

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

КИМ Ответ: -0,8 -0,8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

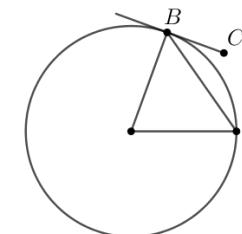
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1

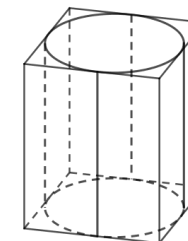
Прямая BC касается некоторой окружности в точке B . Точка A окружности выбрана таким образом, что угол между прямыми BC и AB равен 35° . Найдите величину меньшей из дуг с концами в точках A и B . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2

Цилиндр с радиусом основания 0,5 вписан в правильную четырехугольную призму. Найдите высоту цилиндра, если площадь его боковой поверхности равна 8.



Ответ: _____.

3

Каждый из двух торговых аппаратов по отдельности работает исправно с вероятностью 0,93. Найдите вероятность того, что покупатель сможет воспользоваться по крайней мере одним из этих двух автоматов.

Ответ: _____.

4

Компания «Свет» производит светильники. Готовый светильник неисправен с вероятностью 0,03. Вероятность того, что система контроля обнаружит неисправный светильник, равна 0,98. Вероятность того, что система контроля примет исправный светильник за неисправный, равна 0,02. Найдите вероятность того, что система контроля снимет с производства случайно выбранный светильник.

Ответ: _____.

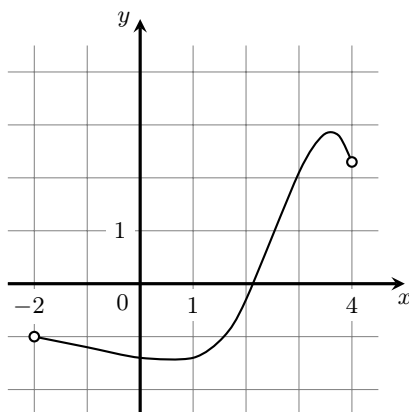
5 Найдите корень уравнения $0,2^{5+3x} = 625$.

Ответ: _____.

6 Найдите $4 \cos \alpha$, если $\sqrt{3} \sin \alpha = \frac{6\sqrt{2}}{5}$ и $\alpha \in (0; \frac{\pi}{2})$.

Ответ: _____.

7 На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $y = f(x)$, определенной на промежутке $(-2; 4)$. Найдите промежутки убывания функции $y = f(x)$. В ответе укажите количество целых точек, входящих в эти промежутки.



Ответ: _____.

8 Небесное тело при наблюдении с Земли меняет свою длину в километрах по закону

$$l = l_n \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}},$$

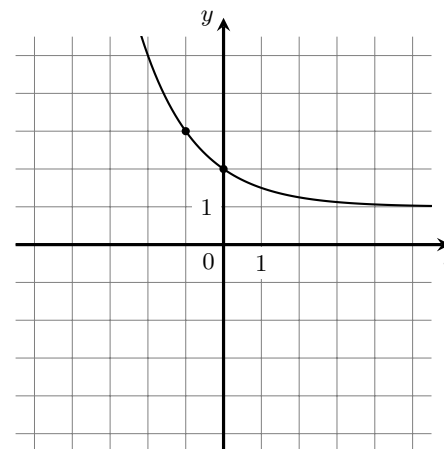
где $l_n = 10$ км — длина неподвижного тела, $c = 300000$ км/с — скорость света, а v — скорость тела в км/с. Какой должна быть скорость тела, чтобы его наблюдаемая длина была равна 6 км? Ответ дайте в км/с.

Ответ: _____.

9 Два речных трамвайчика встретились посередине между пунктами А и В, расстояние между которыми равно 120 км. При этом первый трамвайчик вышел из пункта А на час раньше, чем второй трамвайчик вышел из пункта В, а скорость первого трамвайчика на 1 км/ч больше скорости второго. Найдите собственную скорость первого трамвайчика в км/ч, если скорость течения реки составляет 2 км/ч.

Ответ: _____.

10 На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите, при каком значении x значение функции равно 65.



Ответ: _____.

11 Найдите наибольшее значение функции

$$y = \ln(x + 3)^3 - 3x$$

на отрезке $[-2, 5; 0]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

- 12 а) Решите уравнение

$$\cos 2x - \cos^2 x = \sin^2 x - \sqrt{3} \sin 2x.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{7\pi}{4}\right]$.

- 13 Дана четырехугольная пирамида $SABCD$, в основании которой лежит ромб $ABCD$ со стороной 10. Известно, что $SA = SC = 10\sqrt{2}$, $SB = 20$, $AC = 10$.

- а) Докажите, что ребро SD перпендикулярно плоскости основания пирамиды $SABCD$.
б) Найдите расстояние между прямыми AC и SB .

- 14 Решите неравенство

$$\log_7 x^2 + \log_7 (x - 5)^2 \leq 2 \log_7 (5x - 16).$$

- 15 В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на 4 года на сумму 1150 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь в 2024 и 2025 годах долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого из 2024 и 2025 годов необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- платежи в 2024 и 2025 годах не должны превышать 200 тыс. рублей;
- если к июлю 2025 года остаток долга составит менее 1 млн рублей, то далее годовая процентная ставка становится равной 16%, в противном случае она составит 15%;
- с февраля по июнь каждого из 2026 и 2027 годов необходимо внести платеж таким образом, чтобы долг был на одну и ту же сумму меньше долга по сравнению с концом предыдущего года;
- к июлю 2027 года долг должен быть выплачен полностью.

Сколько рублей составит платеж в 2025 году при самой выгодной схеме погашения кредита?

- 16 В остроугольном треугольнике ABC проведена высота BH . Из точки H опущен перпендикуляр HK на отрезок BC . Отрезки AK и BH пересекаются в точке L . Известно, что $AL = LK$, $BL = 2LH$.

- а) Докажите, что треугольник BKL — равнобедренный.
б) Найдите площадь треугольника ABC , если известно, что площадь треугольника CKH равна 6.

- 17 Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\log_2 \sin x + \log_{\sin x} 2 = a$$

имеет более двух решений на интервале $(0; \pi)$.

- 18 На доске было написано натуральное число. Лёша для каждой пары соседних цифр посчитал их произведение и вписал результат между этими цифрами. Например, если на доске было написано число 1234, то у Лёши получится число 12263124.

- а) Могло ли у Лёши получиться число 2105255357?
б) Могло ли у Лёши получиться число 32486297426?
в) Известно, что у Лёши получилось 10-значное число. Какое самое большое значение оно может принимать?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с правильным номером задания.