

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО МАТЕМАТИКЕ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 ,
то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

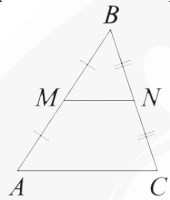
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

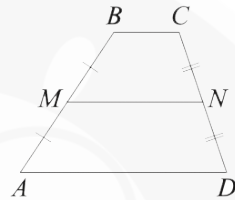
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

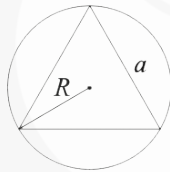


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

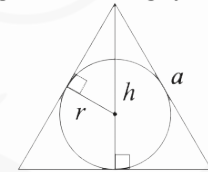


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

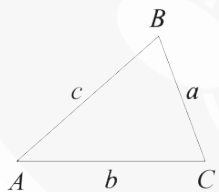
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



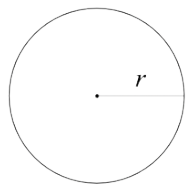
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

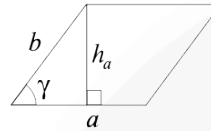


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

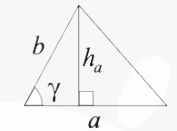
Площади фигур

Параллелограмм



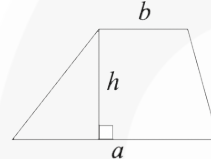
$S = ah_a$
 $S = ab \sin \gamma$

Треугольник



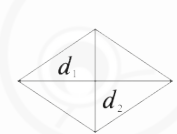
$S = \frac{1}{2} ah_a$
 $S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$

Трапеция



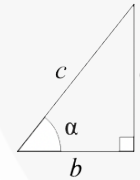
$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$

Ромб



d_1, d_2 — диагонали
 $S = \frac{1}{2} d_1 d_2$

Прямоугольный треугольник



$\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

**Основной государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ**

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов №1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов №1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов №2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ, и линейкой.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.



Рис. 1



Рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведенном примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр на рис. 2). Второе число (число 65 в приведенном примере) – процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$. Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры. Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 215/50 R16.

- 1 Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешенные размеры шин.

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)		
	16	17	18
205	205/55	205/50	–
215	215/50	215/50; 215/45	–
225	225/50	225/45	225/45; 225/40

Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____ .

- 2 На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 205/50 R18 меньше, чем радиус колеса с шиной маркировки 225/55 R18?

Ответ: _____ .

- 3 На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 225/45 R17?

Ответ: _____ .

- 4 Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____ .

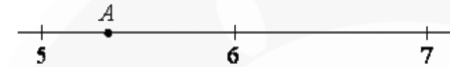
- 5 На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 225/50 R16? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____ .

- 6 Найдите значение выражения $\frac{1}{\frac{1}{21} + \frac{1}{28}}$.

Ответ: _____ .

- 7 Одно из чисел $\sqrt{28}$, $\sqrt{32}$, $\sqrt{39}$, $\sqrt{47}$ отмечено на прямой точкой A.



Какое это число?

- 1) $\sqrt{28}$
- 2) $\sqrt{32}$
- 3) $\sqrt{39}$
- 4) $\sqrt{47}$

.

Ответ: _____ .

- 8 Найдите значение выражения $\frac{a^{17} \cdot (b^5)^3}{(a \cdot b)^{15}}$ при $a = 7$ и $b = \sqrt{7}$.

Ответ: _____ .

- 9 Найдите корень уравнения $\frac{1}{x+6} = 2$.

Ответ: _____ .

- 10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,12. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

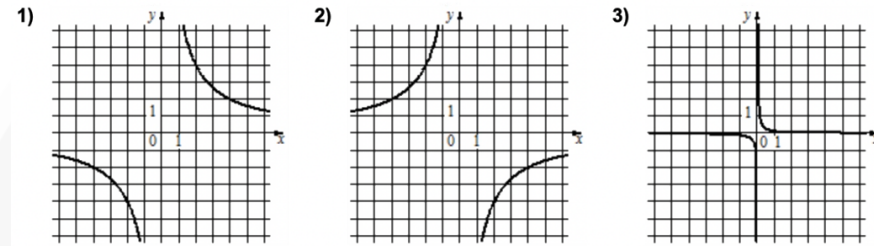
Ответ: _____ .

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

Функции

1) $y = \frac{8}{x}$ 2) $y = \frac{1}{8x}$ 3) $y = -\frac{8}{x}$

Графики:



В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

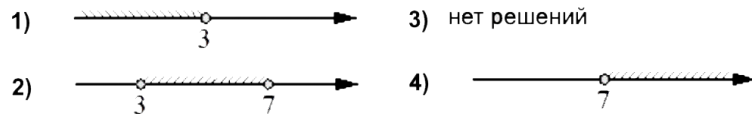
Ответ: _____.

12 Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 140 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -35 + 5x > 0, \\ 6 - 3x > -3. \end{cases}$$

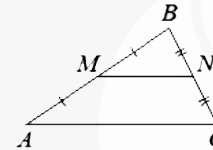


Ответ: _____.

14 В ходе биологического эксперимента в чашку Петри с питательной средой поместили колонию микроорганизмов массой 14 мг. За каждые 30 минут масса колонии увеличивается в 3 раза. Найдите массу колонии микроорганизмов через 90 минут после начала эксперимента. Ответ дайте в миллиграммах.

Ответ: _____.

15 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC , сторона AB равна 31, сторона BC равна 27, сторона AC равна 40. Найдите MN .



Ответ: _____.

16 В треугольнике ABC известно, что $AC = 8$, $BC = 15$, угол C равен 90° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



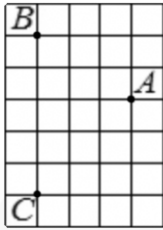
Ответ: _____.

17 Основания трапеции равны 7 и 11, а высота равна 7. Найдите площадь этой трапеции.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до прямой BC .



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Смежные углы всегда равны.
- 2) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его высотой.
- 3) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

В ответ запишите номера выбранного утверждения.

Ответ: _____.



Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 2x^2 + y^2 = 36, \\ 8x^2 + 4y^2 = 36x. \end{cases}$$

- 21 Имеются два сосуда, содержащие 12 кг и 8 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 65% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 60% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 4)(x + 1)}{-1 - x}$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

- 23 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 40$.
- 24 Сторона AB параллелограмма $ABCD$ вдвое больше стороны AD . Точка L – середина стороны AB . Докажите, что DL – биссектриса угла ADC .
- 25 В треугольнике ABC биссектриса угла A делит высоту, проведенную из вершины B , в отношении $5 : 3$, считая от точки B . Найдите радиус окружности, описанной около треугольника ABC , если $BC = 16$.



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Каждое из заданий 20–25 оценивается в 2 балла.

№	Правильный ответ	Решение
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		
9		
10		
11		
12		
13		
14		
15		
16		
17		
18		
19		
20		
21		
22		
23		
24		
25		

Вариант составил:	
Репетитор	Пежиров Иван
Образование	Аспирантура СПбГУ
Стаж	Преподаю с 2014
 boosty	boosty.to/pezhirovschool
Профиль vk	vk.com/pezhirov.ivan
Группа vk	vk.com/pezhirovschool
Телеграм tg	t.me/pezhirovschool
YouTube yt	youtube.com/@pezhirovschool
Группа для учителей vk, в которой доступны подробные решения второй части	
vk.com/pezhirov_help	