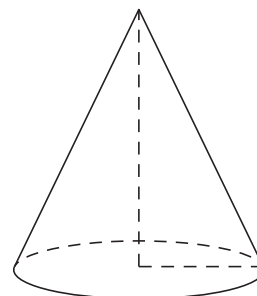
- 2 Площадь поверхности шара равна 12. Найдите площадь большого круга шара.



Ответ: _____.

ИЛИ

Во сколько раз уменьшится объём конуса, если его высота уменьшится в 12 раз, а радиус основания останется прежним?



Ответ: _____.

- 3 На экзамене по геометрии школьник отвечает на один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос по теме «Вписанная окружность», равна 0,35. Вероятность того, что это вопрос по теме «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Ответ: _____.

ИЛИ

Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 20 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 5 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?

Ответ: _____.

- 4 Стрелок в тире стреляет по мишени до тех пор, пока не поразит её. Известно, что он попадает в цель с вероятностью 0,1, при каждом отдельном выстреле. Сколько патронов нужно дать стрелку, чтобы он поразил цель с вероятностью не менее 0,3?

Ответ: _____.

ИЛИ

При выпечке хлеба производится контрольное взвешивание свежей буханки. Известно, что вероятность того, что масса окажется меньше, чем 810 г, равна 0,98. Вероятность того, что масса окажется больше, чем 790 г, равна 0,91. Найдите вероятность того, что масса буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: _____.

- 5 Найдите корень уравнения $(x + 1)^3 = -64$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите корень уравнения $\log_6(5 - x) = 2$.

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения $\frac{(6\sqrt{2})^2}{3}$.

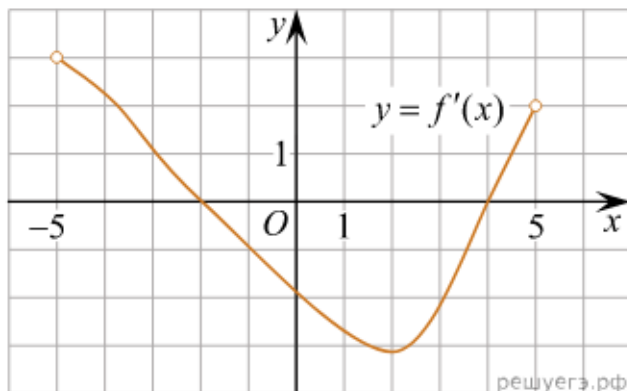
Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = \frac{\sqrt{7}}{4}$ и $\alpha \in (\frac{\pi}{2}; \pi)$.

Ответ: _____.

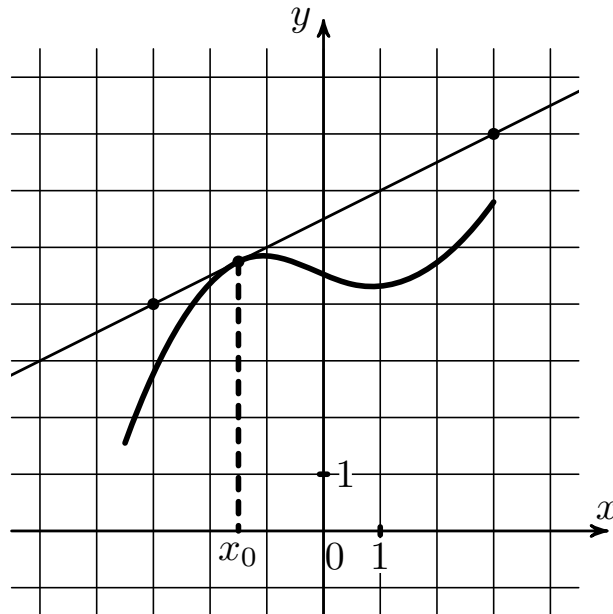
7 На рисунке изображён график функции $y = f'(x)$ – производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-5; 5)$. Найдите точку максимума функции $f(x)$.



Ответ: _____.

ИЛИ

На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: _____.

- 8 Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,6 + 13t - 5t^2$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 4 метров?

Ответ: _____.

ИЛИ

Автомобиль разгоняется на прямолинейном участке шоссе с постоянным ускорением a км/ч². Скорость v вычисляется по формуле $v = \sqrt{2la}$, где l – пройденный автомобилем путь. Найдите ускорение, с которым должен двигаться автомобиль, чтобы, проехав один километр, приобрести скорость 100 км/ч. Ответ дайте в км/ч².

Ответ: _____.

- 9 Расстояние между городами А и В равно 330 км. Из города А в город В выехал первый автомобиль, а через час после этого навстречу ему из города В выехал со скоростью 75 км/ч второй автомобиль. Найдите скорость первого автомобиля, если автомобили встретились на расстоянии 180 км от города А. Ответ дайте в км/ч.

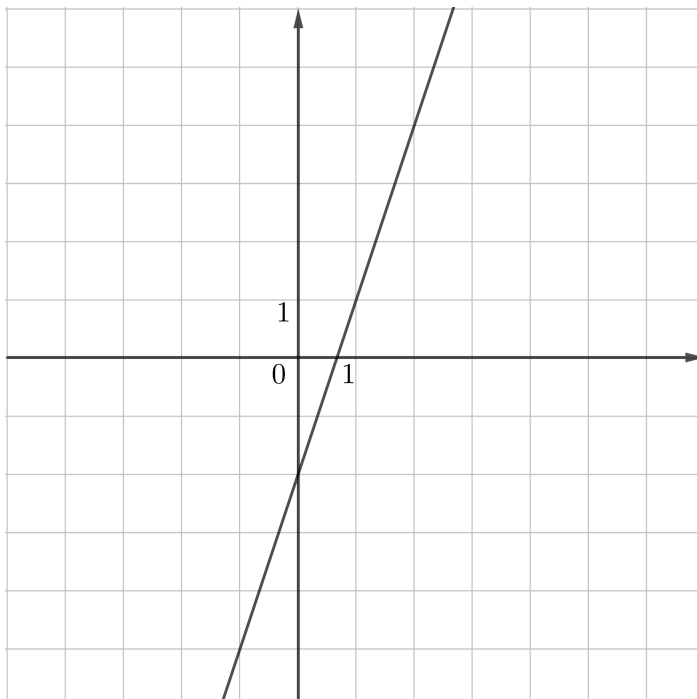
Ответ: _____.

ИЛИ

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 45% меди, второй – 20% меди. Масса первого сплава больше массы второго на 30 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 40% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

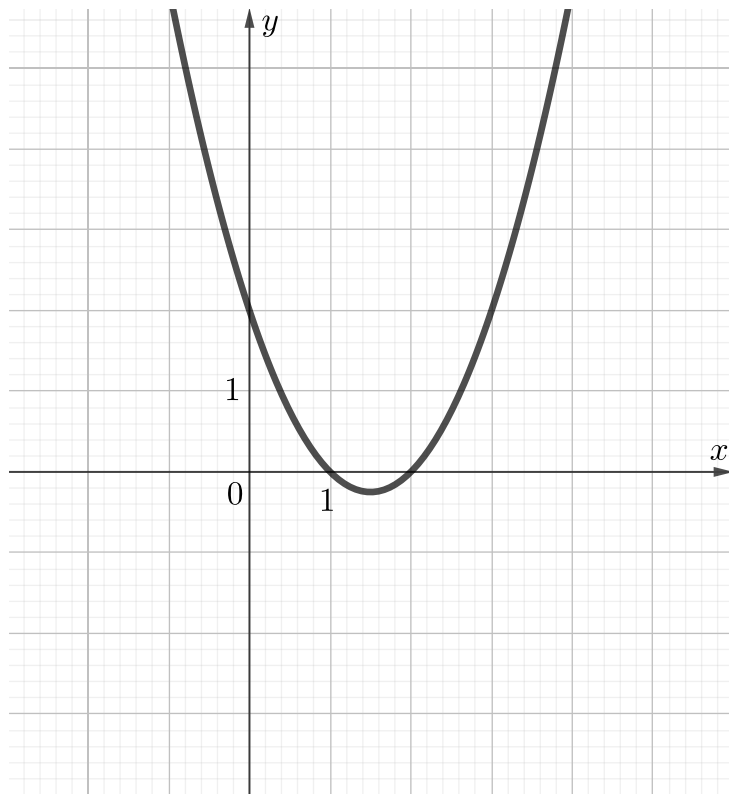
- 10 На рисунке изображён график функции $f(x) = kx + b$. Найдите $f(4)$



Ответ: _____.

ИЛИ

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите значение $f(-3)$.



Ответ: _____.

- 11** Найдите точку максимума функции $y = (5x - 7) \cos x - 5 \sin x - 2$ принадлежащую промежутку $(0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.

ИЛИ

Найдите точку максимума функции $y = (x^2 - 10x + 10)e^{5-x}$.

Ответ: _____.



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$\log_3 x \cdot \log_3 (4x^2 - 1) = \log_3 \frac{x(4x^2 - 1)}{3}.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_5 2; \log_5 27]$.

ИЛИ

а) Решите уравнение

$$\sin 2x = \sin x - 2 \sin \left(x - \frac{3\pi}{2} \right) + 1.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi \right]$.

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

а) Решите уравнение

$$\sin 2x + 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{3} \cos x + \sqrt{3}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2} \right]$.

Источник: Наталья Захарова

- 13** У тетраэдра $ABCD$ грани ABD и ACD перпендикулярны и являются правильными треугольниками со стороной 10. На рёбрах AB , AD и CD взяли точки K , L и M соответственно так, что $BK = 2$, $AL = 4$ и $DM = 3$.
- Докажите, что плоскость KLM перпендикулярна ребру CD .
 - Найдите длину отрезка, образованного пересечением плоскости KLM с гранью ABC .

ИЛИ

В основании четырёхугольной пирамиды $SABCD$ лежит квадрат. Плоскость α пересекает рёбра SA , SB , SC , SD в точках L , K , N и M соответственно, причём $SK : KB = 3 : 1$, а точки L и M – середины рёбер SA и SD .

- Докажите, что четырёхугольник $KLMN$ является трапецией, длины оснований которой относятся как $2 : 3$.
- Найдите высоту пирамиды, если угол между плоскостями ABC и α равен 30° , а площадь сечения пирамиды плоскостью α равна $10\sqrt{2}$, а площадь основания пирамиды равна 32.

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

Дана пирамида $SABCD$, в основании которой лежит прямоугольник $ABCD$. Сечение пирамиды – трапеция $KLMN$, причём точки K , L , M и N лежат на рёбрах SB , SA , SD и SC соответственно. Известно, что основания этой трапеции $KL = 4$, $MN = 3$, а $SK : KB = 2 : 1$.

- Докажите, что точки M и N – середины рёбер SD и SC .
- Пусть H – точка пересечения диагоналей прямоугольника $ABCD$, а SH – высота пирамиды $SABCD$. Найдите SH , если известно, что площадь прямоугольника $ABCD$ равна 48, а площадь трапеции $KLMN$ равна 24.

Источник: Наталья Захарова

14 Решите неравенство

$$9^{4x-x^2-1} - 36 \cdot 3^{4x-x^2-1} + 243 \geq 0.$$

ИЛИ

Решите неравенство

$$\frac{\log_2(32x)}{\log_2 x - 5} + \frac{\log_2 x - 5}{\log_2(32x)} \geq \frac{\log_2 x^{16} + 18}{\log_2^2 x - 25}.$$

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

Решите неравенство

$$\frac{\log_3 x}{\log_3\left(\frac{x}{27}\right)} \geq \frac{4}{\log_3 x} + \frac{8}{\log_3^2 x - \log_3 x^3}.$$

Источник: Школково

15 Вклад в размере 10 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года банк увеличивает вклад на 10% по сравнению с его размером в начале года. Кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вкладчик ежегодно пополняет вклад на x млн рублей, где x – целое число. Найдите наименьшее значение x , при котором банк за четыре года начислит на вклад больше 7 млн рублей.

ИЛИ

15-го января планируется взять кредит в банке на сумму 1 млн. рублей на 6 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-ого числа каждого месяца долг возрастает на целое число r процентов по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-ого по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-ого числа каждого месяца долг должен составлять некоторую сумму в соответствии со следующей таблицей:

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	1	0,6	0,4	0,3	0,2	0,1	0

Найдите наибольшее значение r , при котором общая сумма выплат будет меньше 1,2 млн рублей.

Источник: Школково

ИЛИ

В июле 2026 года планируется взять кредит в банке на четыре года в размере S млн. рублей, где S – целое число. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 30% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей

Месяц и год	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029	Июль 2030
Долг (в млн рублей)	S	$0,9S$	$0,7S$	$0,4S$	0

Найдите наименьшее значение S , при котором общая сумма выплат будет больше 20 млн.рублей.

Источник: Наталья Захарова

- 16 Касательная к окружности, вписанной в квадрат $ABCD$, пересекает стороны AB и AD в точках M и N соответственно.
- а) Докажите, что периметр треугольника AMN равен стороне квадрата.
- б) Прямая MN пересекает прямую CD в точке P . Найдите в каком отношении делит сторону BC прямая, проходящая через P и центр окружности, если $AM : MB = 1 : 3$

ИЛИ

- На сторонах AB и AC треугольника ABC отмечены точки C_1 и B_1 соответственно. Оказалось, что $BC = B_1C = BC_1$
- а) Докажите, что точки B , C и середины отрезков BB_1 и CC_1 лежат на одной окружности.
- б) Найдите косинус угла между прямыми BB_1 и CC_1 , если $BC = 8$, $AB = 15$, $AC = 17$.

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

- Дан треугольник ABC . Известно, что $BC = \sqrt{37}$, $AB = 4$, $AC = 3$. На стороне BC построен равносторонний треугольник BDC , при этом точки A и D лежат по разные стороны от прямой BC .
- а) Докажите, что вокруг полученного четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность.
- б) Найдите расстояние от точки пересечения диагоналей четырёхугольника $ABCD$ до центра его описанной окружности.

Источник: Наталья Захарова

17 При каких значениях параметра a система

$$\begin{cases} x^2 + |x^2 + 2x| = y^2 + |y^2 + 2y|, \\ x + y = a \end{cases}$$

имеет более 2 решений.

ИЛИ

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$x\sqrt{x-a} = \sqrt{4x^2 - (4a+2)x + 2a}$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;1]$.

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$(2x - x^2)^2 - 4\sqrt{2x - x^2} = a^2 - 4a$$

имеет хотя бы один корень.

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 + 6x + 8} = \sqrt{x + a}$$

имеет ровно один отрицательный корень.

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - a^2} = \sqrt{3x^2 - (3a + 1)x + a}$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;1]$.

Источник: Школково

- 18** Дано квадратное уравнение $x^2 - px + q = 0$ с натуральными коэффициентами p и q и с натуральными корнями x_1 и x_2
- Найти все значения p , если $q = 5$.
 - Может ли быть $p < 10$, если $q > 30$?
 - Найти наименьшее значение p , если $q > 30$.

ИЛИ

Есть контейнеры массой 7 тонн и 2 тонны и корабли грузоподъемностью 10 тонн.

- Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 24 контейнера массой 2 тонны на 15 кораблях?
- Можно ли увезти за один раз 12 контейнеров массой 7 тонн и 18 контейнеров массой 2 тонны на 13 кораблях?
- На каком наименьшем количестве кораблей можно увезти за один раз 12 контейнеров массов 7 тонн и 45 контейнеров по 2 тонны?

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

Дед покупал капусту, которая может весить 2, 4 и 6 кг. Суммарный вес кочанов капусты равен N кг. Его сосед попросил тоже купить ему капусту и поделить поровну.

- а) Существуют ли значения весов кочанов капусты при $N = 20$, которые нельзя поделить поровну?
- б) Существуют ли значения кочанов капусты при $N = 48$, которые нельзя поделить поровну?
- в) Найдите все значения N , при которых возможно будет поделить капусту поровну.

Источник: Наталья Захарова

ИЛИ

Есть четыре коробки: в первой коробке 121 камень, во второй – 122 камня, в третьей – 123 камня, а в четвёртой камней нет. За один ход берут по одному камню из любых трёх коробок и кладут в оставшуюся. Сделали некоторое количество таких ходов.

- а) Может ли в первой коробке оказаться 121 камень, во второй – 122 камня, в третьей – 119 камней, а в четвёртой 4 камня?
- б) Может ли в четвёртой коробке быть 366 камней?
- в) Какое максимальное число камней может быть в четвёртой коробке?

Источник: Школково



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

⇒ Разбор варианта от Профиматики

