

ФИО ученика _____
 ФИО учителя _____
 Город/район _____
 Школа _____

Таблица полученных ответов

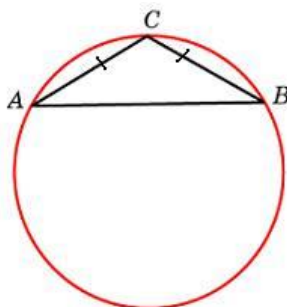
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

ВАРИАНТ 1

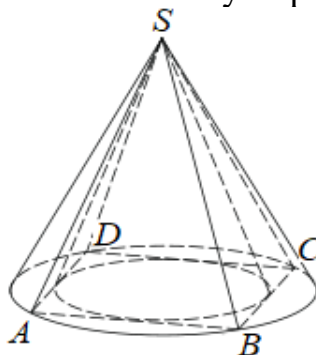
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь.

1. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 27, угол при вершине, противолежащей основанию, равен 120° . Найдите диаметр описанной окружности этого треугольника.



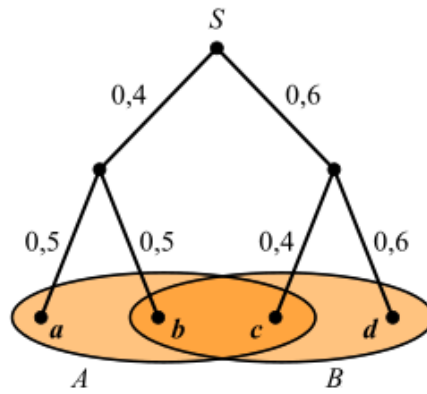
2. Объём конуса, описанного около правильной четырёхугольной пирамиды, равен 76. Найдите объём конуса, вписанного в эту пирамиду.



3. Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 50 выступлений — по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день 26 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Какова вероятность, что выступление представителя России состоится в третий день конкурса?

4. На рисунке показано дерево некоторого случайного эксперимента. Событию A благоприятствуют элементарные события a, b и c , а событию B благоприятствуют элементарные события b, c и d . Найдите $P(A|B)$ — условную вероятность события A при условии B .

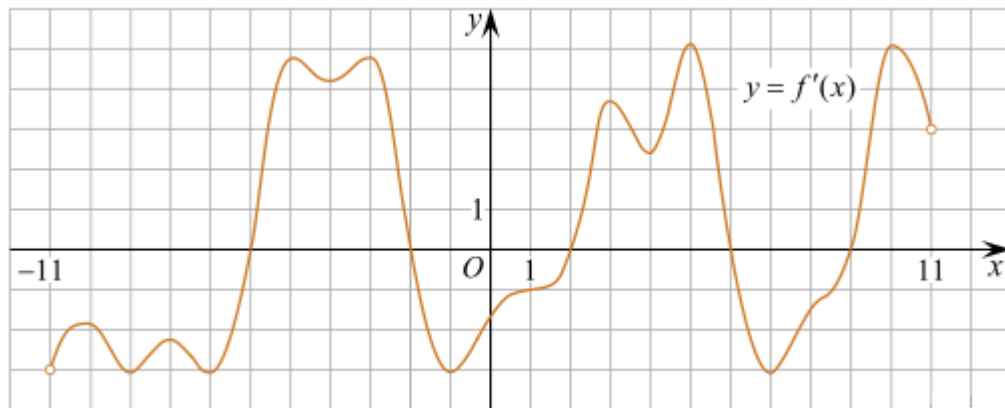
ФИО ученика _____



5. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{7}}(7 - x) = -2$.

6. Найдите значение выражения $-4\sqrt{3} \cos(-750^\circ)$.

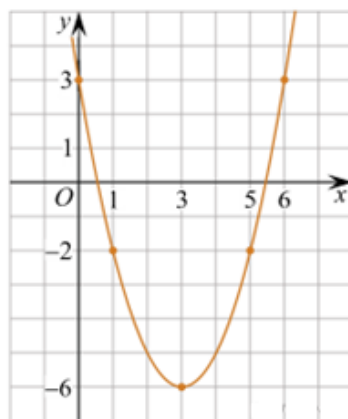
7. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-11; 11)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-10; 10]$.



8. Катер должен пересечь реку шириной $L=75$ м и со скоростью течения $u=0,5$ м/с так, чтобы причалить точно напротив места отправления. Он может двигаться с разными скоростями, при этом время в пути, измеряемое в секундах, определяется выражением $t = \frac{L}{u} \operatorname{ctg} \alpha$, где α — острый угол, задающий направление его движения (отсчитывается от берега). Под каким минимальным углом α (в градусах) нужно плыть, чтобы время в пути было не больше 150 с?

9. Товарный поезд каждую минуту проезжает на 750 метров меньше, чем скорый, и на путь в 560 км тратит времени на 4 часа больше, чем скорый. Найдите скорость товарного поезда. Ответ дайте в км/ч.

10. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax^2 + bx + c$, где числа a , b и c — целые. Найдите значение $f(-2)$.



11. Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 6e^x + 3$ на отрезке $[1; 2]$.

Часть 2

Для заданий 12-18 запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение: $(2 \cos x + 1)(\sqrt{-\sin x} - 1) = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$.

13. В пирамиде $DABC$ прямые, содержащие ребра DC и AB , перпендикулярны.

а) Постройте сечение плоскостью, проходящей через точку E — середину ребра DB , и параллельно DC и AB . Докажите, что получившееся сечение является прямоугольником.

б) Найдите угол между диагоналями этого прямоугольника, если $DC = 24$, $AB = 10$.

14. Решите неравенство

$$\log_2^2(3x+1) + \log_{3x+1}^2 2 - 2\log_2(3x+1)^2 - 2\log_{3x+1} 4 + 6 \leq 0.$$

15. 31 декабря 2014 года Дмитрий взял в банке 4 290 000 рублей в кредит под 14,5% годовых. Схема выплаты кредита следующая — 31 декабря каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (то есть увеличивает долг на 14,5%), затем Дмитрий переводит в банк X рублей. Какой должна быть сумма X , чтобы Дмитрий выплатил долг двумя равными платежами (то есть за два года)?

16. В трапеции $ABCD$ с основанием AD диагонали пересекаются в точке O , $AD = 2BC$. Через вершину A проведена прямая параллельная диагонали BD , а через вершину D проведена прямая параллельная диагонали AC , и эти прямые пересекаются в точке E .

а) Докажите, что $BO : AE = 1 : 2$.

б) Прямые BE и CE пересекают сторону AD в точках M и N соответственно. Найдите MN , если $AD = 10$.

17. Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$x\sqrt{x-a} = \sqrt{6x^2 - (6a+3)x + 3a}$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0; 1]$.

ФИО ученика _____

18. Каждое из чисел a_1, a_2, \dots, a_{350} равно 1, 2, 3 или 4. Обозначим

$$S_1 = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{350},$$

$$S_2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_{350}^2,$$

$$S_3 = a_1^3 + a_2^3 + a_3^3 + \dots + a_{350}^3,$$

$$S_4 = a_1^4 + a_2^4 + a_3^4 + \dots + a_{350}^4.$$

Известно, что $S_1 = 513$.

а) Найдите S_4 , если еще известно, что $S_2 = 1097$ и $S_3 = 3243$.

б) Может ли $S_4 = 4547$?

в) Пусть $S_4 = 4745$. Найдите все значения, которые может принимать S_2