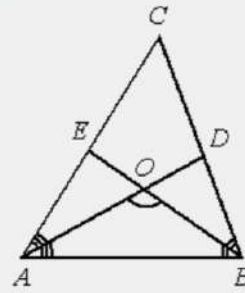


**1**

В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $58^\circ$ , биссектрисы  $AD$  и  $BE$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите угол  $AOB$ . Ответ дайте в градусах.



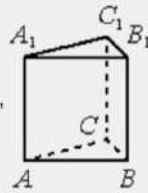
540F92

**Источники:**

ГПР (старый банк)  
ГПР (новый банк)

**ОТВЕТ:****2**

В правильной треугольной призме  $ABCA_1B_1C_1$ ,



все рёбра которой равны 1, найдите угол

между прямыми  $AA_1$  и  $BC_1$ .

C0F645

**Источники:**

ГПР (старый банк)

**ОТВЕТ:**

**3**

На чемпионате по прыжкам в воду выступают 20 спортсменов, среди них 7 прыгунов из Голландии и 8 прыгунов из Бразилии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первым будет выступать прыгун из Бразилии.



eD6F93

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Основная волна 2022  
 Досрочная волна 2017  
 Основная волна 2013

**ОТВЕТ:****4**

Если шахматист А. играет белыми фигурами, то он выигрывает у шахматиста Б. с вероятностью 0,5. Если А. играет чёрными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,32. Шахматисты А. и Б. играют две партии, причём во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.



B5BD2F

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2015

**ОТВЕТ:**

**5**

Найдите корень уравнения  
 $\lg(4 - x) = 2$ .

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)

**ОТВЕТ:****6**

Найдите  $16 \cos 2\alpha$ , если  $\cos \alpha = 0,5$ .



4881FC

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)

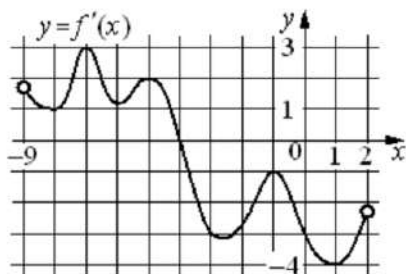
ФИПИ (новый банк)

Досрочная волна 2013

**ОТВЕТ:**

**7**

На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-9; 2)$ . В какой точке отрезка  $[-8; -4]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?

**Источники:**

ГПР (старый банк)  
ГПР (новый банк)  
Основная волна 2018  
Основная волна 2017

**ОТВЕТ:****8**

Для нагревательного элемента некоторого прибора экспериментально была получена зависимость температуры (в К) от времени работы:

$$T(t) = T_0 + bt + at^2,$$

где  $t$  — время (в мин.),  $T_0 = 1320$  К,  $a = -20$  К/мин<sup>2</sup>,  $b = 200$  К/мин. Известно, что при температуре нагревательного элемента свыше 1800 К прибор может испортиться, поэтому его нужно отключить. Найдите, через какое наибольшее время после начала работы нужно отключить прибор. Ответ дайте в минутах.



4A0E2F

**Источники:**

ГПР (старый банк)  
ГПР (новый банк)  
Досрочная волна 2017  
Основная волна 2016

**ОТВЕТ:**

**9**

Смешав 45-процентный и 97-процентный растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 62-процентный раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50-процентного раствора той же кислоты, то получили бы 72-процентный раствор кислоты. Сколько килограммов 45-процентного раствора использовали для получения смеси?



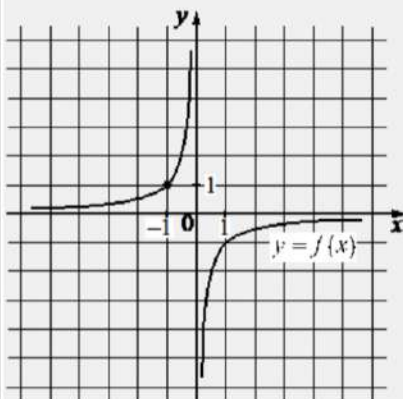
02C0F1

**Источники:**

ГІРІ (старый банк)  
 ГІРІ (новый банк)  
 Демо 2021  
 Демо 2020  
 Досрочная волна 2015

**ОТВЕТ:****10**

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



06DEEE

**Источники:**

ГІРІ (старый банк)

**ОТВЕТ:**

**11**

Найдите наименьшее значение функции  $y = (2x + 15) \cdot e^{2x+16}$  на отрезке  $[-12; -2]$ .

**Источники:**ФИПИ (новый банк)  
Основная волна 2020**ОТВЕТ:****12**

а) Решите уравнение

$$\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - 6\sin^2 x) = x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 4\pi\right]$ .**Источники:**

Основная волна 2017

**ОТВЕТ:**а)  
б)

**13**

В правильной четырёхугольной призме  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  сторона основания  $AB = 6$ , а боковое ребро  $AA_1 = 4\sqrt{3}$ . На рёбрах  $AB$ ,  $A_1 D_1$  и  $C_1 D_1$  отмечены точки  $M$ ,  $N$  и  $K$  соответственно, причём  $AM = A_1 N = C_1 K = 1$ .

- а) Пусть  $L$  – точка пересечения плоскости  $MNK$  с ребром  $BC$ . Докажите, что  $MNKL$  – квадрат.  
б) Найдите площадь сечения призмы плоскостью  $MNK$ .

**Источники:**

Горлин #14 2019  
Сергеев 2018  
Досрочная волна 2016

**ОТВЕТ:**

**14**

Решите неравенство

$$(3^{4x-x^2-3} - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) \geq 0.$$

**Источники:**

Досрочная волна (Резерв) 2016

**ОТВЕТ:**



**15**

Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. ед. продукции на таком заводе равны  $0,5x^2 + 2x + 6$  млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$ . Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год  $p = 10$ , а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?

**Источники:**

Досрочная волна (Резерв) 2019

**ОТВЕТ:**

**16**

В трапеции  $ABCD$  с основаниями  $BC$  и  $AD$  углы  $ABD$  и  $ACD$  прямые.

- а) Докажите, что  $AB = CD$ .  
б) Найдите  $AD$ , если  $AB = 2$ ,  $BC = 7$ .

**Источники:**

Основная волна 2018

Основная волна (Резерв) 2018

**ОТВЕТ:**

**17**Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} 2a \leq x, \\ 6x > x^2 + a^2, \\ x + a \leq 6 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение на отрезке  $[4; 5]$ .

BB4A02

**Источники:**ФИПИ (старый банк)  
Досрочная волна 2017**ОТВЕТ:**

В группе поровну юношей и девушек. Юноши отправляли электронные письма девушкам. Каждый юноша отправил или 4 письма, или 21 письмо, причём и тех, и других юношей было не менее двух. Возможно, что какой-то юноша отправил какой-то девушке несколько писем.

- а) Могло ли оказаться так, что каждая девушка получила ровно 7 писем?  
б) Какое наименьшее количество девушек могло быть в группе, если известно, что все они получили писем поровну?  
в) Пусть все девушки получили различное количество писем (возможно, какая-то девушка не получила писем вообще). Каково наибольшее возможное количество девушек в такой группе?

**ОТВЕТ:**

а)

б)

в)