



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

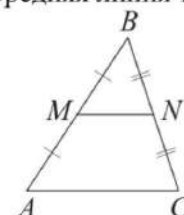
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

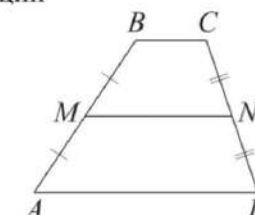
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

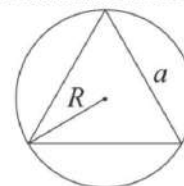


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



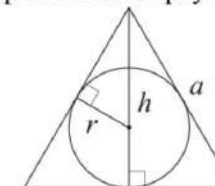
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



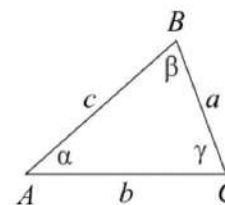
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



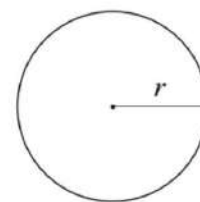
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



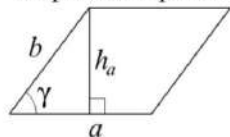
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур

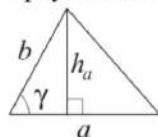
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

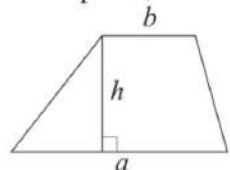
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

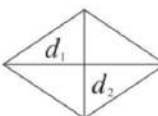
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

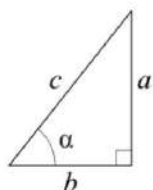
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

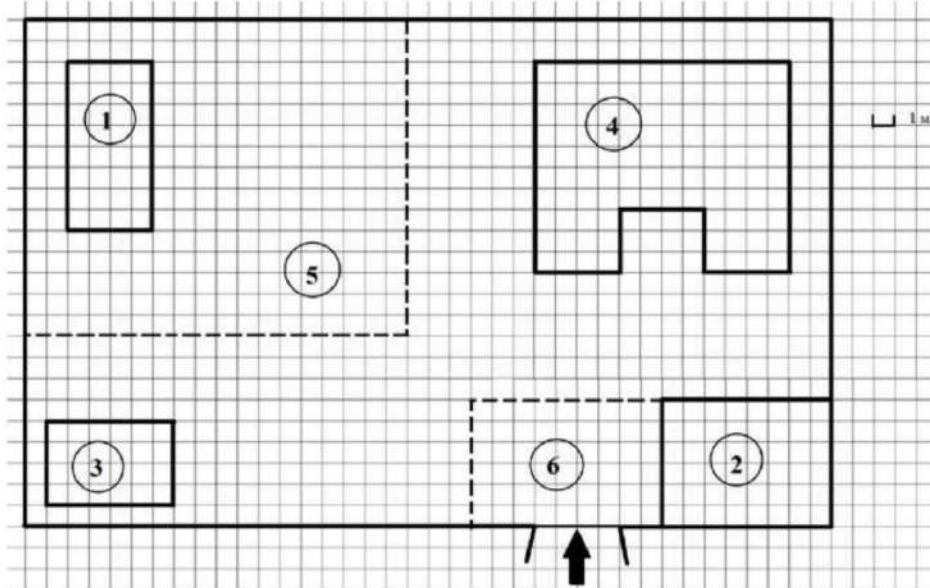
Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство по адресу с. Иволгино, 5-й Заречный пер, д. 3 (сторона каждой клетки на плане равна 1 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок слева от ворот находится сарай, а справа – гараж. Площадь, занятая гаражом, равна 48 кв. м. Жилой дом находится в глубине территории. Помимо гаража, жилого дома и сарая, на участке имеется теплица, расположенная на территории огорода (огород отмечен на плане цифрой 5). Перед гаражом имеется площадка, вымощенная тротуарной плиткой размером 0,2 м × 0,1 м и отмеченная на плане цифрой 6.



- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк перенесите последовательность четырёх цифр.

Объекты	гараж	теплица	жилой дом	сарай
Цифры				

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 40 штук. Сколько упаковок плитки понадобилось, чтобы выложить площадку перед гаражом?

Ответ: _____.

- 3 Найдите расстояние между противоположными углами гаража (длину диагонали) в метрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите площадь, которую занимает жилой дом. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка хочет сделать пристройку к дому. Для этого он планирует купить 15 тонн силикатного кирпича. Один кирпич весит 3 кг. Цена кирпича и условия доставки всей покупки приведены в таблице.

Поставщик	Цена кирпича (руб. за шт.)	Стоимость доставки (руб.) до 16 тонн (руб.)	Специальные условия
А	11,86	7000	Доставка бесплатно, если сумма заказа превышает 65 000 руб.
Б	13,18	6000	Доставка со скидкой 50%, если сумма заказа превышает 60 000 руб.

Во сколько рублей обойдётся наиболее дешёвый вариант?

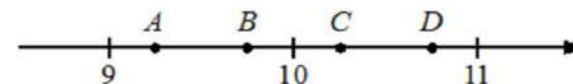
Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{4}{9} - 3\frac{1}{15}\right) \cdot 9.$$

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены точки A , B , C , D . Одна из них соответствует числу $\sqrt{95}$. Какая это точка?



- 1) точка A
- 2) точка B
- 3) точка C
- 4) точка D

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{b^{6\sqrt{2}+1}}{(b^{\sqrt{2}})^6}$$

при $b = 0,5$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения

$$8 + 7x = 9x + 4.$$

Ответ: _____.





10 В среднем из 150 карманных фонариков, поступивших в продажу, три неисправных. Найдите вероятность того, что выбранный наудачу в магазине фонарик окажется исправен.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = x^2 + 4x + 1$ Б) $y = x^2 - 4x + 1$ В) $y = -x^2 + 4x - 1$

ГРАФИКИ

1)

2)

3)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 29,25 Вт, а сила тока равна 1,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

13 Укажите решение системы неравенств

$$\begin{cases} -35 + 5x > 0, \\ 6 - 3x > -3. \end{cases}$$

1)

2)

3) нет решений

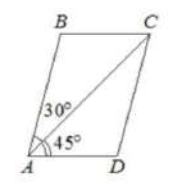
4)

Ответ:

14 Известно, что на высоте 2205 м над уровнем моря атмосферное давление составляет 550 мм рт. ст. Считая, что при подъёме на каждые 10,5 м давление уменьшается примерно на 1 мм рт. ст., определите атмосферное давление на высоте 1890 м над уровнем моря.

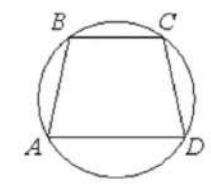
Ответ: _____.

15 Диагональ AC параллелограмма $ABCD$ образует с его сторонами углы, равные 30° и 45° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



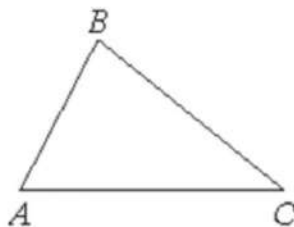
Ответ: _____.

16 Угол A трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC , вписанной в окружность, равен 81° . Найдите угол C этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



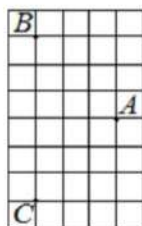
Ответ: _____.

- 17 В треугольнике ABC известно, что $AB = 6$, $BC = 10$, $\sin \angle ABC = \frac{1}{3}$. Найдите площадь треугольника ABC .



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 отмечены три точки: A , B и C . Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC .



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) В любой прямоугольник можно вписать окружность.
- 3) Каждая из биссектрис равнобедренного треугольника является его медианой.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Найдите значение выражения $61a - 11b + 50$, если

$$\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = 9.$$

- 21 Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 2,25)(x - 1)}{1 - x}.$$

Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

- 23 Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 36$, а сторона BC в 1,8 раза меньше стороны AB .

- 24 Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Докажите, что K – середина BC .

- 25 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	2143
2	68
3	10
4	108
5	66300
6	-23,6
7	2
8	0,5
9	2
10	0,98
11	132
12	13
13	3
14	580
15	105
16	99
17	10
18	3
19	1
20	10
21	10
22	-3,25; -3; 3
23	20
24	■
25	26



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Найдите значение выражения $61a - 11b + 50$, если $\frac{2a - 7b + 5}{7a - 2b + 5} = \frac{9}{7}$

$$-40 + 50 = 10$$

$$\begin{aligned} 63a - 18b + 45 &= 2a - 7b + 5 \\ 61a - 11b &= -40 \end{aligned}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 10

21 Первый рабочий за час делает на 10 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 60 деталей, на 3 часа быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

	Пр-ть	время	Кол-во
I	$x + 10$	$\frac{60}{x+10}$	60
II	x	$\frac{60}{x}$	60

$t_{медл} - t_{быстр} = 3$
 $\frac{60}{x} - \frac{60}{x+10} = 3$
 $\frac{200}{x^2 + 10x} = \frac{3}{1} \quad | \cdot 3$
 $x^2 + 10x - 200 = 0$
 $x_1 = -20$
 $x = 10$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 10

22 Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 2,25)(x - 1)}{1 - x}$. Определите, при каких значениях k прямая $y = kx$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

$$y = \frac{-(x^2 + 2,25) \cdot (1 - x)}{1 - x}$$

ОДЗ: $x \neq 1$

Упростим: $y = -x^2 - 2,25$

x	-2	-1	0	1	2
y	-6,25	-3,25	-2,25	-3,25	-6,25

$$x_0 = \frac{b}{2a} = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$$

Найдём k для прямой a :

$$y = kx$$

$$-3,25 = k \cdot 1$$

$$k = -3,25$$

Найдём k для прямой b :

$$y = kx$$

$$y = -x^2 - 2,25$$

$$-x^2 - 2,25 = kx$$

$$-x^2 - kx - 2,25 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$x^2 + kx + 2,25 = 0$$

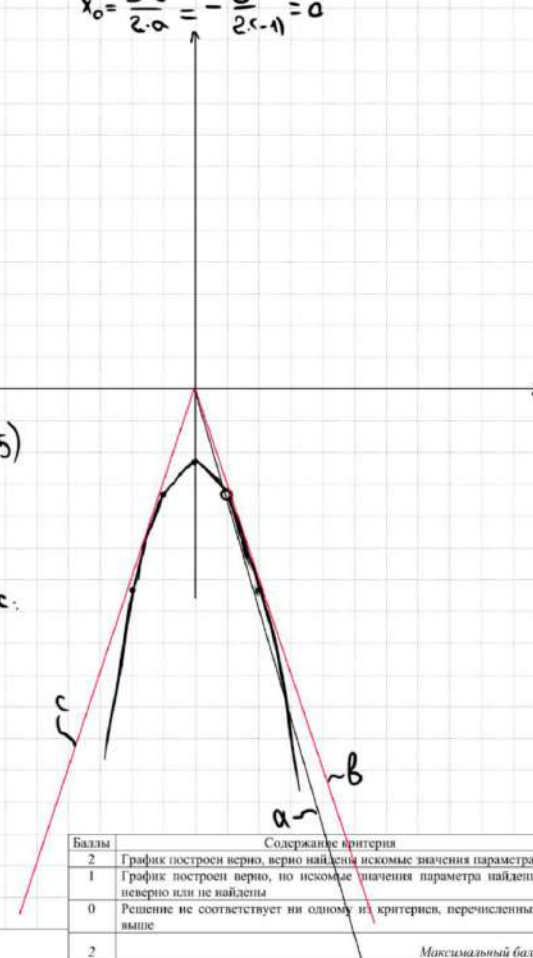
$$D = 0$$

$$k^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2,25 = 0$$

$$k^2 = 9$$

$$k = \pm 3$$

ОТВЕТ: $-3,25; \pm 3$

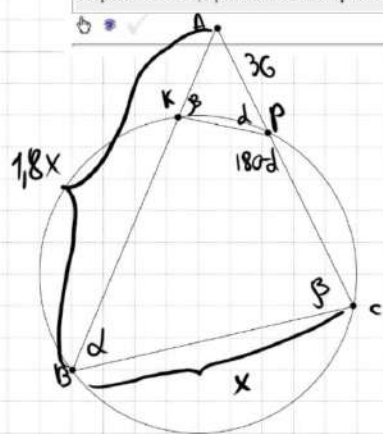


Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



23

Окружность пересекает стороны AB и AC треугольника ABC в точках K и P соответственно и проходит через вершины B и C . Найдите длину отрезка KP , если $AP = 36$, а сторона BC в 1,8 раза меньше стороны AB .



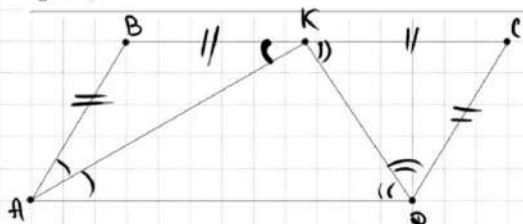
① $\angle CKB = \angle B = d$
 $\angle KPC = \angle C = 180 - d$
 $\Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle APK$ по 2 углам
 (d и A -общий)
 $\frac{AP}{AB} = \frac{KP}{BC}$
 $\frac{36}{1,8x} = \frac{KP}{x} \Rightarrow KP = \frac{36x}{1,8x} = 20$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 20

24

Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне BC . Докажите, что K — середина BC .



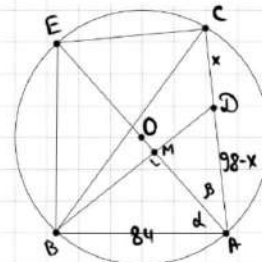
① $\angle BKA = \angle KAD$
 $\angle CKD = \angle ADK$
 $\Rightarrow \triangle ABK \cong \triangle CDK$ — равносторон.

② $AB = BK$
 $CD = CK$
 $\Rightarrow BK = CK$
 $\Rightarrow K$ — середина BC ■

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательно верно, все шаги обоснованы
1	Доказательно в целом верно, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .



① $\angle ACE = 90^\circ$
 $\angle ABE = 90^\circ$ (опирается на диаметр)
 ② $\triangle ABM \sim \triangle ABE$ по 2 углам
 $\frac{84}{AE} = \frac{AM}{84} \Rightarrow AE \cdot AM = 84^2$
 ③ $\triangle ADM \sim \triangle ACE$ по 2 углам
 $\frac{98-x}{AE} = \frac{AM}{98} \Rightarrow AE \cdot AM = 98 \cdot (98-x)$
 ④ $84 \cdot 84 = 98 \cdot (98-x)$
 $72 = 98 - x$
 $x = 26$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 26



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

