

ДВИ–2023. Первая волна

11 июля

1. Найдите наименьшее целое число, превосходящее $\frac{\sqrt{8}}{\frac{\sqrt{2}}{20} + \frac{\sqrt{2}}{23}}$.

2. Дана последовательность a_0, a_1, a_2, \dots действительных чисел. Найдите a_8 , если известно, что $a_1 = 1$ и что для любой пары индексов n, m , таких что $n \geq m \geq 0$, справедливо равенство $a_{n+m} + a_{n-m} = 2(a_n + a_m)$.

3. Решите неравенство

$$x^{\log_3 \sqrt{x}} > 9.$$

4. Решите уравнение

$$\cos 3x + 2 \sin 2x + 2 \cos x = 0.$$

5. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AF, BD и CE . Найдите все возможные значения разности углов $\angle A$ и $\angle B$ треугольника, если известно, что $DE : EF = BC : AC$.

6. Положительные числа a, b, c удовлетворяют соотношению

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1$$

Найдите наибольшее возможное значение выражения $\frac{a}{2+a^2} + \frac{b}{2+b^2} + \frac{c}{2+c^2}$.

7. В правильной треугольной пирамиде $ABCS$ проведено сечение через ребро основания AB перпендикулярно боковому ребру CS . Найдите его площадь, если известно, что площадь основания пирамиды равна 3, а площадь каждой боковой грани равна $\sqrt{5}$.