

## Профильный уровень

## Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

0	-	0	,	8															
---	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой, или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов № 1 и № 2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

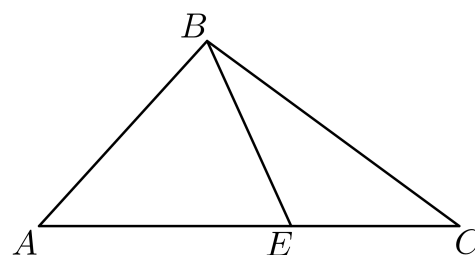
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

## Часть 1

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 На стороне  $AC$  треугольника  $ABC$  отмечена точка  $E$  так, что  $AE = 6$ ,  $EC = 4$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 15. Найдите площадь треугольника  $BEC$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 Кусок льда представляет собой правильную шестиугольную призму высотой 12 см. Его планируют расплавить и вновь заморозить так, чтобы получилась правильная треугольная призма, сторона основания которой 2 раза больше стороны основания исходной. Чему будет равна её высота? Ответ дайте в сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Игральную кость бросают два раза. Найдите вероятность того, что выпавшие значения различны. Ответ округлите до сотых

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Для подтверждения скидки магазин отправляет покупателю на телефон сообщение с трехзначным кодом, все цифры которого различны и нечетны. У Пети разрезан телефон. Какова вероятность того, что он случайно угадает код? Ответ округлите до тысячных.

Ответ: \_\_\_\_\_.

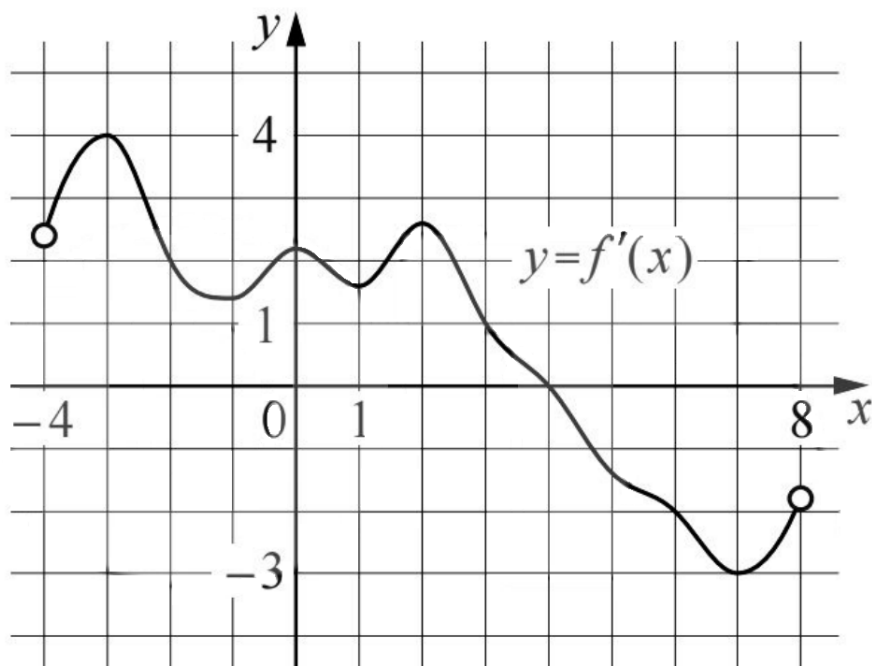
5 Решите уравнение  $\log_5 \frac{x}{2} = \log_{0,2}(x + 1)$ . Если уравнение имеет больше одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения  $(\sqrt{a} : a^{\frac{1}{6}})^2$  при  $a = 27$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 На рисунке изображен график  $y = f'(x)$  – производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-4, 8)$ . Найдите абсциссу точки графика функции  $y = f(x)$ , в которой касательная к графику функции параллельна прямой  $y = x - 2$  или совпадает с ней.



Ответ: \_\_\_\_\_.

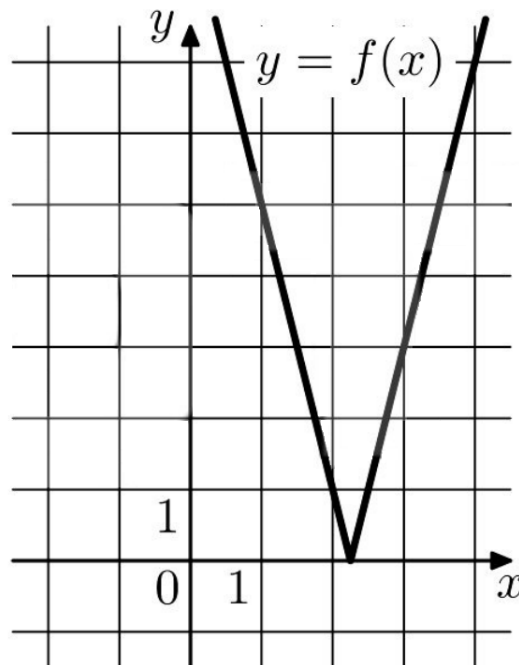
- 8 Площадь треугольника вычисляется по формуле  $S = \frac{1}{2}bc \sin \alpha$ , где  $b$  и  $c$  – две стороны треугольника, а  $\alpha$  – угол между ними. Найдите угол  $\alpha$  в остроугольном треугольнике, для которого  $b = 4\sqrt{2}$ ,  $c = 6$ , а  $S = 12$ . Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 После смешения двух растворов, первый из которых содержал 48 г кислоты, а второй содержал 20 г такой же кислоты, получили 200 г нового раствора. Найдите концентрацию первого раствора (в процентах), если известно, что она на 15 больше концентрации второго (в процентах).

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = |ax - b|$ , где  $a$  и  $b$  – целые числа. Найдите значение  $f(5)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите точку минимума функции  $y = (x^3 + x^2 + x + 1)^2$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работ. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$\sqrt{4 \cos^2 x + 9 \cos x + 6} = \sqrt{\cos x + 11}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

13 В основании пирамиды  $SABCD$  лежит параллелограмм  $ABCD$ . На боковых рёбрах  $SA$ ,  $SC$  и  $SD$  отмечены точки  $K$ ,  $L$  и  $M$  соответственно так, что  $SK : KA = SL : LC = 2 : 1$  и  $SM = MD$ .

а) Докажите, что плоскость  $KML$  содержит точку  $B$ .

б) Найдите объём пирамиды  $BAKMD$ , если площадь параллелограмма  $ABCD$  равна 21, а высота пирамиды  $SABCD$  равна 12.

14 Решите неравенство

$$\log_2((x-2)(4+3x-x^2)) + \log_2 \frac{6-x}{4+3x-x^2} \leq -1 + \log_2(x+3).$$

15 15 января Алексей планирует взять кредит в банке на шесть месяцев в размере 2 млн рублей. Условия его возврата следующие:

- 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на  $r$  процентов по сравнению с концом предыдущего месяца, где  $r$  - целое число;
- платёж должен вноситься один раз в месяц, со 2-го по 14-е число каждого месяца;
- 15-го числа каждого месяца размер долга должен соответствовать долгу, указанному в таблице.

Дата	15.01	15.02	15.03	15.04	15.05	15.06	15.07
Долг (в млн рублей)	2	1,6	1,3	1	0,7	0,3	0

Найдите наименьшее значение  $r$ , при котором общая сумма платежей больше 3 млн рублей.

**16** Серединный перпендикуляр к стороне  $AB$  треугольника  $ABC$  пересекает сторону  $AC$  в точке  $D$ . Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ADB$ , касается отрезка  $AD$  в точке  $P$ , а прямая  $OP$  пересекает сторону  $AB$  в точке  $K$ .

а) Докажите, что около четырёхугольника  $BDOK$  можно описать окружность.

б) Найдите радиус окружности, описанной около четырёхугольника  $BDOK$ , если  $AB = 8$ ,  $BC = \sqrt{15}$ ,  $AC = 7$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства  $\frac{10 - a - (a^2 - 3a + 2) \sin x}{\cos^2 x + a^2 + 3} < 1$  содержит отрезок  $\left[0; \frac{3\pi}{4}\right]$ .

**18** Бесконечная геометрическая прогрессия  $b_1, b_2, \dots, b_n, \dots$  состоит из различных натуральных чисел. Пусть  $S_1 = b_1$  и  $S_n = b_1 + b_2 + \dots + b_n$  при всех  $n \geq 2$ .

а) Существует ли такая прогрессия, среди чисел  $S_1, S_2, S_3, S_4$  которой ровно два числа делятся на 40?

б) Существует ли такая прогрессия, среди чисел  $S_1, S_2, S_3, S_4$  которой ровно три числа делятся на 40?

в) Какое наибольшее количество чисел среди  $S_1, S_2, \dots, S_8$  может делиться на 40, если известно, что  $S_1$  на 40 не делится?



*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*

⇒ Разбор варианта от Профиматики

