

#методички

# профиматика

возможно, самый понятный  
канал по математике

## Задача 17 Ященко 2023



1

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(a - x)^2 + 4a + 1 = (2x + 1)^2 - 8|x|$$

имеет четыре различных корня.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



2

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$2a^2 + 3ax - 2x^2 - 8a - 6x + 10|x| = 0$$

имеет четыре различных корня.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



3

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{\log_{0,4}(6x^2 - 13x + 5ax - 6a^2 - 13a + 6)}{\sqrt{2x - 3a + 4}} = 0$$

имеет единственный корень.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



4

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{\log_{0,2}(6x^2 + 16ax + 7x + 8a^2 + 2a - 2)}{\sqrt{4 - 3a - 2x}} = 0$$

имеет единственный корень.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



5

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\begin{cases} y^2 - x = 4 - 2a \\ y^4 + x^2 = a^2 - 3a + 4 \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



6

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\begin{cases} y^2 - x = 2a + 8 \\ y^4 + x^2 = a^2 - 5a - 6 \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



7

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых оба уравнения  $a + \frac{x}{2} = |x|$  и  $a\sqrt{2} + x = \sqrt{2a\sqrt{2}x - x^2 + 12}$  имеют ровно по 2 различных корня, и строго между корнями каждого из уравнений лежит корень другого уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



8

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых оба уравнения  $a + \frac{x}{3} = |x|$  и  $2a + x = \sqrt{2a^2 + 4ax - x^2 + 12}$  имеют ровно по 2 различных корня, и строго между корнями каждого из уравнений лежит корень другого уравнения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



9

Найдите все такие значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{10x^2 + x - 24} \cdot \log_2((x - 3) \cdot (a + 5) + 14) = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ [Видеоразбор задачи](#)



10

Найдите все такие значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{10x^2 - 19x - 15} \cdot \log_3(7 - (a - 4) \cdot (x + 2)) = 0$$

имеет ровно два различных корня.



Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**11** Найдите все такие значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - a^2| = |x + a| \cdot \sqrt{x^2 - 4ax + 5a}$$

имеет ровно один корень.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**12** Найдите все такие значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$|x^2 - a^2| = |x + a| \cdot \sqrt{x^2 - 5ax + 4a}$$

имеет ровно два различных корня.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**13** Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых корни уравнения  $3a^{2x} - 16^x + 2 \cdot (4a)^x = 0$  принадлежат отрезку  $[-2; -1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



- 14 Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых корни уравнения  $5a^{2x} - 2 \cdot 4^x + 9 \cdot (2a)^x = 0$  принадлежат отрезку  $[-3; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



- 15 Найдите все такие значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$-1 \leq \sin x(a - \cos 2x) \leq 1$$

верно при всех действительных значениях  $x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



- 16 Найдите все такие значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$-1 \leq \cos x(\cos 2x - a - 1) \leq 1$$

верно при всех действительных значениях  $x$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



- 17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - 2a + 2)^2 + (y + a - 2)^2 = a + \frac{5}{2} \\ x + y = 1 - a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} (x - a + 3)^2 + (y + a - 2)^2 = a + \frac{7}{2} \\ x - y = a - 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**19** Найдите все такие значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5 - 7x} \cdot \ln(9x^2 - a^2) = \sqrt{5 - 7x} \cdot \ln(3x + a)$$

имеет ровно один корень.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**20** Найдите все такие значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$(7x - 6) \cdot \ln(x + a) = (7x - 6) \cdot \ln(4x - a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



⇒ Видеоразбор задачи

**21** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнения

$$\begin{cases} \sqrt{16 - y^2} = \sqrt{16 - a^2x^2} \\ x^2 + y^2 = 8x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**22** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнения

$$\begin{cases} \sqrt{a - y^2} = \sqrt{a - x^2} \\ x^2 + y^2 = 2x + 4y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**23** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнения

$$\begin{cases} \frac{5}{x} + 3 - y = \left| y - 2 + \frac{3}{x} \right| \\ 2y(y - 4) + 3x(ax + 4) = xy(2a + 3) \end{cases}$$

имеет больше трех решений.

Ответ: \_\_\_\_\_.





⇒ Видеоразбор задачи

**24** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнения

$$\begin{cases} y + 2 - \frac{4}{x} = \left| y + \frac{2}{x} - 3 \right| \\ 2y(y + 2) + 3x(ax - 2) = xy(2a + 3) \end{cases}$$

имеет больше трех решений.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**25** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых среди корней уравнения

$$3x^2 - 24x + 64 = a|x - 3|$$

будет ровно три положительных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**26** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых среди корней уравнения

$$x^2 - 10x + 35 = a|x - 6|$$

будет ровно два положительных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



- 27 Найдите, при каких неотрицательных значениях  $a$  функция  $f(x) = 3ax^4 - 8x^3 + 3x^2 - 7$  на отрезке  $[-1; 1]$  имеет ровно одну точку минимума.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



- 28 Найдите, при каких неотрицательных значениях  $a$  функция  $f(x) = ax^4 + 4x^3 - 3x^2 - 5$  на отрезке  $[-2; 2]$  имеет две точки максимума.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



- 29 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_7(36 - y^2) = \log_7(36 - a^2x^2) \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



- 30 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} \log_{11}(a - y^2) = \log_{11}(a - x^2) \\ x^2 + y^2 = 2x + 6y \end{cases}$$

имеет ровно два различных решения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**31** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|3x| - 2x - 2 - a}{x^2 - 2x - a} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**32** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|x - 6| + a - 6}{x^2 - 10x + a^2} = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



**33** Найдите все значения  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(\sqrt{12 - x^2} - y)((x + 4)^2 + (y + 4)^2 - 8(x + 4) + x^2 - y^2 - 24)}{2 - x^2} = 0 \\ y = 1 - 2a \end{cases}$$

имеет ровно два решения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи

**34**

Найдите все значения  $a$ , при которых система уравнений

$$\begin{cases} \frac{(y - \sqrt{10 - x^2})((x + 5)^2 + (y + 5)^2 - 10(x + 7,5) + x^2 - y^2 + 5)}{\sqrt{x^2 - 1}} = 0 \\ y = ax + a - 1 \end{cases}$$

имеет одно решение.

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи

**35**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых неравенство

$$(4|x| - a - 3)(x^2 - 2x - 2 - a) \leq 0$$

имеет хотя бы одно решение из промежутка  $[-4; 4]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи

**36**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых любое значение из промежутка  $[-1,5; -0,5]$  является решением неравенства

$$(4|x| - a - 3)(x^2 - 2x - 2 - a) \geq 0.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

⇒ Видеоразбор задачи



Ответы:

1.  $(-4; -3) \cup (-3; -1) \cup (-1; 0)$
2.  $(0; 0,8) \cup (0,8; 3,2) \cup (3,2; 4)$
3.  $\left\{-\frac{7}{13}\right\} \cup \left[\frac{5}{6}; \frac{22}{5}\right)$
4.  $(-\infty; -7] \cup [2; +\infty) \cup \left\{-\frac{11}{8}\right\}$
5.  $\{1\} \cup \left(\frac{4}{3}; 3\right)$
6.  $\left(-\frac{7}{3}; -2\right)$
7.  $\left[\sqrt{2}; \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{13}}\right)$
8.  $\left(\frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{13}}; \frac{4\sqrt{6}}{5}\right)$
9.  $\{-5\} \cup \left[-\frac{50}{23}; -\frac{45}{23}\right) \cup \left(\frac{11}{3}; \frac{13}{3}\right)$
10.  $\{4\} \cup \left[\frac{16}{3}; \frac{50}{9}\right) \cup \left(\frac{58}{7}; 9\right)$
11.  $\{-5\} \cup (-1; 0)$
12.  $(-\infty; -2) \cup \left(-2; -\frac{2}{3}\right] \cup (0; +\infty)$
13.  $[4\sqrt{3}; 12]$
14.  $(0; 0,4] \cup [2\sqrt[3]{5}; +\infty)$
15.  $[1 - 1,5\sqrt[3]{4}; 0]$
16.  $[-1; 1,5\sqrt[3]{4} - 2]$
17.  $\left\{-\frac{1}{2}; 2\right\}$
18.  $\{1; 9\}$
19.  $\left(-\frac{15}{7}; -\frac{1}{2}\right] \cup \left[\frac{8}{7}; \frac{15}{7}\right)$
20.  $\left(-\frac{6}{7}; 0\right] \cup \left(\frac{3}{2}; \frac{24}{7}\right) \cup \left\{\frac{9}{7}\right\}$
21.  $(-\infty; -2) \cup (-2; -0,5) \cup (0,5; 2) \cup (2; +\infty) \cup 0$

22.  $[1; 9)$

23.  $\left(-\frac{9}{16}; -0,5\right) \cup (-0,5; 0) \cup (0; 2) \cup (2; +\infty)$

24.  $\left(-\frac{25}{16}; -1,5\right) \cup (-1,5; 0) \cup \left(0; 3\frac{1}{6}\right) \cup \left(3\frac{1}{6}; +\infty\right)$

25.  $6 + 2\sqrt{57} \cup \left(21\frac{1}{3}; +\infty\right)$

26.  $\left(2\sqrt{11} - 2; 5\frac{5}{6}\right) \cup 2 + 2\sqrt{11}$

27.  $[0; 1,5) \cup [2; +\infty)$

28.  $\left(-1,5; -\frac{9}{8}\right]$

29.  $(-\infty; -3] \cup \left\{-\frac{1}{3}; 0; \frac{1}{3}\right\} \cup [3; +\infty)$

30.  $(4; 16]$

31.  $(-2; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 8) \cup (8; +\infty)$

32.  $(-\infty; 0) \cup (0; 3) \cup (3; 4) \cup (4; 5) \cup (5; 6)$

33.  $\left(-\frac{2\sqrt{3}-1}{2}; -\frac{\sqrt{10}-1}{2}\right) \cup \left(-\frac{\sqrt{10}-1}{2}; -1\right) \cup \left\{-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right\}$

34.  $[1,4; 2) \cup \left\{-\frac{\sqrt{10}+1}{9}; \frac{\sqrt{10}-1}{9}\right\}$

35.  $[-3; 22]$

36.  $(-\infty; -1] \cup [3,25; +\infty) \cup \{1\}$