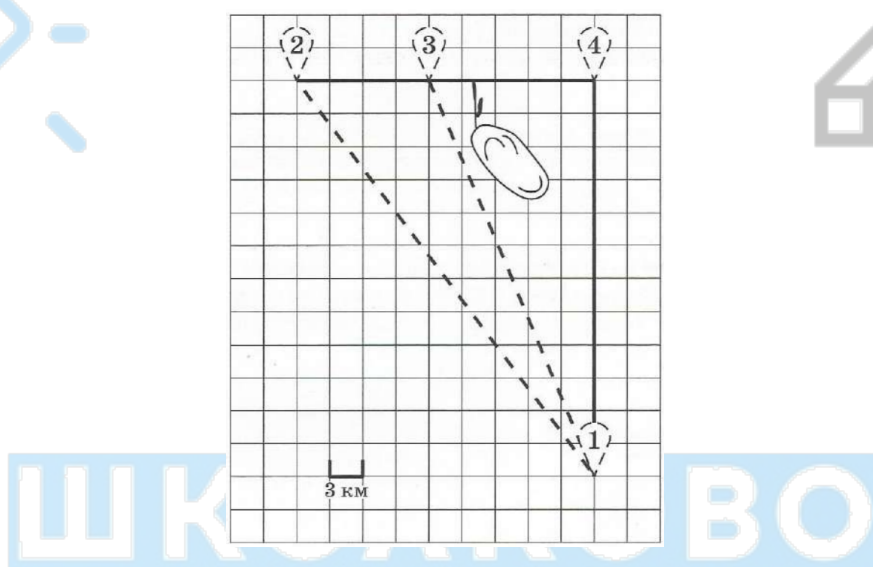


# Задачи 1-5. Дороги. Прототип 1

Дима летом отдыхает у дедушки в деревне Васильевке. Во вторник они собираются съездить на велосипедах в село Плодородное на ярмарку. Из деревни Васильевка в село Плодородное можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь: по прямолинейному шоссе через деревню Шарковку до деревни Рассвет, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в село Плодородное. Есть и третий маршрут: в деревне Шарковка можно свернуть на прямую тропинку в село Плодородное, которая идет мимо пруда.

Лесная дорожка и тропинка образуют с шоссе прямоугольные треугольники.



По шоссе Дима с дедушкой едут со скоростью 25 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке — со скоростью 18 км/ч. На плане изображено взаимное расположение населенных пунктов, длина стороны каждой клетки равна 3 км.

## №1

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населенные пункты.

Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность трех цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Насел. пункты	д. Васильевка	д. Шарковка	д. Рассвет
Цифры			

## Ответ

234

## Решение

Так как поворот под прямым углом проходит через деревню Рассвет, а вершиной единственного прямого угла является населённый пункт 4, то деревня Рассвет обозначена цифрой 4.

На пути по шоссе из деревни Васильевка в село Плодородное должна быть деревня Шарковка, значит, цифрами 2 и 1 обозначены деревня Васильевка и село Плодородное в каком-то порядке. Если деревня Васильевка обозначена цифрой 1, а село Плодородное — цифрой 2, то в населённом пункте 4 будет поворот под прямым углом налево. Значит, цифрой 2 обозначена деревня Васильевка, цифрой 1 — село Плодородное. Тогда цифрой 3 обозначена деревня Шарковка.

Таким образом,

Насел. пункты	д. Васильевка	д. Шарковка	д. Рассвет
Цифры	2	3	4

### **№2.1**

Сколько километров проедут Дима с дедушкой от деревни Васильевки до села Плодородного, если они поедут по шоссе через деревню Рассвет?

**Ответ**

63

**Решение**

Путь по шоссе проходит через все населённые пункты. Чтобы найти его длину, нужно найти сумму длин катетов прямоугольного треугольника с вершинами в населённых пунктах 1, 2, 4 (в километрах). Длины катетов равны 9 и 12 клеткам. Значит, весь путь равен

$$12 + 9 \text{ кл.} = 21 \text{ кл.}$$

Так как в одной клетке 3 км, то длина пути составляет:

$$21 \cdot 3 \text{ км} = 63 \text{ км}$$

### **№2.2**

На сколько процентов скорость, с которой едут Дима с дедушкой по лесной дорожке, меньше их скорости по шоссе?

**Ответ**

28

**Решение**

По условию скорость по лесной дорожке равна 18 км/ч, а скорость по шоссе — 25 км/ч. Значит, скорость по лесной дорожке меньше скорости по шоссе на  $25 - 18 = 7$  км/ч.

7 км/ч составляют  $\frac{7}{25} \cdot 100 = 28\%$  от 25 км/ч. Значит, скорость, с которой едут Дима с дедушкой по лесной дорожке, меньше их скорости по шоссе на 28%.

### №3

Найдите расстояние от деревни Шарковки до села Плодородного по прямой. Ответ дайте в километрах.

**Ответ**

39

**Решение**

Расстояние от деревни Шарковка до села Плодородное по прямой — длина гипотенузы в прямоугольном треугольнике с вершинами в населённых пунктах 1, 3, 4. Длины катетов равны 5 и 12 клеткам. Найдём длину гипотенузы (в клетках) по теореме Пифагора:

$$\sqrt{5^2 + 12^2} = \sqrt{25 + 144} = \sqrt{169} = 13$$

1 клетка равна 3 км, поэтому расстояние от деревни Шаркова до села Плодородное равно  $13 \cdot 3$  км = 39 км.

### №4

Сколько минут затратят на дорогу из деревни Васильевки в село Плодородное Дима с дедушкой, если они поедут сначала по шоссе, а затем свернут в Шарковке на прямую тропинку, которая проходит мимо пруда?

**Ответ**

158,8

**ШКОЛКОВО**

**Решение**

Данный путь состоит из двух участков: из пути по шоссе между населёнными пунктами 2 и 3 и из пути по тропинке между населёнными пунктами 3 и 1. Найдём время на каждом из участков.

Расстояние между населёнными пунктами 2 и 3 равно 4 клеткам, то есть  $4 \cdot 3$  км = 12 км. Скорость на шоссе равна 25 км/ч. Тогда время, затраченное на этом участке пути, равно  $\frac{12}{25}$  ч.

Расстояние между населёнными пунктами 3 и 1 равно 39 км. Скорость на тропинке равна 18 км/ч. Значит, время на этом участке пути равно:

$$\frac{39}{18} \text{ ч} = \frac{13}{6} \text{ ч}$$

Тогда время, затраченное на весь путь, равно сумме времени на первом участке и времени на втором:

$$\begin{aligned} \frac{12}{25} + \frac{13}{6} \text{ ч} &= \frac{12 \cdot 6 + 13 \cdot 25}{25 \cdot 6} \text{ ч} = \frac{72 + 325}{25 \cdot 6} = \frac{397}{25 \cdot 6} \text{ ч} = \\ &= \frac{397}{25 \cdot 6} \cdot 60 \text{ мин} = \frac{3970}{25} \text{ мин} = 158,8 \text{ мин} \end{aligned}$$

## №5

В таблице указана стоимость (в рублях) некоторых продуктов в четырёх магазинах, расположенных в деревне Васильевке, селе Плодородном, деревне Шарковке и деревне Рассвет.

Наименование продукта	д. Васильевка	с. Плодородное	д. Шарковка	д. Рассвет
Молоко (1 л)	37	38	36	39
Хлеб (1 батон)	16	18	22	21
Сыр «Российский» (1 кг)	240	280	250	260
Говядина (1 кг)	420	430	415	410
Картофель (1 кг)	30	28	35	25

Дима с бабушкой хотят купить 2 л молока, 3 кг говядины и 2 кг картофеля. В каком магазине такой набор продуктов будет стоить дешевле всего? В ответ запишите стоимость данного набора в этом магазине.

### Ответ

1358

### Решение

В деревне Рассвет набор из 2 л молока, 3 кг говядины и 2 кг картофеля будет стоить

$$39 \cdot 2 + 410 \cdot 3 + 25 \cdot 2 \text{ руб.} = 78 + 1230 + 50 \text{ руб.} = 1358 \text{ руб.}$$

Покажем, что в остальных магазинах цена за набор будет больше.

В деревне Шарковка 1 л молока на 3 рубля дешевле, 1 кг говядины на 5 рублей дороже, 1 кг картофеля на 10 рублей дороже. Тогда 2 л молока на 6 рублей дешевле, 3 кг говядины на 15 рублей дороже, 2 кг картофеля на 20 рублей дороже. Значит, весь набор будет дороже на

$$15 + 20 - 6 \text{ руб.} = 29 \text{ руб.}$$

В селе Плодородное 1 л молока на 1 рубль дешевле, 1 кг говядины на 20 рублей дороже, 1 кг картофеля на 3 рубля дороже. Тогда 2 л молока на 2 рубля дешевле, 3 кг говядины на 60 рублей дороже, 2 кг картофеля на 6 рублей дороже. Значит, весь набор будет дороже на

$$60 + 6 - 2 \text{ руб.} = 64 \text{ руб.}$$

В деревне Васильевка 1 л молока на 2 рубля дешевле, 1 кг говядины на 10 рублей дороже, 1 кг картофеля на 5 рублей дороже. Тогда 2 л молока на 4 рубля дешевле, 3 кг говядины на 30 рублей дороже, 2 кг картофеля на 10 рублей дороже. Значит, весь набор будет дороже на

$$30 + 10 - 4 \text{ руб.} = 36 \text{ руб.}$$

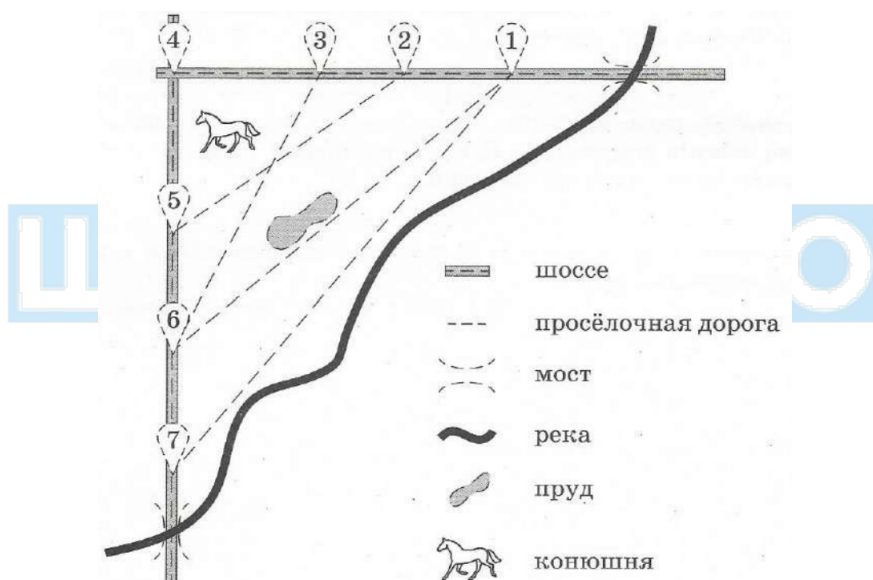
Получили, что наименьшая стоимость набора в деревне Рассвет, и составляет 1358 руб.

## Задачи 1-5. Дороги. Прототип 2

На рисунке изображён план сельской местности.

Таня на летних каникулах приезжает в гости к дедушке в деревню Антоновку (на плане обозначена цифрой 1). В конце каникул дедушка на машине собирается отвезти Таню на автобусную станцию, которая находится в деревне Богданово. Из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге вдоль реки. Есть другой путь — по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом налево на другое шоссе, ведущее в Богданово. Третий маршрут проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, где можно свернуть на шоссе до Богданово. Четвёртый маршрут пролегает по шоссе до деревни Доломино, от Доломино до Горюново по просёлочной дороге мимо конюшни и от Горюново до Богданово по шоссе. Ещё один маршрут проходит по шоссе до деревни Егорки, по просёлочной дороге мимо конюшни от Егорки до Жилино и по шоссе от Жилино до Богданово.

Шоссе и просёлочные дороги образуют прямоугольные треугольники.



По шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, а по просёлочным дорогам — со скоростью 30 км/ч. Расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки — 4 км, от Егорки до Ванютино — 12 км, от Горюново до Ванютино — 15 км, от Ванютино до Жилино — 9 км, а от Жилино до Богданово — 12 км.

### №1

Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены деревни. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Деревни	д. Богданово	д. Горюново	д. Доломино	д. Егорка
Цифры				

**Ответ**

7632

**Решение**

По условию из Антоновки в Богданово можно проехать по просёлочной дороге вдоль реки. Так как ближайшая к реке пунктирная линия, обозначающая просёлочную дорогу, соединяет деревни с номером 1 и 7, то деревня Богданово обозначена цифрой 7.

Из Антоновки в Богданово можно добраться по шоссе до деревни Ванютино, где нужно повернуть под прямым углом на другое шоссе. Так как прямой угол образуют шоссе, соединяющее деревни 1 и 4, и шоссе, соединяющее деревни 4 и 7, то деревня, обозначенная цифрой 4 — это деревня Ванютино.

Просёлочная дорога, проходящая мимо пруда, — это дорога, соединяющая деревни 1 и 6. Так как третий маршрут из Антоновки в Богданово проходит по просёлочной дороге мимо пруда до деревни Горюново, то деревня Горюново обозначена цифрой 6.

По условию просёлочная дорога, проходящая через конюшню, должна соединять деревню Доломино и Горюново. На картинке две дороги, проходящие через конюшню: соединяющая деревни 2 и 5, и соединяющая деревни 3 и 6. Так как деревня Горюново обозначена цифрой 6, то подходит только дорога, соединяющая деревни 3 и 6. Значит, цифрой 3 обозначена деревня Доломино.

Просёлочная дорога между деревней Егорка и деревней Жилино проходит через конюшню. Значит, это дорога, соединяющая деревни 2 и 4. Так как маршрут из Антоновки в Богданово проходит по шоссе до деревни Егорки, то деревня, обозначенная цифрой 2, — это Егорка. Тогда деревня Жилино обозначена цифрой 5.

Таким образом,

Деревни	д. Богданово	д. Горюново	д. Доломино	д. Егорка
Цифры	7	6	3	2

**№2**

Найдите расстояние от Антоновки до Богданово по прямой. Ответ дайте в километрах.

**Ответ**

29

**Решение**

Расстояние от Антоновки до Богданово по прямой — это длина просёлочной дороги, соединяющая деревни 1 и 6, то есть гипотенуза в прямоугольном треугольнике с вершинами в деревнях 1, 4 и 6.

Найдем длины катетов:

1. Длина дороги между населёнными пунктами 4 и 7 — это сумма длин дорог между Ванютино и Жилино, между Жилино и Горюново и между Горюново и Богданово.

По условию расстояние от Ванютино до Жилино — 9 км, от Горюново до Ванютино — 15 км. Значит, расстояние от Жилино до Горюново равно  $15 - 9 \text{ км} = 6 \text{ км}$ .

Расстояние от Жилино до Богданово равно 12 км, от Жилино до Горюново — 6 км, тогда расстояние от Горюново до Богданово равно  $12 - 6 \text{ км} = 6 \text{ км}$ .

Тогда расстояние от Ванютино до Богданово равно

$$9 + 6 + 6 \text{ км} = 21 \text{ км}$$

2. Длина дороги между населёнными пунктами 1 и 4 — это сумма длин дорог между Антоновкой и Егоркой, между Егоркой и Доломино и между Доломино и Ванютино.

По условию расстояние от Антоновки до Доломино равно 12 км, от Доломино до Егорки — 4 км. Значит, расстояние от Антоновки до Егорки равно  $12 - 4 \text{ км} = 8 \text{ км}$ .

Расстояние от Егорки до Ванютино равно 12 км, от Егорки до Доломино — 4 км, тогда расстояние от Доломино до Ванютино равно  $12 - 4 \text{ км} = 8 \text{ км}$ .

Тогда расстояние от Антоновки до Ванютино равно

$$8 + 4 + 8 \text{ км} = 20 \text{ км}$$

Найдем расстояние от Антоновки до Богданово по теореме Пифагора:

$$\sqrt{21^2 + 20^2} \text{ км} = \sqrt{440 + 441} \text{ км} = \sqrt{881} \text{ км} = 29 \text{ км}$$

### **№3**

Сколько минут затратят на дорогу Таня с дедушкой из Антоновки в Богданово, если поедут через Егорку и Жилино мимо конюшни?

#### **Ответ**

54

#### **Решение**

Маршрут из Антоновки до Богданово через деревни Егорка и Жилино мимо конюшни — маршрут, проходящий сначала по шоссе, соединяющее деревни 1 и 3, затем по просёлочной дороге между деревнями 2 и 5, и по шоссе между деревнями 5 и 7.

Длина шоссе между деревнями 1 и 3 — расстояние между Антоновкой и Егоркой, то есть 8 км, длина шоссе между деревнями 5 и 7 — расстояние между Жилино и Богданово, то есть 12 км. Значит, по шоссе Таня с дедушкой проедут  $8 + 12 \text{ км} = 20 \text{ км}$ .

Найдем длину просёлочной дороги между деревнями 2 и 5. Это гипотенуза в прямоугольном треугольнике с вершинами в деревнях 2, 4 и 5. В этом прямоугольном треугольнике:

- длина одного катета равна расстоянию между Ванютино и Жилино, то есть 9 км;

- длина второго катета равна расстоянию от Егорки до Ванютино, то есть 12 км.

По теореме Пифагора расстояние от деревни Егорки до Жилино равно

$$\sqrt{9^2 + 12^2} \text{ км} = \sqrt{81 + 144} \text{ км} = \sqrt{225} \text{ км} = 15 \text{ км}$$

Так как по шоссе Таня с дедушкой едут со скоростью 50 км/ч, то на дорогу по шоссе они затратят

$$\frac{20}{50} \text{ ч} = \frac{20 \cdot 60}{50} \text{ мин} = 24 \text{ мин}$$

Так как по просёлочным дорогам Таня с дедушкой едут со скоростью 30 км/ч, то на время пути по просёлочной дороге равно

$$\frac{15}{30} \text{ ч} = \frac{15 \cdot 60}{30} \text{ мин} = 30 \text{ мин}$$

Значит, общее время пути составляет

$$24 + 30 \text{ мин} = 54 \text{ мин}$$

#### №4

За какое наименьшее количество минут Таня с дедушкой могут добраться из Доломино в Горюново?

**Ответ**

27,6

**Решение**

Из Доломино в Горюново можно проехать либо по просёлочной дороге, соединяющей деревни 3 и 6, либо сначала по шоссе между деревнями 3 и 4, затем по шоссе между деревнями 4 и 6. Посчитаем время пути в каждом случае:

1. Длина просёлочной дороги между деревнями 3 и 6 — гипотенеза в прямоугольном треугольнике с вершинами в деревнях 3 и 6. Длина одного катета этого прямоугольного треугольника — расстояние от Ванютино до Горюново, то есть 15 км, длина второго катета — расстояние от Доломино до Ванютино, то есть 8 км.

По теореме Пифагора расстояние от Доломино до Горюново по просёлочной дороге равно

$$\sqrt{8^2 + 15^2} \text{ км} = \sqrt{64 + 225} \text{ км} = \sqrt{289} \text{ км} = 17 \text{ км}$$

Так как скорость по просёлочной дороге равна 30 км/ч, то в этом случае время пути составит

$$\frac{17}{30} \text{ ч} = \frac{17 \cdot 60}{30} \text{ мин} = 34 \text{ мин}$$



2. Длина дороги от Доломино до Ванютино равно 8 км, длина дороги от Ванютино до Горюново равно 15 км. Если Таня с дедушкой поедут через деревню Ванютино, то длина пути составит  $15 + 8 \text{ км} = 23 \text{ км}$ .

Так как скорость по шоссе равна 30 км/ч, то в этом случае время пути составит

$$\frac{23}{50} \text{ ч} = \frac{23 \cdot 60}{50} \text{ мин} = 27,6 \text{ мин}$$

Значит, наименьшее количество минут, которое затратят Таня с дедушкой, чтобы добраться из Доломино в Горюново, равно 27,6 мин.

### **№5**

На просёлочных дорогах машина дедушки расходует 8,2 литра бензина на 100 км. Известно, что на путь из Антоновки до Богданово через Ванютино и путь напрямик ей необходим один и тот же объём бензина. Сколько литров бензина на 100 км машина дедушки расходует на шоссе?

### **Ответ**

5,8

### **Решение**

Расстояние от Антоновки до Ванютино равно 20 км, из Ванютино до Богданово — 21 км, из Антоновки до Богданово — 29 км.

Так как на просёлочных дорогах машина расходует 8,2 литра бензина на 100 км, то на путь из Антоновки до Ванютино машина израсходует

$$29 \cdot \frac{8,2}{100} \text{ л} = \frac{29 \cdot 82}{1000} \text{ л} = 2,378 \text{ л}$$

По условию на путь из Антоновки до Богданово через Ванютино и путь напрямик ей необходим один и тот же объём бензина, то есть 2,378 л. Путь из Антоновки до Богданово через деревню Ванютино составляет  $20 + 21 \text{ км} = 41 \text{ км}$ . Значит, на шоссе машина расходует 2,378 л на 41 км.

Пусть на шоссе машина расходует  $x$  л бензина на 100 км. Составим пропорцию:

$$\frac{41}{100} = \frac{2,378}{x} \Rightarrow x = \frac{2,378 \cdot 100}{41} \text{ л} = \frac{237,8}{41} \text{ л} = 5,8 \text{ л}$$