

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №353

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Табл. 1

Печь	Тип	Объём помещения (м ³)	Масса (кг)	Стоимость (тыс. руб.)
1	дровяная	12-15	50	18,2
2	дровяная	14-20	95	20,7
3	электрическая	11-17	25	19



рис. 1

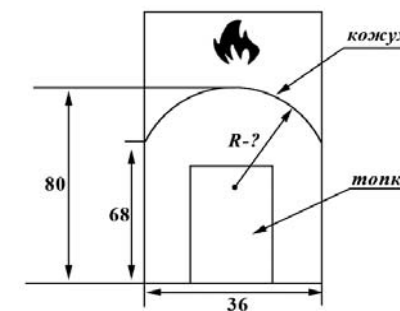


рис. 2

Хозяин дачного участка строит баню с парным отделением. Парное отделение имеет размеры: длина 3,5 м, ширина 2,2 м, высота 2 м. Окон в парном отделении не будет, а дверь в парное отделение имеет размеры: ширина 75 см и высота дверного проёма 1,9 м. Для прогрева парного отделения можно использовать электрическую или дровяную печь. В таблице (см. выше) представлены характеристики трёх печей.

Для установки дровяной печи дополнительных затрат не потребуется. Установка

электрической печи потребует подведения специального кабеля, что обойдётся в 7 000 руб.

1. Установите соответствие между стоимостями и номерами печей. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность трёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Стоимость (руб.)	18 200	19 000	20 700
Номер печи			

Ответ: _____.

2. Найдите суммарную площадь (в м^2) стен парного отделения строящейся бани (без площади двери).

Ответ: _____.

3. Во сколько рублей обойдётся покупка электрической печи с установкой и доставкой, если доставка печи до данного участка будет стоить 1 200 рублей?

Ответ: _____.

4. В прошлом году печи, указанные в таблице, стоили дороже. На них были сделаны скидки: на печь номер 1 скидка составила 15%, на печь номер 2 – 25%, на печь номер 3 – 20%. Сколько рублей стоила печь номер 3 в прошлом году?

Ответ: _____.

5. Хозяин выбрал дровяную печь. Печь снабжена кожухом вокруг дверцы топки. Верхняя часть кожуха выполнена в виде арки, приваренной к передней стенке по дуге окружности (см. рис. 2 выше). Для установки печки хозяину понадобилось узнать радиус закругления арки. Размеры (в см) кожуха показаны на рисунке. Найдите радиус в см.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{4,2}{8,2 - 7,4}$.

Ответ: _____.

7. Известно, что $0,65 < a < 0,7$. Какому из следующих чисел может равняться число a :

1) $\frac{2}{19}$

2) $\frac{6}{19}$

3) $\frac{7}{19}$

4) $\frac{13}{19}$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{4 \cdot 5^n}$ при любом вещественном значении n .

Ответ: _____.

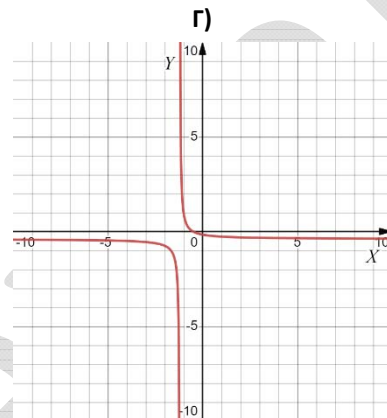
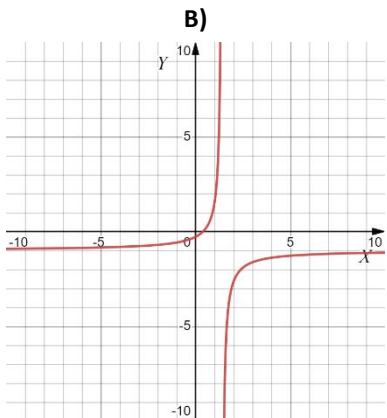
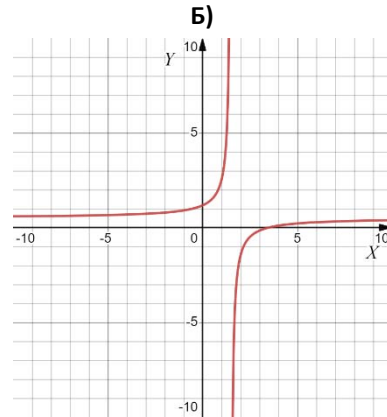
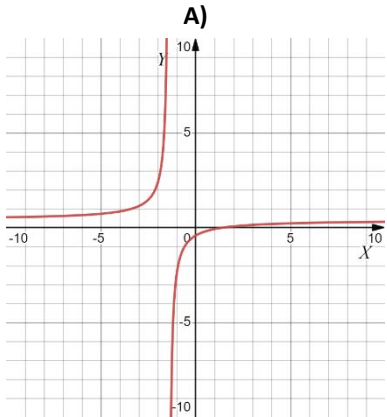
9. Уравнение $x^2 + px + q = 0$ имеет корни $x \in \{-9, 1\}$. Найдите q .

Ответ: _____.

10. В магазине канцтоваров продаётся 145 ручек: 15 красных, 27 зелёных, 13 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет фиолетовой или синей.

Ответ: _____.

11. Даны четыре графика различных функций $y = f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$. Установите соответствие между графиками и формулами, которые их задают. В ответе запишите последовательность четырёх цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



1) $y = \frac{2x-3}{5x+7}$

2) $y = \frac{5x-2}{-5x+7}$

3) $y = \frac{-2x-1}{5x+6}$

4) $y = \frac{2x-7}{4x-6}$

Ответ: _____.

12. В фирме «Эх, прокачу!» стоимость поездки на такси (в рублях) рассчитывается по формуле $C = 150 + 11(t-5)$, где t — длительность поездки, выраженная в минутах. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость 12-минутной поездки.
 Ответ: _____.

13. Решите в вещественных числах неравенство $9x + 8 > 8x - 8$.

1) $(-\infty, -16)$

2) $(-16, +\infty)$

3) $(-\infty, 0)$

4) $(0, +\infty)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Боковая сторона трапеции равна 4, а один из прилежащих к ней углов равен 30° . Найдите площадь трапеции, если её основания равны 2 и 5.

Ответ: _____.

16. Точки A и B делят окружность на две дуги, длины которых относятся как 9:11. Найдите величину центрального угла, опирающегося на меньшую из дуг. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

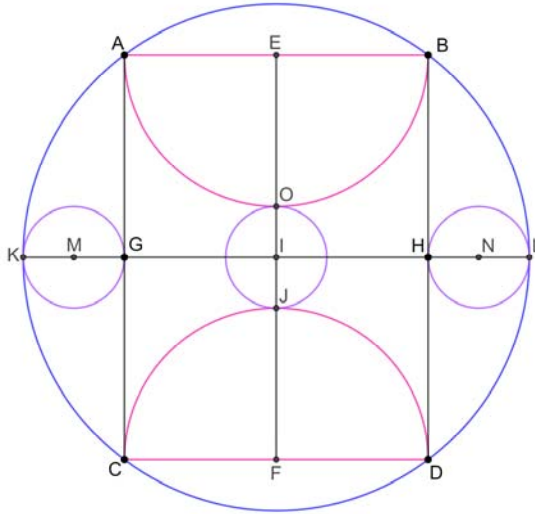
17. В декартовой системе координат на плоскости даны точки:

$$A(0, 0), B(9, 0), C(6, 5), D(1, 5).$$

Найдите площадь четырёхугольника $ABCD$.

Ответ: _____.

18. В окружность ω вписан прямоугольник $ACDB$. На отрезках AB и CD как на диаметрах внутри прямоугольника $ABCD$ построены полуокружности Ω_1 и Ω_2 соответственно. Окружность ω_1 с центром в точке M внутренним образом касается окружности ω в точке K и касается отрезка AC в точке G . Окружность ω_2 с центром в точке I внешним образом касается полуокружностей Ω_1 и Ω_2 в точках O и J соответственно. Окружность ω_3 с центром в точке N внутренним образом касается окружности ω в точке L и касается отрезка BD в точке H (см. рис.). Пусть S, S_1, S_2, S_3 – площади кругов, ограниченных окружностями $\omega, \omega_1, \omega_2, \omega_3$, соответственно. Пусть также S_4 – площадь полукруга, ограниченного полуокружностью Ω_1 и отрезком AB . И пусть S_5 – площадь полукруга, ограниченного полуокружностью Ω_2 и отрезком CD . Найдите значение выражения $\frac{S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5}{S}$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести прямую, перпендикулярную этой прямой.
- 2) Если стороны одного четырёхугольника соответственно равны сторонам другого четырёхугольника, то такие четырёхугольники равны.
- 3) Смежные углы равны.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в вещественных числах уравнение $(x-1)\left(2 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x+2}\right) = 0$.

21. Первый рабочий за час делает на 13 деталей больше, чем второй, и выполняет заказ, состоящий из 208 деталей, на 8 часов быстрее, чем второй рабочий, выполняющий такой же заказ. Сколько деталей в час делает второй рабочий?

22. Постройте график функции:

$$y = 3|x+8| - x^2 - 14x - 48.$$

Определите, при каких значениях a прямая $y = a$ имеет с графиком функции нечётное количество общих точек.

Модуль «Геометрия»

- 23.** Основания равнобедренной трапеции равны 8 и 18, а её периметр равен 52. Найдите площадь трапеции.
- 24.** Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямая AB перпендикулярна прямой IJ .
- 25.** В треугольнике ABC известны длины сторон $AB=14$ и $AC=98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №353

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



рис. 1

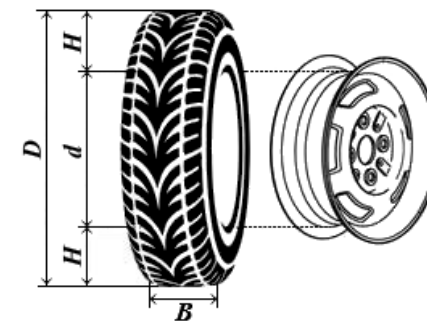


рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной

конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 205/60 R16.

Завод допускает установку шин с другими маркировками.

1. В таблице показаны разрешённые размеры шин (см. табл. ниже).

Шины какой наименьшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам?

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)			
	15	16	17	18
195	195/65	195/60	195/55	–
205	205/60	205/55, 205/60	205/50	205/45
215	215/60	215/55	215/50	215/40, 215/45
225	–	225/50	225/45, 225/50	225/40

Ответ: _____.

2. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 195/55 R17 меньше, чем радиус колеса с шинами маркировки 225/45 R17?

Ответ: _____.

3. Найдите диаметр (в см) колеса автомобиля, выходящего с завода.

Ответ: _____.

4. На сколько миллиметров уменьшится диаметр колеса, если поменять шины, установленные на заводе, шинами маркировки 225/40 R18?

Ответ: _____.

5. На сколько процентов уменьшится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 225/40 R18? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{39 \cos 106^\circ}{\cos 74^\circ}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – вещественные положительные числа. Найдите наибольшее возможное значение выражения:

$$\frac{a}{\sqrt{b^2 + bc + c^2}} + \frac{b}{\sqrt{c^2 + ca + a^2}} + \frac{c}{\sqrt{a^2 + ab + b^2}}.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

- 1) $\sqrt{2}$ 2) $\sqrt{3}$ 3) 2 4) 3

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt[3]{ab}(\sqrt[3]{b^2} - \sqrt[3]{a^2}) + \sqrt[3]{a^4} - \sqrt[3]{b^4}}{\sqrt[3]{a^4} + \sqrt[3]{a^2b^2} - \sqrt[3]{a^3b}} \cdot \sqrt[3]{a^2}$ при

$$a = \sqrt{305 - 174\sqrt{3}} \text{ и } b = 4\sqrt{27 - 15\sqrt{3}}.$$

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\sqrt{x+8+2\sqrt{x+7}} + \sqrt{x+1-\sqrt{x+7}} = 4.$$

В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: _____.

10. Сколько целых чисел из отрезка $[1, 16500]$ не делятся ни на 3, ни на 5, ни на 11?

Ответ: _____.

11. На множестве вещественных чисел $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ задана функция $f(x)$.

Известно, что эта функция при любых вещественных значениях $x \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$2f(x) - f\left(\frac{x}{x-1}\right) = x.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(7)$

Б) $f(5)$

В) $f(-5)$

1) $\frac{55}{18}$

2) $\frac{91}{18}$

3) $\frac{15}{4}$

Ответ: _____.

12. Длина медианы m_c , проведённой к стороне с треугольника со сторонами a , b и c , вычисляется по формуле $m_c = \frac{\sqrt{2a^2 + 2b^2 - c^2}}{2}$. Найдите медиану m_c , если $a = 6$, $b = 7$ и $c = 11$.

Ответ: _____.

13. Решите в вещественных числах неравенство (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\sqrt{\frac{2}{2x+7}} \leq \frac{1}{x^2} - \frac{7}{2}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $x \in \emptyset$

2) $x \in \left[\frac{2-\sqrt{690}}{49}, 0 \right) \cup \left(0, \frac{1}{2} \right]$

3) $x \in (-\infty; +\infty)$

4) $x \in \left(-\frac{7}{2}, \frac{2-\sqrt{690}}{49} \right] \cup \left[\frac{1}{2}, +\infty \right)$

Ответ: _____.

14. За изготовление и установку нижнего железобетонного кольца колодца заплатили 234 тыс. руб., а за каждое следующее кольцо платили на 18 тыс. руб. меньше, чем за предыдущее. Кроме того, по окончании работы была выплачена премия 360 тыс. руб. Средняя стоимость изготовления и установки одного кольца с учетом премии оказалась равна 202 тыс. руб. Сколько колец было установлено?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В остроугольном треугольнике ABC проведены высоты AA_1 , BB_1 и CC_1 . Причём $A_1B_1 \parallel AB$ и $B_1C_1 \parallel BC$. Найдите градусную меру угла ABC .

Ответ: _____.

16. Прямая, проходящая через вершину C равнобедренного треугольника ABC , пересекает основание AB в точке M , а описанную окружность в точке N , отличной от точки C . Найдите значение выражения $\frac{AN \cdot BN \cdot CM}{AM \cdot BM \cdot CN}$.

Ответ: _____.

17. В квадрате $ABCD$ со стороной 1 точка F – середина стороны BC , E – основание перпендикуляра, опущенного из вершины A на DF . Найдите длину отрезка BE .

Ответ: _____.

18. Через вершины B , C и D трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC проведена окружность. Известно, что окружность касается прямой AB , а её центр лежит на диагонали BD . Найдите периметр трапеции $ABCD$, если $BC = 9$, $AD = 25$.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Центром окружности, вписанной в треугольник, является точка пересечения серединных перпендикуляров к его сторонам.
- 2) Около всякого четырехугольника можно описать не более одной окружности.
- 3) Центр окружности, описанной около тупоугольного треугольника, находится внутри этого треугольника.
- 4) Центром окружности, описанной около квадрата, является точка пересечения его диагоналей.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в целых положительных числах уравнение:

$$y^2 = 1 + x + x^2 + x^3 + x^4.$$

21. Поле представляет собой клетчатый квадрат 43×43 , в одной из клеток которого замаскирован танк. Истребитель за один выстрел обстреливает одну клетку. Если произошло попадание, танк переползает на соседнюю по стороне клетку поля, если нет – остаётся на месте. При этом после выстрела пилот истребителя не знает, произошло ли попадание. Для уничтожения танка надо попасть в него два раза. Каким наименьшим числом выстрелов можно обойтись для того, чтобы гарантировать, что танк уничтожен?

22. Найдите все вещественные значения параметра a , при каждом из которых неравенство:

$$\cos x - 2\sqrt{x^2 + 9} \leq \frac{x^2 + 9}{a + \cos x} - a$$

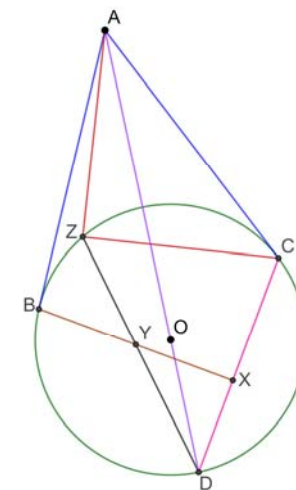
имеет единственное вещественное решение.

Модуль «Геометрия»

23. В остроугольном треугольнике ABC провели высоту BH . Известно, что $AB < BC$. Точка P симметрична точке H относительно прямой, соединяющей середины сторон AC и BC . Пусть O – центр описанной окружности треугольника ABC . Найдите градусную меру угла BOP .

24. На плоскости лежат две одинаковые буквы Γ . Концы коротких палочек этих букв обозначим A и A' . Длинные палочки разбиты на n равных частей точками $A_1, \dots, A_{n-1}; A'_1, \dots, A'_{n-1}$ (точки деления нумеруются от концов длинных палочек). Прямые AA_i и $A'A'_i$ пересекаются в точке X_i . Докажите, что точки X_1, \dots, X_{n-1} образуют выпуклый многоугольник.

25. Дана окружность ω с центром в точке O . Из точки A , лежащей вне круга, ограниченного окружностью ω , провели касательные AB и AC , причём точки B и C лежат на окружности ω (см. рис.). Луч AO и окружность ω пересекаются в точке D , причём $AO + OD = AD$. Точка X – ортогональная проекция точки B на прямую CD . Точка Y – середина отрезка XB . Прямая DY пересекает окружность ω в точке Z , отличной от точки D . Найдите градусную меру угла AZC .



Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	132	21,375	27200	23750	19,5	5,25	4	1,2	-9	0,4	1423	227	2	30	7	162	35	0,48	1	± 1	13	0,1/4.25/4	156	-	96

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	195	6	65,24	15,2	2,3	-39	2	-1	2	8000	231	3,5	2	9	60	1	1	66	24	(3;11)	2773	2	180	-	90