

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 ,
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n), первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

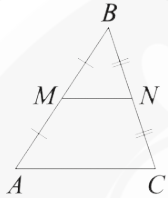
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

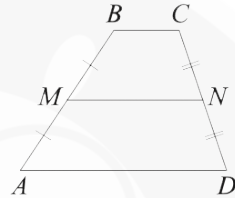
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

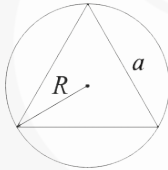


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

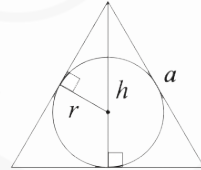


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

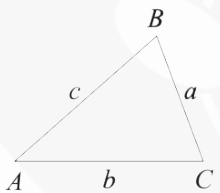
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



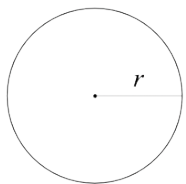
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

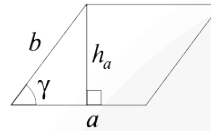


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

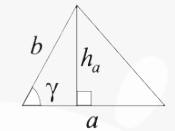
Площади фигур

Параллелограмм



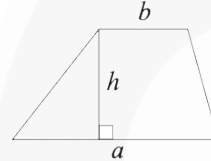
$S = ah_a$
 $S = ab \sin \gamma$

Треугольник



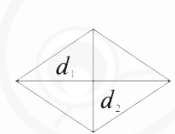
$S = \frac{1}{2} ah_a$
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Трапеция



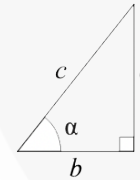
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Ромб



d_1, d_2 — диагонали
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

Прямоугольный треугольник



$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

**Основной государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов №1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов №1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов №2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

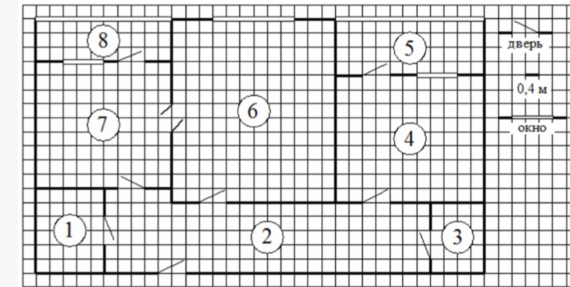
После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



На рисунке изображён план двухкомнатной квартиры в многоэтажном жилом доме. Сторона одной клеточки на плане соответствует 0,4 м, а условные обозначения двери и окна приведены в правой части рисунка.

Вход в квартиру находится в коридоре. Слева от входа в квартиру находится санузел, а в противоположном конце коридора – дверь в кладовую. Рядом с кладовой находится спальня, из которой можно пройти на одну из застеклённых лоджий. Самое большое по площади помещение – гостиная, откуда можно попасть в коридор и на кухню. Из кухни также можно попасть на застеклённую лоджию.

1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	коридор	кладовая	спальня	гостиная
Цифры				

2 Паркетная доска размером 20 см на 40 см продаётся в упаковках по 8 штук. Сколько упаковок паркетной доски понадобилось, чтобы выложить пол в коридоре?

Ответ: _____ .

3 Найдите площадь большей лоджии. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____ .

4 На сколько процентов площадь коридора больше площади кладовой?

Ответ: _____ .

5 В квартире планируется подключить интернет. Предполагается, что трафик составит 1000 Мб в месяц, и исходя из этого выбирается наиболее дешёвый вариант. Интернет-провайдер предлагает три тарифных плана.

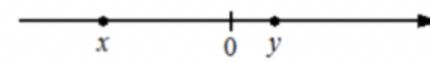
Тарифный план	Абонентская плата	Плата за трафик
План «600»	650 руб. за 600 Мб трафика в месяц	2 руб. за 1 Мб сверх 600 Мб
План «900»	820 руб. за 900 Мб трафика в месяц	1,5 руб. за 1 Мб сверх 900 Мб
План «Безлимитный»	950 руб. за неограниченное количество Мб трафика	–

Сколько рублей нужно будет заплатить за интернет за месяц, если трафик действительно будет равен 1000 Мб?

6 Найдите значение выражения $\frac{0,9}{1 + \frac{1}{5}}$.

Ответ: _____ .

7 На координатной прямой отмечены числа x и y .



Какое это число?

- 1) $xy < 0$
- 2) $x^2y > 0$
- 3) $x + y < 0$
- 4) $x - y > 0$

.

Ответ: _____ .

8 Найдите значение выражения $\frac{28^6}{4^4 \cdot 7^5}$.

Ответ: _____ .

9 Найдите корень уравнения $(x - 5)^2 = (x + 10)^2$.

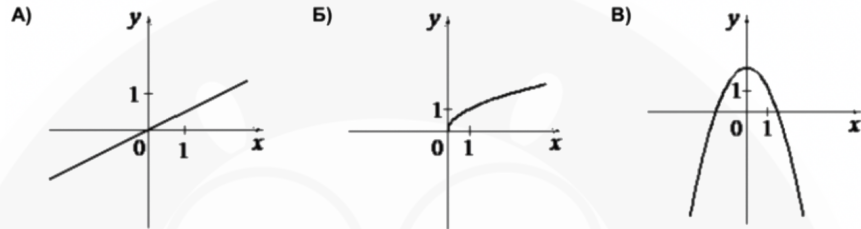
Ответ: _____ .

10 Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 10 с машинами и 10 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Коля. Найдите вероятность того, что Коле достанется пазл с машиной.

Ответ: _____ .

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

Графики:



Формулы

- 1) $y = \frac{1}{2}x$ 2) $y = 2 - x^2$ 3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ: _____ .

12 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 150 Вт, а сила тока равна 5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____ .

13 Укажите решение неравенства $2x - x^2 \leq 0$.

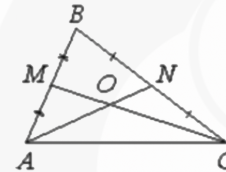
- 1) $(-\infty; 0] \cup [2; +\infty)$
 2) $[0; +\infty)$
 3) $[2; +\infty)$
 4) $[0; 2]$

Ответ: _____ .

14 При проведение опыта вещество равномерно охлаждадали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температуру вещества уменьшалась на 6°C . Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 4 минуты после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -7°C .

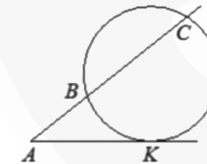
Ответ: _____ .

15 Точка M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 6$, $CM = 9$. Найдите ON .



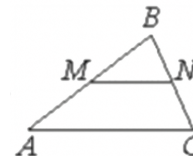
Ответ: _____ .

16 Через точку A , лежащую вне окружности, проведены две прямые. Одна прямая касается окружности в точке K . Другая прямая пересекает окружность в точках B и C , причём $AB = 4$, $AC = 64$. Найдите AK .



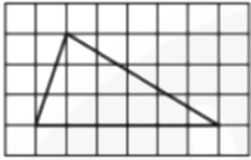
Ответ: _____ .

17 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AC = 18$, $MN = 8$. Площадь треугольника ABC равна 81. Найдите площадь треугольника MBN .



Ответ: _____ .

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён треугольник. Найдите его площадь.



Ответ: _____.

- 19 Укажите номера верных утверждений.
- 1) Центры вписанной и описанной окружностей равностороннего треугольника совпадают.
 - 2) Существует квадрат, который не является ромбом.
 - 3) Сумма углов любого треугольника равна 180° .
- В ответ запишите номера выбранного утверждения.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите неравенство $(x - 3)^2 < \sqrt{5}(x - 3)$.
- 21 Имеются два сосуда, содержащие 10 кг и 16 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 55% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 61% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?
- 22 Постройте график функции
- $$y = x^2 - |6x + 7|.$$
- Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно три общие точки.
- 23 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 71° и 79° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8.
- 24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
- 25 В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 14$, $BC = 12$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Каждое из заданий 20–25 оценивается в 2 балла.

№	Правильный ответ	Решение
1	2346	
2	32	
3	7,04	
4	525	
5	950	
6	0,75	
7	4	
8	112	
9	-2,5	
10	0,5	
11	132	
12	6	
13	1	
14	-31	
15	2	
16	16	
17	16	
18	9	
19	13	
20	$(3; 3 + \sqrt{5})$	
21	8,7	
22	$-2, \frac{49}{36}$	
23	8	
24	–	
25	$2\sqrt{42}$	

Вариант составил:	
Репетитор	Пежиров Иван
Образование	Аспирантура СПбГУ
Стаж	Преподаю с 2014
 boosty	boosty.to/pezhirovschool
Профиль 	vk.com/pezhirov.ivan
Группа 	vk.com/pezhirovschool
Телеграм 	t.me/pezhirovschool
YouTube 	youtube.com/@pezhirovschool
Группа для учителей 	
vk.com/pezhirov_help	