

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 427

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

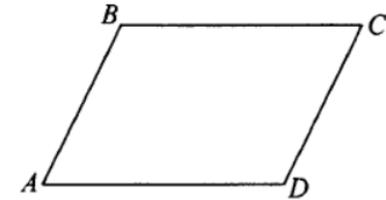
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

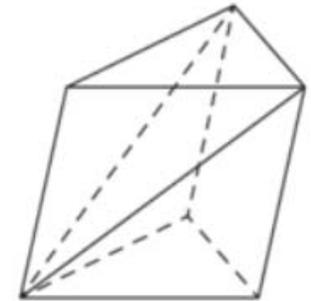
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В параллелограмме ABCD известно, что $AB=18$, $BC=27$, $\sin \angle C = \frac{8}{9}$. Найдите большую высоту параллелограмма.



Ответ: _____.

2. От треугольной призмы, объём которой равен 6, отсечена треугольная пирамида плоскостью, проходящей через сторону одного основания и противоположную вершину другого основания. Найдите объём оставшейся части.



Ответ: _____.

3. В классе 26 учащихся, среди них два друга — Андрей и Сергей. Учащихся случайным образом разбивают на 2 группы по 10 и 16 человек. Найдите вероятность того, что Андрей и Сергей окажутся в одной группе. Результат округлите до сотых.

Ответ: _____.

4. Игральный кубик бросают до тех пор, пока шестерка не выпадет два раза, не обязательно подряд. Найдите математическое ожидание случайной величины «число сделанных бросков».

Ответ: _____.

5. Решите уравнение $(x+6)\sqrt{x+4} = x^2 - 2x - 48$. Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите их произведение.

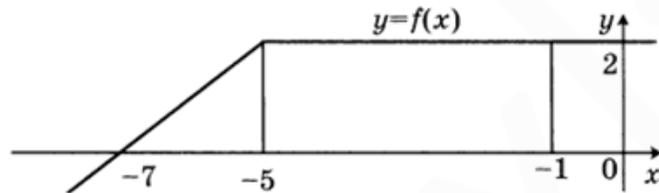
Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{5a^7b^{-3}}{(4a^3b)^3} \cdot \frac{64b^3}{a^{-2}b^{-3}}$, при $a, b \neq 0$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком

найдите интеграл $\int_{-7}^{-1} f(x) dx$.



Ответ: _____.

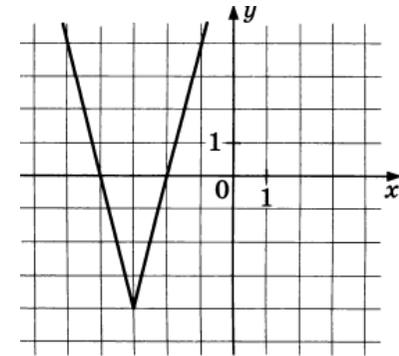
8. После дождя уровень воды в колодце может повыситься. Мальчик измеряет время t падения небольших камешков в колодец и рассчитывает расстояние до воды по формуле $h = 5t^2$, где h — расстояние в метрах, t — время падения в секундах. До дождя время падения камешков составляло 0,9 с. На сколько должен подняться уровень воды после дождя, чтобы измеряемое время изменилось на 0,4 с? Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

9. На завод поступило 20 тонн меди и 10 тонн свинца. Из них были приготовлены три сплава: в первый сплав медь и свинец входят как 3 : 2, во второй — как 3 : 1 и в третий как 5 : 1. Найти вес первого сплава в тоннах, если известно, что первого и второго сплава вместе было приготовлено в 4 раза больше, чем третьего.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = |kx + b| + c$, где числа k, b и c — целые, $k > 0$. Найдите значение $f(-5, 6)$.



Ответ: _____.

11. Найдите наибольшее значение функции $y = 24 \cos x + 12\sqrt{3}x - 4\sqrt{3}\pi + 15$ на отрезке $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $(-2 \cos^2 x + \sin x + 1) \cdot \log_{0,5}(-0,8 \cos x) = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-6\pi; -4\pi]$

13. В основании четырехугольной пирамиды SABCD лежит равнобедренная трапеция ABCD, в которой $AB=BC=CD$, основание AD вдвое больше основания BC. Точки P, T, M – середины ребер SB, BC, AB соответственно. Известно, что ребро SA перпендикулярно плоскости основания, $SA=AB$.

А) Докажите, что PT перпендикулярно CD.

Б) Найдите объем пирамиды DMPT, если $AB=4$.

14. Решите неравенство:
$$\frac{5^{(x^2-3)\log_{\sqrt{5}}3} - 27^{x+7}}{6-x} \geq 0$$

15. В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на 6 лет в размере S млн рублей. Условия возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 16 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Дата	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (в млн рублей)	S	0,9S	0,8S	0,7S	0,6S	0,5S	0

Найдите, на сколько процентов общая сумма платежей после полного погашения кредита превысит сумму взятого кредита.

16. Окружности, построенные на боковых сторонах трапеции как на диаметрах, касаются.

А) Докажите, что в трапецию можно вписать окружность.

Б) Найдите основания этой трапеции, если её боковые стороны равны 3 и 8, а большая сторона основания видна из центра вписанной окружности под углом 120° .

17. Найдите все значения параметра a , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \left| y + \frac{1}{3}x^3 \right| - |y + 4x| = 2y + \frac{1}{3}x^3 + 4x \\ \left| -y - 4x + 1 \right| - \left| y + \frac{1}{3}x^3 - a + 1 \right| = -3y - 8x - \frac{1}{3}x^3 + a + 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. В задаче рассматриваются прямоугольные треугольники, в которых длины всех сторон являются натуральными числами.

А) Длина одной из сторон равна 17. Найдите длины всех сторон треугольника.

Б) Периметр треугольника в 24 раза больше длины одной из сторон. Найдите длины сторон треугольника, если одна из них является простым числом.

В) Высота, опущенная на гипотенузу, равна 120. Найдите длины сторон треугольника.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.