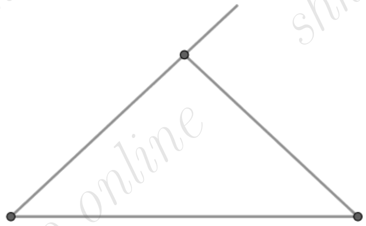
1. Один из внешних углов равнобедренного треугольника равен $86°$. Найдите наименьший из внутренних углов этого треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ

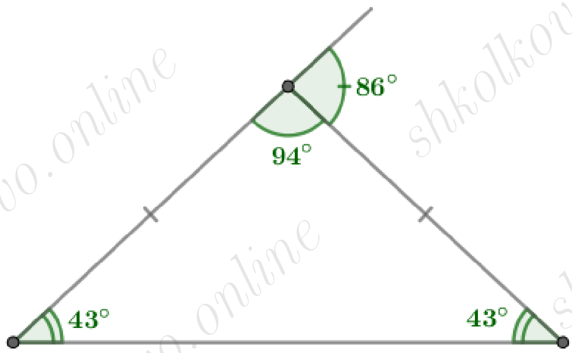
43

Решение

Углы при основании равнобедренного треугольника всегда меньше $90°$. Значит, смежные им углы всегда больше $90°$ градусов. Тогда внешний угол, данный в условии, смежен углу при противоположной основанию вершине равнобедренного треугольника.

Следовательно, угол при противоположной основанию вершине равнобедренного треугольника равен

$$180° - 86° = 94°$$

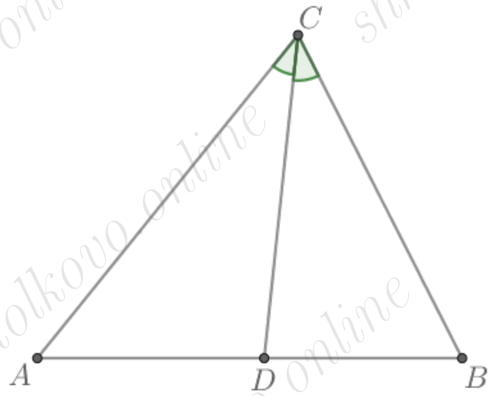


Углы при основании равнобедренного треугольника одинаковые, тогда по сумме углов треугольника они равны

$$\frac{180° - 94°}{2} = \frac{86°}{2} = 43°$$

Так как $43 < 94$, то меньший из углов треугольника равен $43°$.

2. В треугольнике ABC CD — биссектриса, $\angle B = 63^\circ$, $\angle ACD = 33^\circ$. Найдите $\angle ADC$. Ответ дайте в градусах.



Ответ

96

Решение

Так как CD — биссектриса, то

$$\angle ACD = \angle DCB$$

Тогда

$$\angle ACB = 2 \cdot 33^\circ = 66^\circ$$

Сумма углов треугольника равна 180°, тогда

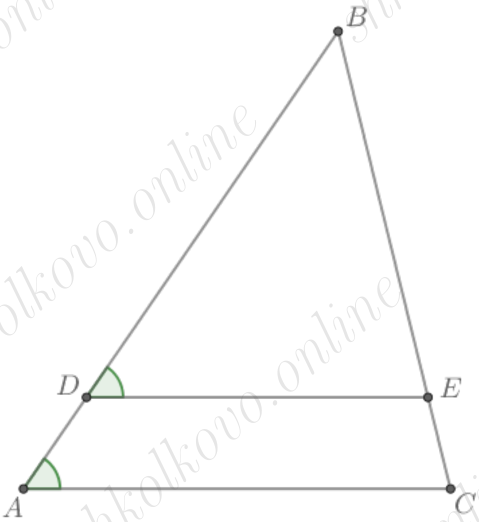
$$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle ACB = 180^\circ - 63^\circ - 66^\circ = 51^\circ$$

$$\angle A + \angle ACD + \angle ADC = 180^\circ$$

$$51^\circ + 33^\circ + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\angle ADC = 96^\circ$$

3. Точки D и E на сторонах AB и BC треугольника ABC соответственно таковы, что $\angle CAB = \angle EDB$. Найдите отношение $AC : DE$, если известно, что $BE : EC = 4 : 1$.



Ответ
1,25

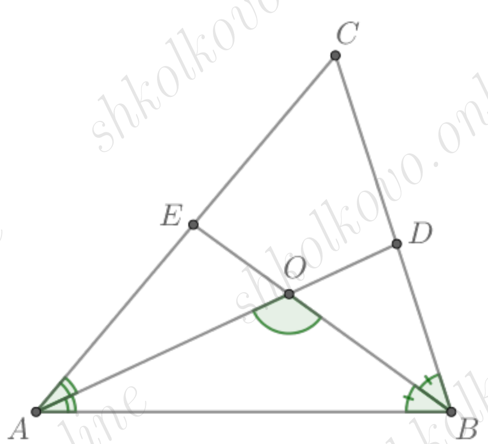
Решение
Обозначим $EC = x,\ BE = 4x$, тогда

$$BC = BE + EC = 5x$$

Имеем $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ по двум углам, поскольку $\angle B$ — общий, $\angle CAB = \angle EDB$.
Отсюда можем записать отношение подобия:

$$\frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE} = \frac{5x}{4x} = \frac{5}{4} = 1,25$$

4. В треугольнике ABC угол C равен $58°$, биссектрисы AD и BE пересекаются в точке O. Найдите угол AOB. Ответ дайте в градусах.



Ответ

119

Решение

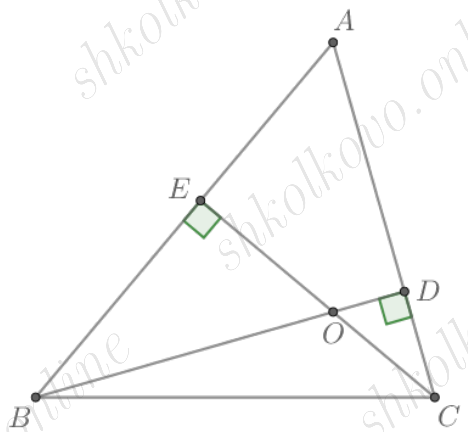
В треугольнике ABC

$$\angle A + \angle B = 180^\circ - \angle C = 180^\circ - 58^\circ = 122^\circ$$

Заметим, что

$$\angle AOB = 180^\circ - (\angle OAB + \angle OBA) =$$
$$= 180^\circ - 0,5(\angle A + \angle B) = 180^\circ - 0,5 \cdot 122^\circ = 119^\circ$$

5. В треугольнике ABC угол A равен 56°, углы B и C — острые. Высоты BD и CE пересекаются в точке O. Найдите угол DOE. Ответ дайте в градусах.



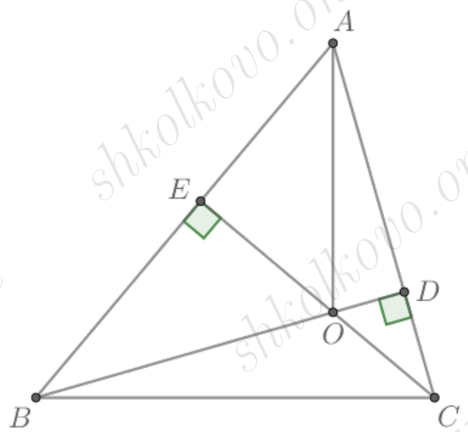
Ответ

124

Решение

Способ 1.

Проведем OA.



Тогда

$$\angle DOE = \angle DOA + \angle EOA$$

Так как $\angle AEO = \angle ADO = 90^\circ$, то из прямоугольных треугольников AEO и ADO

$$\angle EOA = 90^\circ - \angle OAE, \quad \angle DOA = 90^\circ - \angle OAD$$

Следовательно:

$$\angle DOE = \angle DOA + \angle EOA = 90^\circ - \angle OAD + 90^\circ - \angle OAE =$$

$$= 180^\circ - (\angle OAD + \angle OAE) = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$

Способ 2.

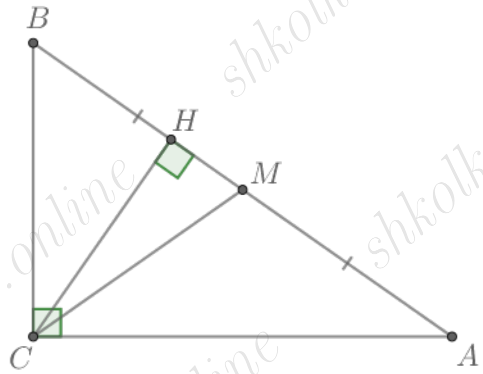
Вспомним, что сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360°. Тогда для четырехугольника $AEOD$:

$$\angle A + \angle E + \angle O + \angle D = 360^\circ$$

Откуда

$$\angle DOE = \angle O = 360^\circ - 90^\circ - 90^\circ - 56^\circ = 124^\circ$$

6. Острый угол B прямоугольного треугольника ABC равен 55°. Найдите угол между высотой CH и медианой CM, проведенными из вершины прямого угла C. Ответ дайте в градусах.



Ответ

20

Решение

Так как медиана, опущенная из вершины прямого угла треугольника, равна половине гипотенузы, то треугольник BMC — равнобедренный, то есть $BM = CM$. Следовательно,

$$\angle BCM = \angle B = 55^\circ$$

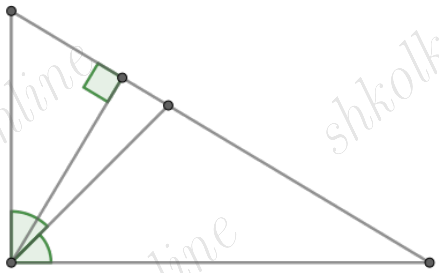
В прямоугольном треугольнике BCH :

$$\angle BCH = 90^\circ - \angle B = 35^\circ$$

Тогда

$$\angle HCM = 55^\circ - 35^\circ = 20^\circ$$

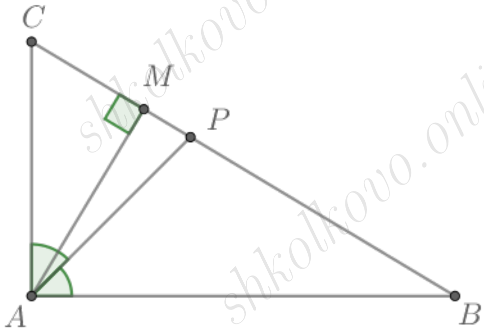
7. В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведенными из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



Ответ

31

Решение



По условию $\angle MAP = 14^\circ$. Так как AP — биссектриса и $\angle A = 90^\circ$, то $\angle CAP = 45^\circ$, следовательно,

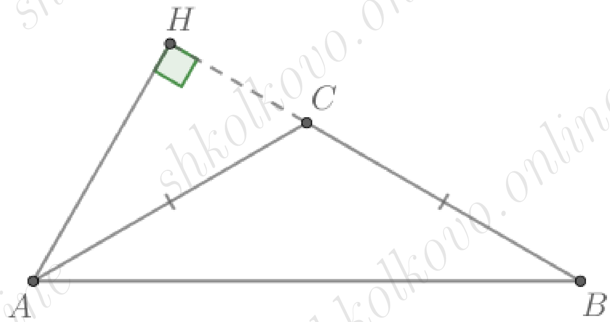
$$\angle CAM = 45^\circ - 14^\circ = 31^\circ$$

Тогда

$$\angle C = 90^\circ - 31^\circ = 59^\circ$$

Следовательно, $\angle B = \angle CAM = 31^\circ$ — наименьший угол треугольника ABC.

8. В треугольнике ABC $AC = BC = 2\sqrt{3}$, $\angle C = 120^\circ$. Найдите высоту AH.



Ответ

3

Решение

Рассмотрим прямоугольный треугольник ACH. Так как $\angle ACB = 120°$, то

$$\angle ACH = 180° - 120° = 60°$$

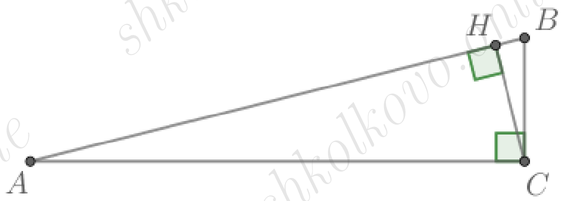
Так как сумма острых углов прямоугольного треугольника равна $90°$, то

$$\angle HAC = 90° - 60° = 30°$$

Катет, лежащий против угла $30°$, равен половине гипотенузы, следовательно, $HC = 0,5AC = \sqrt{3}$. Тогда по теореме Пифагора

$$AH = \sqrt{AC^2 - HC^2} = 3$$

9. В треугольнике ABC угол C равен $90°$, $CH = 4$ — высота, $BC = \sqrt{17}$. Найдите $\operatorname{tg} \angle A$.



Ответ

0,25

Решение

По теореме Пифагора в треугольнике из BCH :

$$BH = \sqrt{BC^2 - HC^2} = \sqrt{17 - 16} = 1$$

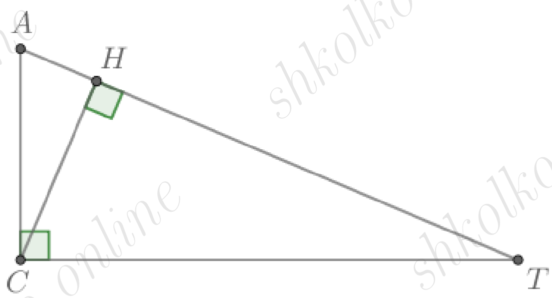
Следовательно,

$$\operatorname{tg} \angle BCH = \frac{BH}{CH} = 0,25$$

По свойству прямоугольного треугольника $\angle BCH = \angle BAC$, следовательно,

$$\operatorname{tg} \angle A = \operatorname{tg} \angle BAC = 0,25$$

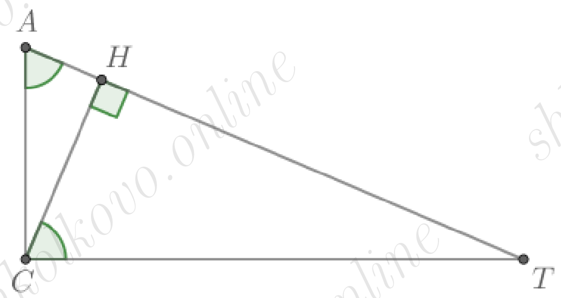
10. В прямоугольном треугольнике CAT из вершины C прямого угла опущена высота CH. Известно, что $TH = 12$, $CH = 5$. Найдите $13 \sin \angle A$.



Ответ

12

Решение



По свойству прямоугольного треугольника и высоты, опущенной из его прямого угла, $\triangle CHT \sim \triangle CAT$. Значит, $\angle HCT = \angle A$. Поэтому будем искать $\sin\angle HCT$.

В треугольнике HCT :

$$\sin\angle HCT = \frac{TH}{TC}$$

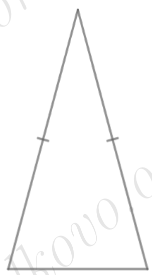
По теореме Пифагора из этого же треугольника мы можем найти TC :

$$TC = \sqrt{TH^2 + CH^2} = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$$

Следовательно,

$$\sin\angle A = \sin\angle HCT = \frac{12}{13} \quad \Rightarrow \quad 13\sin\angle A = 12.$$

11. Угол при вершине, противолежащей основанию равнобедренного треугольника, равен 30°. Найдите боковую сторону этого треугольника, если его площадь равна 25.



Ответ

10

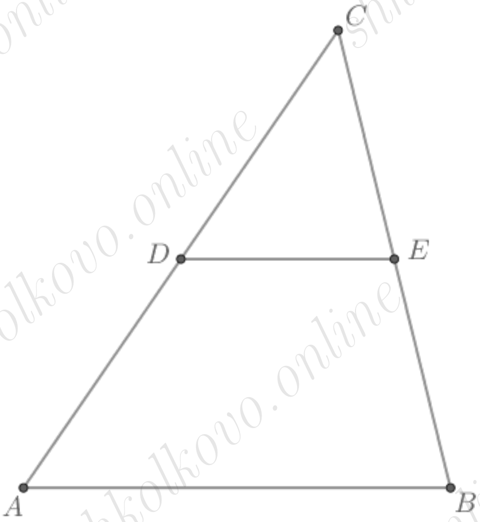
Решение

Пусть a — боковая сторона треугольника.

Площадь треугольника равна полупроизведению сторон на синус угла между ними, следовательно,

$$\frac{1}{2}\cdot a^2 \cdot \sin 30^\circ = S = 25 \quad \Rightarrow \quad a^2 = 100 \quad \Rightarrow \quad a = 10$$

12. Площадь треугольника ABC равна 8, DE — средняя линия. Найдите площадь треугольника CDE.



Ответ

2

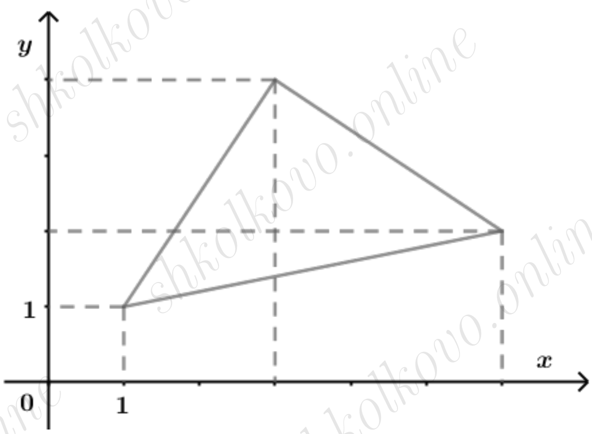
Решение

Треугольники CDE и CAB подобны по 2 углам (угол C общий, $\angle CDE = \angle CAB$ как соответственные) с коэффициентом подобия

$$k = \frac{CD}{AC} = \frac{1}{2}$$

Тогда отношение площадей этих треугольников равно $k^2 = \frac{1}{4}$ и площадь треугольника CDE равна $8 : 4 = 2$.

13. Найдите площадь треугольника, вершины которого имеют координаты $(1; 1)$, $(3; 4)$, $(6; 2)$.

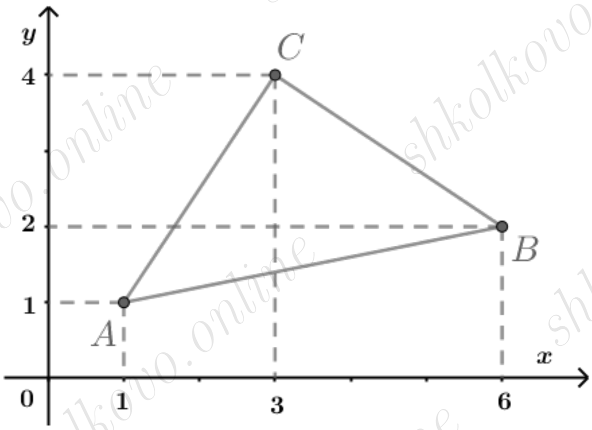


Ответ

6,5

Решение

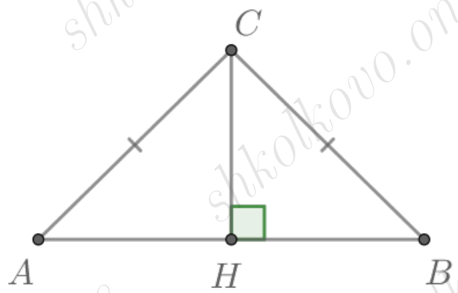
Обозначим вершины треугольника за A, B, C как показано на рисунке:



Тогда

$$AC^2 = (3-1)^2 + (4-1)^2 = 13, \quad BC^2 = (6-3)^2 + (4-2)^2 = 13$$

Следовательно, треугольник равнобедренный. Найдем его высоту, опущенную из C.



$$AB = \sqrt{(6-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{26} \quad \Rightarrow \quad AH = \frac{\sqrt{26}}{2}$$

Тогда:

$$CH^2 = \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{13}{2}}$$

Значит, площадь равна

$$S = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CH = \frac{13}{2} = 6,5$$

14. Найдите высоту прямоугольного треугольника с катетами 3 и 4, проведенную к гипотенузе.

Ответ

2,4

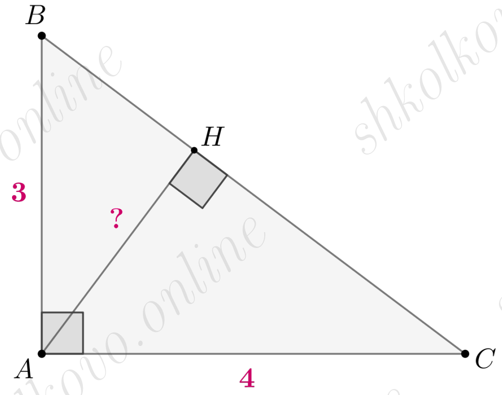
Решение

Пусть дан $\triangle ABC$ с $\angle A = 90^\circ$ и проведена $AH \perp BC$.

Тогда

$$\frac{AH \cdot BC}{2} = S_{\triangle ABC} = \frac{AB \cdot AC}{2}$$

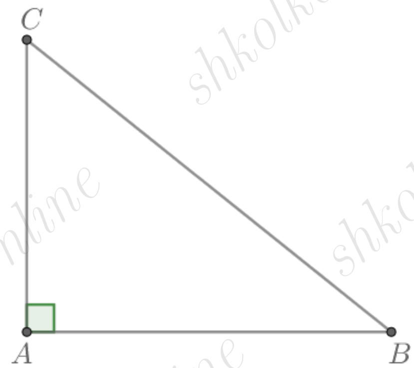
$$AH = \frac{AB \cdot AC}{BC}$$



По теореме Пифагора $BC = 5$. Следовательно,

$$AH = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} = 2{,}4$$

15. Катеты прямоугольного треугольника относятся как $5:4$, а площадь равна $4,1$. Найдите гипотенузу этого треугольника.



Ответ

4,1

Решение

Т.к. катеты относятся как $5:4$, то их можно обозначить за $4x$ и $5x$. Тогда необходимо найти гипотенузу, по теореме Пифагора равную

$$\sqrt{25x^2 + 16x^2} = \sqrt{41x^2}$$

Т.к. площадь прямоугольного треугольника равна полупроизведению катетов, то

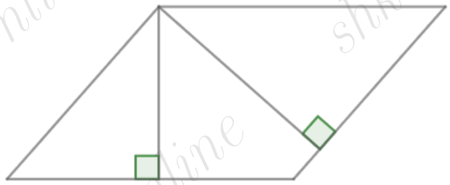
$$S = 0,5 \cdot 5x \cdot 4x = 10x^2 = 4,1$$

Следовательно, $x^2 = 0,41$.

Значит, гипотенуза равна

$$\sqrt{41 \cdot 0,41} = \sqrt{41 \cdot 41 \cdot 0,01} = 41 \cdot 0,1 = 4,1.$$

16. Стороны параллелограмма равны 9 и 15. Высота, опущенная на первую сторону, равна 10. Найдите высоту, опущенную на вторую сторону параллелограмма.



Ответ

6

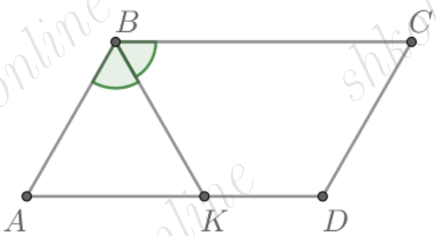
Решение

Площадь параллелограмма равна произведению высоты на сторону, к которой высота проведена. Следовательно, с одной стороны, площадь $S = 9\cdot 10$, с другой стороны, $S = 15\cdot h$, где h — высота, которую нужно найти.

Следовательно,

$$9\cdot 10 = 15\cdot h \quad \Leftrightarrow \quad h = 6$$

17. В параллелограмме $ABCD$ биссектриса, выходящая из вершины B, пересекает AD в точке K и равна 6. $\angle BAD = 60^\circ$, $AK : KD = 3 : 2$. Найдите периметр параллелограмма $ABCD$.



Ответ

32

Решение

$\angle ABK = \angle KBC$, так как BK — биссектриса $\angle ABC$. $\angle KBC = \angle BKA$, так как это накрест лежащие углы при параллельных прямых. Тогда:

$$\angle ABK = \angle BKA = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle BAD) = \frac{1}{2}(180^\circ - 60^\circ) = 60^\circ$$

$\triangle ABK$ равносторонний, значит $AB = BK = AK = 6$. Тогда

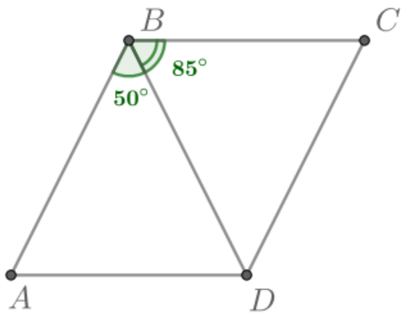
$$AK : KD = 6 : KD = 3 : 2 \quad \Rightarrow \quad KD = 4$$

$$AD = AK + KD = 10$$

Тогда

$$P_{ABCD} = 2\cdot 6 + 2\cdot 10 = 32$$

18. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные $50°$ и $85°$. Найдите меньший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



Ответ

45

Решение

Найдем угол ABC :

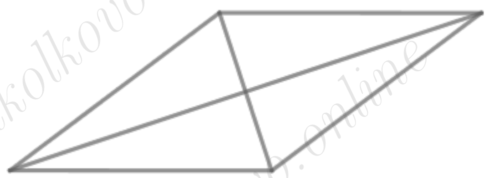
$$\angle ABC = \angle ABD + \angle DBC = 50° + 85° = 135°$$

Так как $ABCD$ — параллелограмм, то

$$\angle BAD = 180° - \angle ABC = 180° - 135° = 45°$$

То есть меньший угол равен $45°$.

19. Площадь ромба равна 6. Одна из его диагоналей в три раза больше другой. Найдите меньшую диагональ.



Ответ

2

Решение

Пусть меньшая диагональ равна d, тогда большая равна $3d$. Так как площадь ромба равна половине произведения диагоналей, то

$$6 = S = 0,5 \cdot d \cdot 3d \quad \Rightarrow \quad d = 2$$

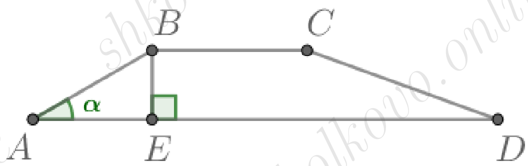
20. Основания трапеции равны 27 и 9, боковая сторона равна 8. Площадь трапеции равна 72. Найдите острый угол трапеции, прилежащий к данной боковой стороне. Ответ выразите в градусах.

Ответ

30

Решение

Опустим высоту BE на AD. В прямоугольном треугольнике ABE катет BE напротив угла α равен $BE = AB\sin\alpha = 8\sin\alpha$.



Запишем площадь трапеции, чтобы найти $\sin\alpha$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BE \quad \Rightarrow \quad BE = \frac{2S_{ABCD}}{AD + BC} = 4$$

Тогда

$$\sin\alpha = \frac{BE}{8} = 0,5 \quad \Rightarrow \quad \alpha = 30^\circ$$

21. Основания трапеции равны 18 и 6, боковая сторона, равная 7, образует с одним из оснований трапеции угол 150°. Найдите площадь трапеции.

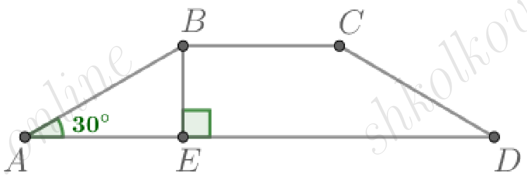
Ответ

42

Решение

Пусть $\angle ABC = 150^\circ$, тогда из параллельности $\angle DAB = 30^\circ$. Опустим высоту BE на AD. В прямоугольном треугольнике ABE катет BE напротив угла в 30° равен половине гипотенузы

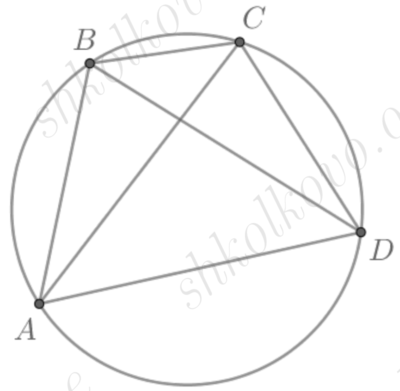
$$BE = \frac{1}{2}AB = 3,5$$



Тогда площадь трапеции

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BE = \frac{1}{2}(6 + 18) \cdot 3,5 = 42$$

22. Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Угол ABC равен 110°, угол ABD равен 70°. Найдите угол CAD. Ответ дайте в градусах.



Ответ

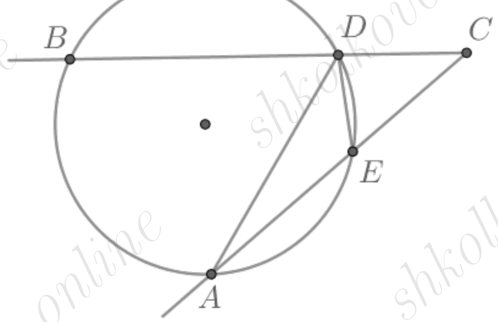
40

Решение

Вписанные углы, опирающиеся на равные дуги, равны. Следовательно, $\angle CAD = \angle CBD$. Тогда имеем:

$$\angle CAD = \angle CBD = \angle ABC - \angle ABD = 110^\circ - 70^\circ = 40^\circ$$

23. Найдите угол ACB между секущими из точки C к окружности, если вписанные углы ADB и DAE опираются на дуги окружности с градусными мерами 118° и 38° соответственно. Ответ дайте в градусах.



Ответ

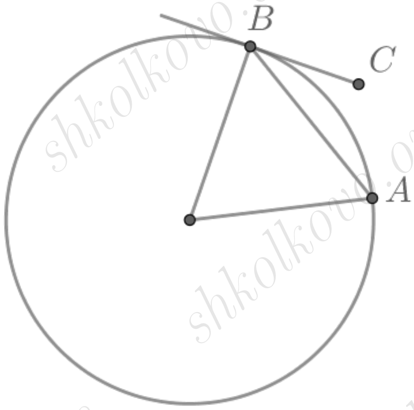
40

Решение

Так как угол между двумя секущими, проведенными из точки вне окружности, равен полуразности дуг, заключенных между ними, то

$$\angle ACB = 0,5(118^\circ - 38^\circ) = 40^\circ$$

24. Угол между хордой AB и касательной BC к окружности равен 32°. Найдите величину меньшей дуги, стягиваемой хордой AB. Ответ дайте в градусах.



Ответ

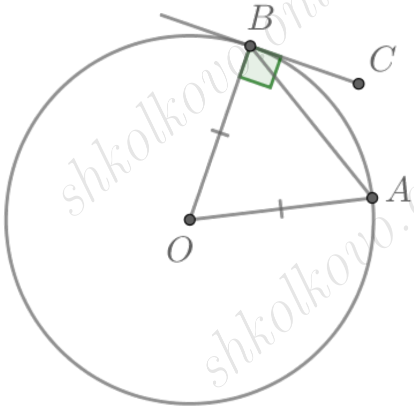
64

Решение

1 способ.

Так как угол между хордой и касательной, проведенными из одной точки окружности, равен половине дуги, заключенной между ними, то меньшая дуга $\smile AB$ равна $2 \cdot 32^\circ = 64^\circ$.

2 способ.



Так как радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной, то $\angle OBC = 90^\circ$. Следовательно,

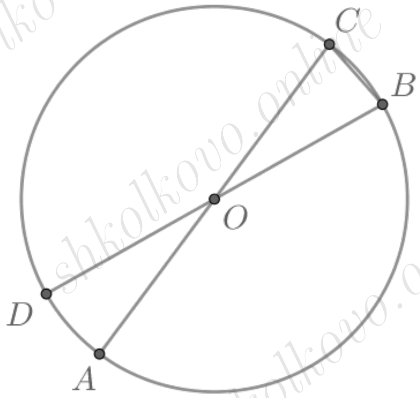
$$\angle OBA = 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$$

Так как $OB = OA$ — радиусы, то треугольник OBA равнобедренный, следовательно,

$$\angle AOB = 180^\circ - 2 \cdot 58^\circ = 64^\circ$$

Так как дуга равна центральному углу, опирающемуся на нее, то меньшая дуга $\smile{AB}$ равна $\angle AOB$ и равна 64°.

25. В окружности с центром O отрезки AC и BD — диаметры. Центральный угол AOD равен 24°. Найдите вписанный угол ACB. Ответ дайте в градусах.



Ответ

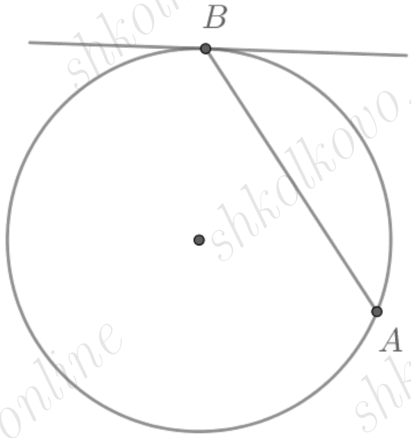
78

Решение

Угол ACB опирается на дугу AB, значит, он равен половине центрального угла AOB. Углы AOB и AOD — смежные, поэтому $\angle AOB = 180^\circ - \angle AOD$. Тогда мы можем найти $\angle ACB$:

$$\angle ACB = \frac{1}{2}\angle AOB = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle AOD) =$$
$$= \frac{1}{2}(180^\circ - 24^\circ) = \frac{1}{2} \cdot 156^\circ = 78^\circ$$

26. Прямая b касается окружности в точке B и образует с хордой AB угол, равный 55°. Найдите градусную меру дуги AB, которая меньше полуокружности. Ответ дайте в градусах.



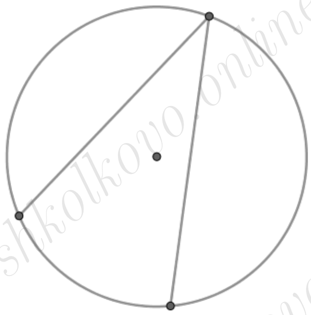
Ответ

110

Решение

Угол между касательной и хордой равен половине градусной меры дуги окружности, заключённой внутри него, следовательно градусная мера искомой дуги равна $2 \cdot 55^\circ = 110^\circ$.

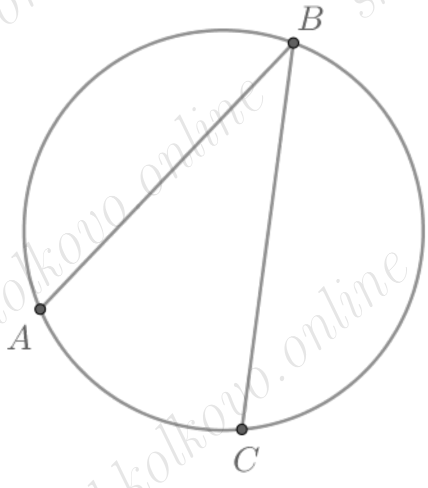
27. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна $\frac{1}{5}$ длины окружности. Ответ дайте в градусах.



Ответ

36

Решение

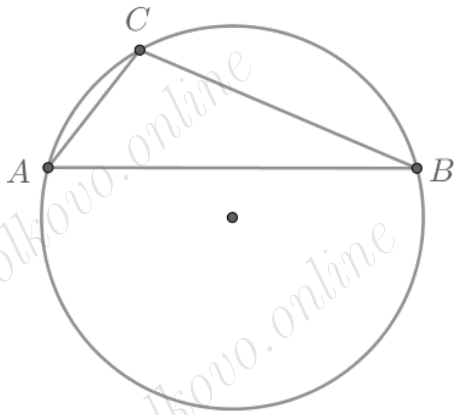


Так как длина меньшей дуги AC равна $\frac{1}{5}$ длины окружности, то и ее градусная мера равна $\frac{1}{5}$ градусной меры окружности, то есть равна

$$\frac{1}{5} \cdot 360^\circ = 72^\circ$$

Угол ABC — вписанный, опирающийся на меньшую дугу AC, следовательно, равен ее половине, то есть 36°.

28. Хорда AB делит окружность на две дуги, градусные меры которых относятся как $5:7$. Под каким углом видна эта хорда из точки C, принадлежащей меньшей дуге окружности? Ответ дайте в градусах.



Ответ

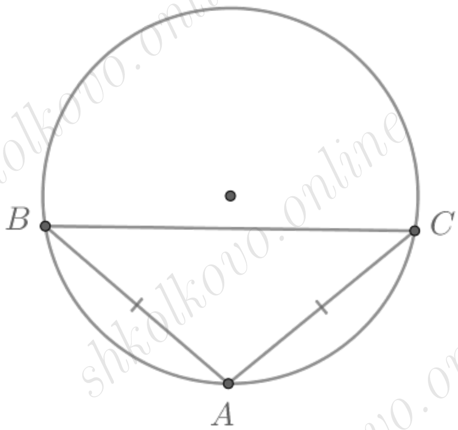
105

Решение

Так как градусные меры дуг относятся как $5:7$, то можно ввести обозначения: $5x$ — градусная мера меньшей дуги, $7x$ — большей. Тогда $5x + 7x = 360^\circ$, откуда $x = 30^\circ$.

Нужно найти $\angle ACB$. Он является вписанным и равен половине большей дуги, следовательно, равен $0,5 \cdot 7x$, или 105°.

29. Точки A и C разбивают окружность на две дуги, одна из которых равна 280° и на которой отмечена точка B. Найдите угол BAC, если $AB = AC$. Ответ дайте в градусах.



Ответ

100

Решение

$\smile{ABC} = 280^\circ$, следовательно, меньшая дуга

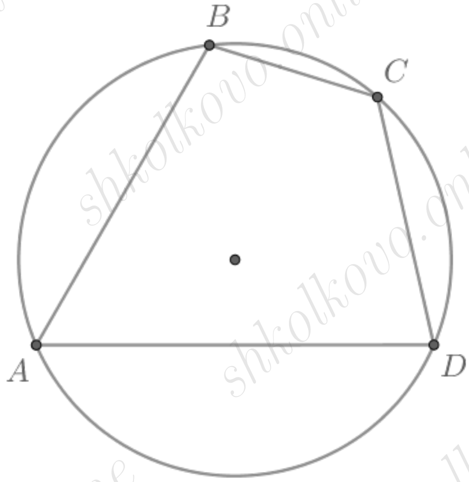
$$\smile{AC} = 360^\circ - 280^\circ = 80^\circ$$

Т.к. угол ABC опирается на эту дугу и является вписанным, то он равен ее половине, то есть $40°$.

Заметим, что треугольник ABC — равнобедренный, следовательно,

$$\angle BAC = 180° - 2 \cdot 40° = 100°$$

30. Точки A, B, C, D, расположенные на окружности, делят эту окружность на четыре дуги AB, BC, CD, DA, градусные величины которых относятся соответственно как $4 : 2 : 3 : 6$. Найдите угол A четырехугольника $ABCD$. Ответ дайте в градусах.



Ответ

60

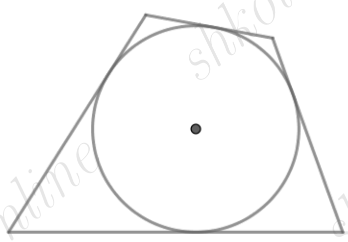
Решение

Так как дуги AB, BC, CD, DA относятся как $4 : 2 : 3 : 6$, то можно принять дугу AB за $4x$, дугу BC за $2x$, дугу CD за $3x$ и дугу DA за $6x$. Так как все эти дуги в совокупности дают целую окружность, градусная мера которой равна $360°$, то

$$4x + 2x + 3x + 6x = 360° \quad \Rightarrow \quad x = 24°$$

Угол A равен вписанному углу BAD, опирающемуся на дугу $\breve{BCD}$, равную $2x + 3x = 5x = 120°$. Так как вписанный угол равен половине этой дуги, то $\angle A = 60°$.

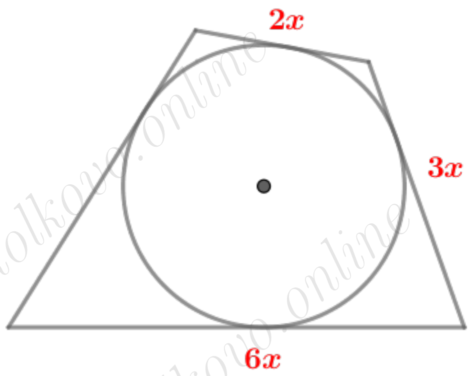
31. Три стороны описанного около окружности четырехугольника относятся (в последовательном порядке) как $2 : 3 : 6$. Найдите большую сторону этого четырехугольника, если известно, что его периметр равен 54.



Ответ

20,25

Решение



Рассмотрим рисунок. Так как четырехугольник описан около окружности, то суммы его противоположных сторон равны. Следовательно, четвертая сторона равна $(2x + 6x) - 3x = 5x$. Тогда можно составить уравнение:

$$2x + 3x + 6x + 5x = 54 \quad \Leftrightarrow \quad 6x = 20,25$$

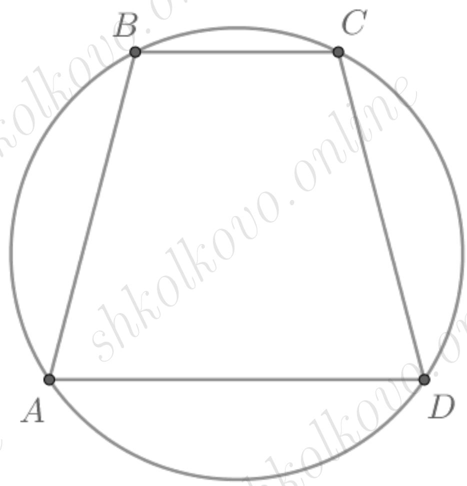
(большая сторона равна $6x$)

32. Около трапеции описана окружность. Периметр трапеции равен 22, средняя линия равна 5. Найдите боковую сторону трапеции.

Ответ

6

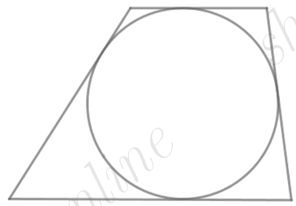
Решение



Так как трапеция вписана в окружность, то трапеция является равнобедренной, следовательно, $AB = CD$. Средняя линия равна полусумме оснований, следовательно, $AD + BC = 2 \cdot 5 = 10$. Тогда

$$AB + BC + CD + AD = 10 + 2AB = 22 \quad \Rightarrow \quad AB = 6$$

33. Боковые стороны трапеции, описанной около окружности, равны 9 и 12. Найдите среднюю линию трапеции.



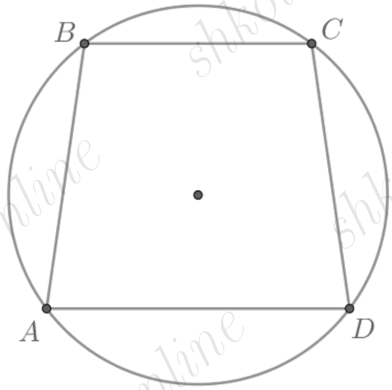
Ответ

10,5

Решение

Если в четырехугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны. Следовательно, сумма оснований трапеции равна сумме боковых сторон, то есть равна $9+12=21$. Так как средняя линия трапеции равна полусумме оснований, то ответ: $21:2=10,5$.

34. Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 6. Радиус описанной окружности равен 5. Найдите высоту трапеции.

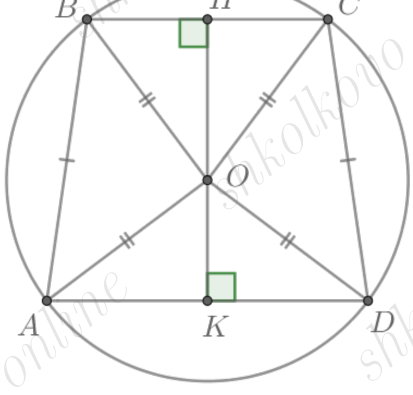


Ответ

7

Решение

Пусть O — центр окружности. Проведем радиусы OA, OB, OC, OD. Пусть $OH\perp BC$, $OK\perp AD$.



Так как $BC \parallel AD$ и $OH \perp BC$, $OK \perp AD$, то точки H, O, K лежат на одной прямой. Следовательно, HK — высота трапеции.

Рассмотрим треугольник BCO. По формуле Герона его площадь равна

$$S_{BOC} = \sqrt{8 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = 12$$

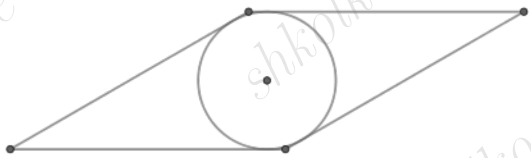
С другой стороны, $S_{BCO} = 0,5BC \cdot OH$, откуда

$$12 = 0,5BC \cdot OH \quad \Rightarrow \quad OH = 4$$

Рассмотрим треугольник ADO. Аналогично ищем $S_{ADO} = 12$ и $S_{ADO} = 0,5AD \cdot OK$, откуда $OK = 3$. Следовательно,

$$HK = 4 + 3 = 7$$

35. Радиус окружности, вписанной в ромб, равен 1,5. Найдите сторону ромба, если один из его углов равен 30°.

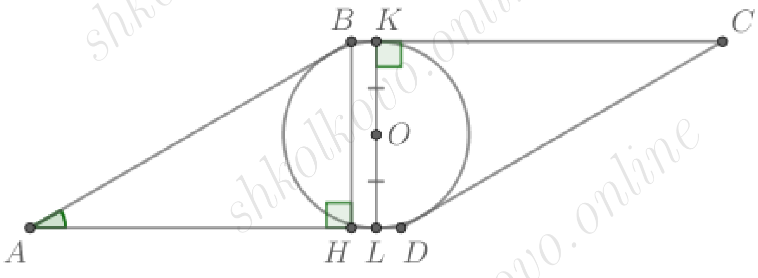


Ответ

6

Решение

Заметим, что если из центра O вписанной в ромб окружности провести радиусы OK и OL к сторонам BC и AD соответственно, мы получим отрезок, который является высотой ромба, так как точки K, O, L лежат на одной прямой. Тогда длина KL равна $1{,}5 + 1{,}5 = 3$.

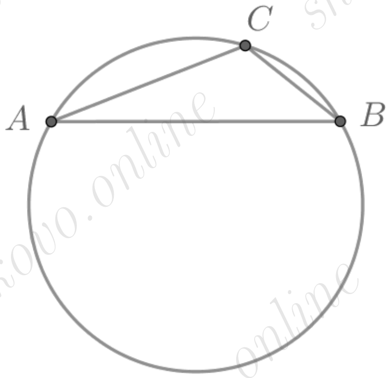


Опустим из вершины ромба B перпендикуляр BH на прямую AD. Прямые $BH \parallel KL$, так как $BH \perp AD$ и $KL \perp AD$. С учетом $BK \parallel HL$ получаем, что $BKLH$ — параллелограмм и $BH = KL = 3$.

Рассмотрим треугольник ABH. В нём $\angle AHB = 90°$ и катет BH лежит напротив угла в 30°. Тогда сторона ромба равна

$$AB = \frac{BH}{\sin 30°} = 2 \cdot 3 = 6$$

36. В треугольнике ABC сторона AB равна $2\sqrt{3}$, угол C равен 120°. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



Ответ

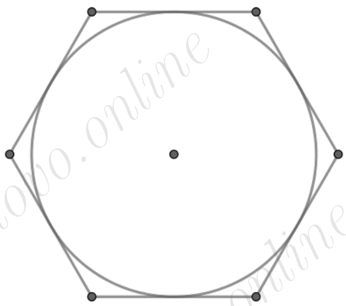
2

Решение

По теореме синусов для треугольника треугольника ABC :

$$\frac{AB}{\sin\angle C} = 2R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{AB}{2\sin\angle C} = \frac{2\sqrt{3}}{2\sin 120^\circ} = \frac{2\sqrt{3}}{2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}} = 2$$

37. Найдите сторону правильного шестиугольника, описанного около окружности, радиус которой равен $\sqrt{3}$.



Ответ

2

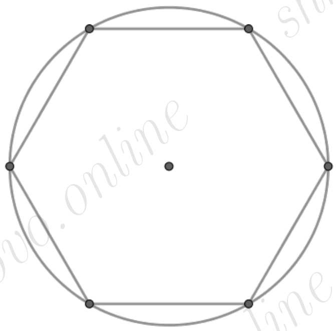
Решение

Для любого многоугольника, в который можно вписать окружность, верно $S = p\cdot r$, где p — полупериметр, а r — радиус вписанной окружности.

Площадь правильного шестиугольника со стороной a равна $S = \frac{3\sqrt{3}}{2}a^2$, полупериметр равен $3a$, тогда

$$\frac{3\sqrt{3}}{2}a^2 = 3a\cdot\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad a = 2$$

38. Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.

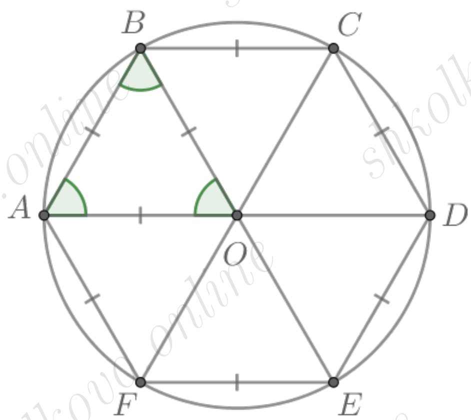


Ответ

24

Решение

Если провести все большие диагонали правильного шестиугольника, то они пересекутся в одной точке, которая и будет центром описанной около него окружности (свойство правильного шестиугольника). Рассмотрим чертеж:



Так как угол правильного шестиугольника равен $180^\circ(6-2):6=120^\circ$, а большие диагонали являются биссектрисами углов, то, например, $\angle BAO=\angle ABO=60^\circ$, следовательно, треугольник ABO — равносторонний. То есть радиус окружности равен AO и равен AB. Так как периметр шестиугольника равен 72, то его сторона равна $72:6=12$. Тогда диаметр описанной окружности равен $2\cdot 12=24$.

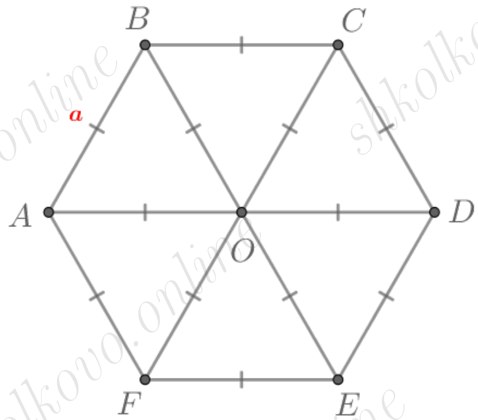
39. Площадь правильного шестиугольника равна $24\sqrt{3}$. Найдите длину его большей диагонали.

Ответ

8

Решение

По свойству правильного шестиугольника большая его диагональ в два раза больше его стороны. Следовательно, если $AB=a$, то $AD=BF=CE=2a$.



Т.к. эти диагонали делят правильный шестиугольник на 6 равносторонних треугольников, причем площадь каждого равна $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$, то площадь всего шестиугольника равна

$$S = 6 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = 24\sqrt{3} \quad \Rightarrow \quad a = 4 \quad \Rightarrow \quad AD = 2a = 8$$