Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №355

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

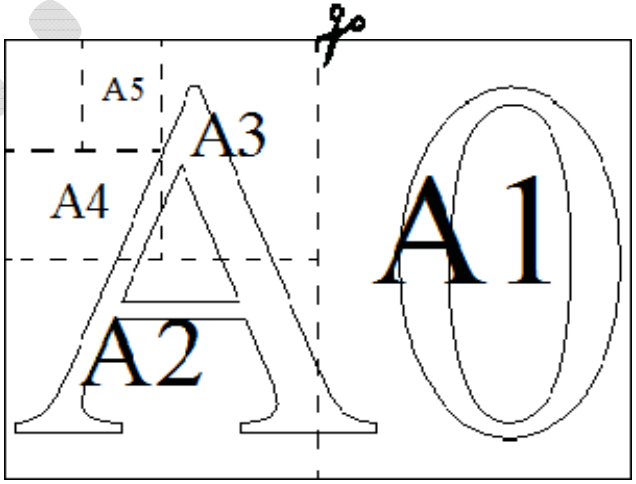
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.

Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

1. В таблице даны примерные размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы A1, A2, A4 и A5.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	210	148
2	841	594
3	594	420
4	297	210

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Формат	A1	A2	A4	A5
Номер				

Ответ: _____.

2. Сколько листов формата A5 получится из одного листа формата A3?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь ($см^2$) листа формата A5.

Ответ: _____.

4. Найдите отношение длины диагонали листа формата A7 к его меньшей стороне. Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

5. Бумагу формата A5 упаковали в пачки по 500 листов. Найдите массу (в граммах) пачки, если масса листа бумаги площади 1 $м^2$ равна 144 г.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{5,6}{1,9-7,5}$.

Ответ: _____.

7. Известно, что $a<c$. Из следующих утверждений выберите неверное при любых возможных значениях a и c.

1) $c+24>a+21$ **2)** $c-39>a-40$ **3)** $\frac{c}{3}<\frac{a}{3}$ **4)** $-c<-a$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\sqrt{80\cdot 60\cdot 75}$.

Ответ: _____.

9. Решите в вещественных числах уравнение:

$$\begin{cases}5x^2+y=12\\9x^2-y=2\end{cases}.$$

В ответе запишите значение выражения $-10x_1+9y_1+x_2-2y_2$, где $(x_i;\ y_i)$ – решение этой системы, причём $x_i\le x_{i+1}$ и $y_i<y_{i+1}$, если $x_i=x_{i+1}$.

Ответ: _____.

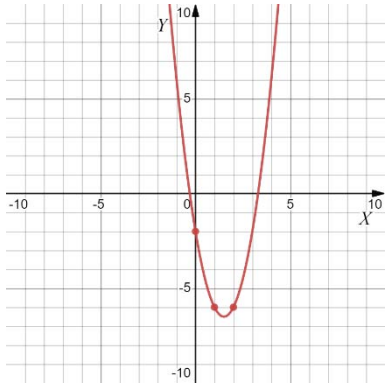
10. В среднем на 50 карманных фонариков, поступивших в продажу, приходится пять неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

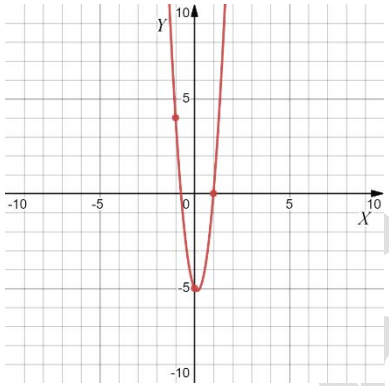
© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

11. Даны четыре графика различных функций вида $y = ax^2 + bx + c$. Также на каждом графике отмечены по три точки с целыми координатами. Установите соответствие между графиками и промежутками убывания функций. В ответе запишите последовательность четырёх цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

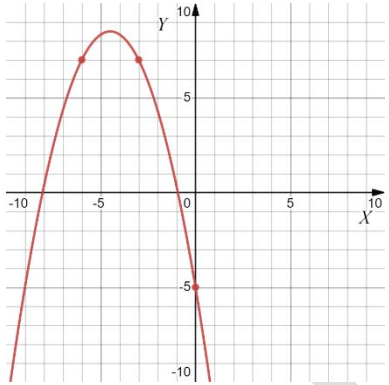
А)



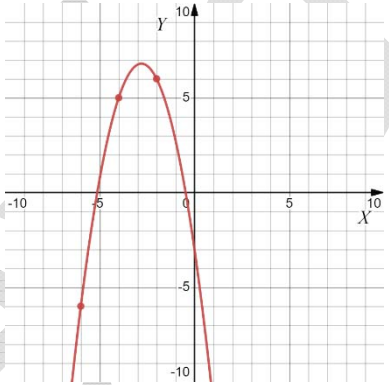
Б)



В)



Г)



1) $\left[-\frac{14}{5};\ +\infty\right)$ **2)** $\left[-\frac{9}{2};\ +\infty\right)$ **3)** $\left(-\infty;\ \frac{3}{2}\right]$ **4)** $\left(-\infty;\ \frac{1}{7}\right]$

Ответ: _____.

12. Радиус описанной около треугольника окружности можно найти по формуле $R = \frac{a}{2\sin\alpha}$, где a — длина стороны треугольника, α — противолежащий этой стороне угол, а R — радиус описанной около этого треугольника окружности. Пользуясь этой формулой, найдите $\sin\alpha$, если $a = 0,6$, а $R = 0,75$.

Ответ: _____.

13. Решите в вещественных числах систему неравенств $\begin{cases} -35 + 5x < 0 \\ 6 - 3x > -18 \end{cases}$.

1) $(7;\ 8)$ **2)** $(-\infty;\ 7)$ **3)** $(-\infty;\ 8)$ **4)** $(7;\ +\infty)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на $7^\circ C$. Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 6 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла $-8^\circ C$.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольнике ABC известно, что $\angle BAC = 64^\circ$, AD – биссектриса. Найдите угол BAD. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

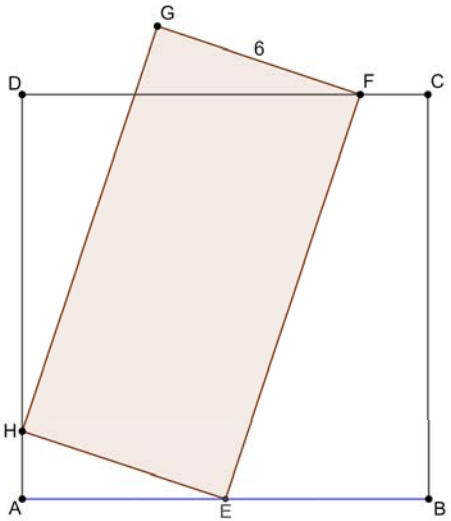
16. В угол величиной 70° вписана окружность, которая касается его сторон в точках A и B. На большей дуге AB этой окружности выбрали точку C. Найдите величину угла ACB. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

17. Одна из сторон параллелограмма равна 4, другая тоже равна 4, а косинус одного из углов равен $\frac{\sqrt{15}}{4}$. Найдите площадь параллелограмма.

Ответ: _____.

18. Дан квадрат $ABCD$ и прямоугольник $EFGH$. Причём точки E, F, H лежат на отрезках AB, CD, DA соответственно (см. рис.). Известно, что $GF = 6$ и точка E – середина отрезка AB. Найдите площадь прямоугольника $EFGH$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
2) Если в четырёхугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырёхугольник — ромб.
3) Площадь круга меньше квадрата длины его диаметра.

Ответ: _____.

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Пусть a, b – вещественные числа. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$a^2+b^2-2ab(a+b)+2a^2b^2.$$

21. Из двух городов одновременно навстречу друг другу отправились два велосипедиста. Проехав некоторую часть пути, первый велосипедист сделал остановку на 56 минут, а затем продолжил движение до встречи со вторым велосипедистом. Расстояние между городами составляет 182 км, скорость первого велосипедиста равна 13 км/ч, скорость второго – 15 км/ч. Определите расстояние (в км) от города, из которого выехал второй велосипедист, до места встречи.

22. Постройте график функции:

$$y=\frac{x^4-13x^2+36}{(x+2)(x-3)}.$$

Определите, при каких значениях a прямая $y=ax-7$ имеет с графиком функции нечётное количество общих точек.

Модуль «Геометрия»

23. На отрезке AB отмечена точка O, отличная от точек A и B. Точки E, C, D лежат в одной полуплоскости относительно прямой AB и не принадлежат этой прямой. Угол BOD равен 25°. Найдите величину угла AOE, если OE — биссектриса угла AOC, а OD — биссектриса угла COB. Ответ дайте в градусах.

24. В параллелограмме $ABCD$ точка K — середина стороны CD. Известно, что $KA=KB$. Докажите, что данный параллелограмм — прямоугольник.

25. Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 12 и 20, а основание $BC=2$. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB. Найдите площадь трапеции.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №355

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

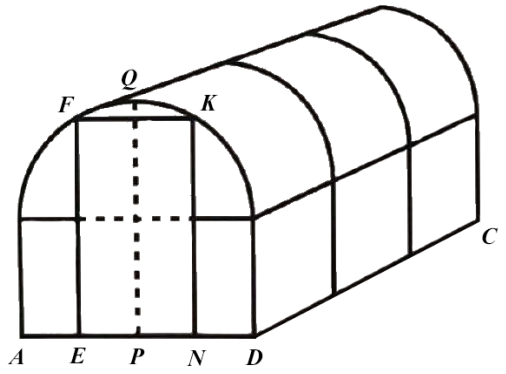


рис. 1

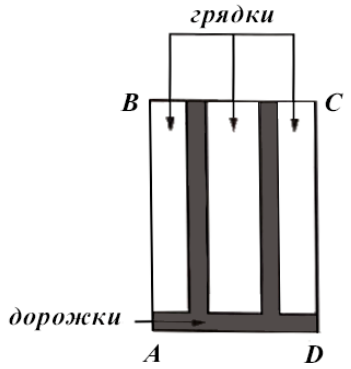


рис. 2

Юрий Борисович начал строить на дачном участке теплицу (см. рис. 1 выше). Для этого он сделал фундамент в виде прямоугольника $ABCD$ длиной $DC = 7$ м и шириной $AD = 2{,}8$ м (см. рис. 2 выше). Нижний ярус теплицы имеет форму прямоугольного параллелепипеда, собран из металлического профиля и по длине для прочности укреплён металлическими стойками. Высота нижнего яруса теплицы ровно в два раза меньше её ширины. Для верхнего яруса теплицы Юрий Борисович заказал металлические дуги в форме полуокружностей, которые крепятся к стойкам нижнего яруса. Отдельно требуется купить материал для обтяжки поверхности теплицы. В передней стенке планируется вход (см. рис. 1 выше) в виде прямоугольника $EFKN$, причём $AE = EP = PN = ND$.

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Внутри теплицы Юрий Борисович планирует сделать три грядки: одну широкую центральную и две одинаковые узкие по краям (см. рис. 2 выше). Между грядками и при входе в теплицу будут дорожки шириной 40 см, для которых надо купить тротуарную плитку размером 20 см × 20 см.

1. Найдите высоту (в метрах) теплицы PQ.

Ответ: _____.

2. Сколько упаковок плитки необходимо купить для дорожек, если она продаётся в упаковках по 8 штук?

Ответ: _____.

3. Найдите ширину (в см) центральной грядки, если она в $1,2$ раза больше ширины узкой грядки.

Ответ: _____.

4. Найдите длину металлической дуги для верхнего яруса теплицы. Ответ дайте в см. Результат округлите до целых.

Ответ: _____.

5. Найдите высоту EF входа в теплицу в сантиметрах. Результат округлите до целых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(\sqrt{54}-\sqrt{24}\right)\cdot\sqrt{6}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – вещественные положительные числа. Причём $a+b+c=1$. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\frac{\sqrt{a}}{1-a}+\frac{\sqrt{b}}{1-b}+\frac{\sqrt{c}}{1-c}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **2)** $\frac{5}{2}$ **3)** 2 **4)** $\frac{1}{2}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\dfrac{\left(\sqrt[m]{a}-\sqrt[n]{a}\right)\left(a^{\frac{1}{m}}-a^{\frac{1}{n}}\right)^2+4a^{\frac{m+n}{mn}}}{\left(a^{\frac{2}{m}}-a^{\frac{2}{n}}\right)\left(\sqrt[m]{a^{m+1}}+\sqrt[n]{a^{n+1}}\right)}$ при $a=0,04$ и при любых целых положительных m, n.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\sqrt{\frac{18-7x-x^2}{8-6x+x^2}}+\sqrt{\frac{8-6x+x^2}{18-7x-x^2}}=\frac{13}{6}.$$

В ответе запишите значение выражения $-6x_1-7x_2$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i<x_{i+1}$.

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

10. Василий Петров выполняет задание по английскому языку. В этом задании есть 10 английских выражений и их переводы на русский в случайном порядке. Нужно установить верные соответствия между выражениями и их переводами. За каждое правильно установленное соответствие даётся 1 балл. Таким образом, можно получить от 0 до 10 баллов. Вася ничего не знает, поэтому выбирает варианты наугад. Найдите вероятность того, что он получит ровно 9 баллов.

Ответ: _____.

11. На множестве вещественных чисел $x \in (-\infty;\ +\infty)$ задана функция $f(x)$, являющаяся полиномом. Причём $f(3) = 195$. Известно, что эта функция при любых вещественных значениях $x \in (-\infty;\ +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$(x-16)\,f(2x) = 16(x-1)\,f(x).$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-5)$ **Б)** $f(-2)$ **В)** $f(5)$

1) -297 **2)** -51597 **3)** -12960

Ответ: _____.

12. Зная длину своего шага, человек может приближённо подсчитать пройденное им расстояние s по формуле $s = nl$, где n — число шагов, l — длина шага. Какое расстояние прошёл человек, если $l = 50$ см, $n = 1400$? Ответ выразите в километрах.

Ответ: _____.

13. Решите в вещественных числах неравенство (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\frac{x^2}{x-1} + \sqrt{x-1} + \frac{\sqrt{x-1}}{x^2} \le \frac{x-1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x-1}} + \frac{x^2}{\sqrt{x-1}}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $x \in \varnothing$ **2)** $x \in [2,\ +\infty)$

3) $x \in (-\infty;\ +\infty)$ **4)** $x \in (1,\ 2]$

Ответ: _____.

14. При проведении химической реакции в растворе образуется нерастворимый осадок. Наблюдения показали, что каждую минуту образуется 0,2 г осадка. Найдите массу осадка (в граммах) в растворе спустя семь минут после начала реакции.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Три прямые, параллельные сторонам данного треугольника, отсекают от него три треугольника, причём остается равносторонний шестиугольник. Найдите длину стороны шестиугольника, если длины сторон треугольника равны 6, 10 и 15.

Ответ: _____.

16. Стороны угла с вершиной C касаются окружности в точках A и B. Из точки P, лежащей на окружности, опущены перпендикуляры PA_1, PB_1 и PC_1 на прямые BC, CA и AB. Найдите значение выражения $\dfrac{PA_1 \cdot PA^2}{PB_1 \cdot PB^2}$.

Ответ: _____.

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

17. На стороне AB выпуклого четырёхугольника $ABCD$ взяты точки K и L (точка K лежит между A и L), а на стороне CD взяты точки M и N (точка M между C и N). Известно, что $AK = KN = DN$ и $BL = BC = CM$. также известно, что четырёхугольник BCNK можно вписать в окружность. Найдите сумму градусных мер углов ALM и MDA.

Ответ: _____.

18. Площадь трапеции $ABCD$ равна 84. Основания AB и DC связаны соотношением $AB = \frac{4}{3}DC$. Найдите площадь треугольника ABC.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

1) Если диагонали параллелограмма делят его углы пополам, то этот параллелограмм — ромб.
2) Диагонали параллелограмма равны.
3) Сумма двух противоположных углов четырехугольника не превосходит 180 градусов.
4) Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то этот параллелограмм — ромб.

Ответ: _____.

alexlarin.net

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Пусть a, b – вещественные числа такие, что все корни кубического уравнения $ax^3 - x^2 + bx - 1 = 0$ являются вещественными положительными числами. Найдите наименьшее возможное значение b.

21. Саша выбрал натуральное число $N > 1$ и выписал в строчку в порядке возрастания все его натуральные делители: $1 = d_1 < d_2 < ... < d_s = N$. Затем для каждой пары стоящих рядом чисел он вычислил их наибольший общий делитель. Сумма полученных $s - 1$ чисел оказалась равной $N - 2$. Какие значения могло принимать N?

22. Найдите все вещественные значения параметра a, при каждом из которых уравнение:

$$|x| + \left|\frac{x+1}{3x-1}\right| = a$$

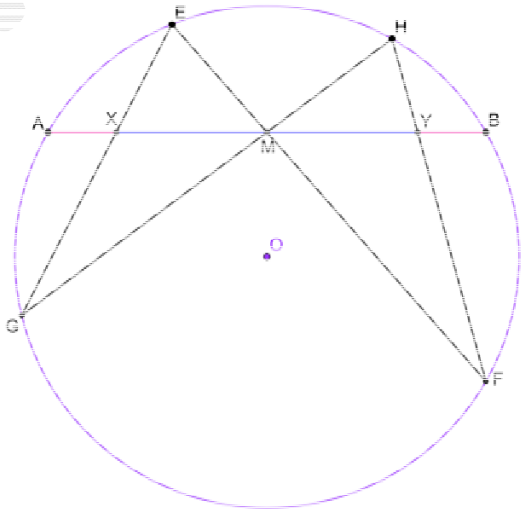
имеет ровно три вещественных решения.

Модуль «Геометрия»

23. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведён луч l из вершины B. На луче l внутри треугольника ABC взяты точки P и Q так, что $\angle BAP = \angle QCA$. Найдите значение выражения $\frac{\angle PAQ}{\angle PCQ}$.

24. Докажите, что композиция двух поворотов на углы, в сумме не кратные 360°, является поворотом.

25. Дана окружность ω с центром в точке O. Различные точки A, B, E, H лежат на окружности ω, причём точки E и H принадлежат меньшей дуге AB и дуга AH равна сумме дуг AE и EH. Точка M – середина отрезка AB. Лучи EM и HM пересекают окружность ω в точках F и G соответственно. Отрезки EG и HF пересекают хорду AB в точках X и Y соответственно. Найдите значение выражения $\frac{XM}{MY}$.



alexlarin.net

© alexlarin.net 2023 **Разрешается** свободное копирование, распространение и использование в образовательных **некоммерческих** целях

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	2341	4	312,5	1,7	2250	-1	3	600	60	0,9	3421	0,4	2	-50	32	55	4	72	3	0	104	-3/2;-1;3;13/3	65	-	120

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	2,8	20	75	440	261	6	1	25	30	0	231	0,7	2	1,4	3	1	180	48	14	$\sqrt{3}$	3	{2}	1	-	1