



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

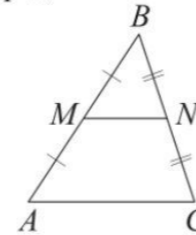
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

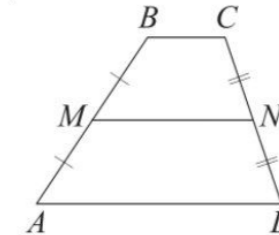
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

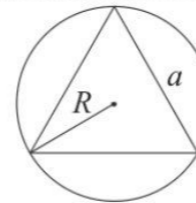


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



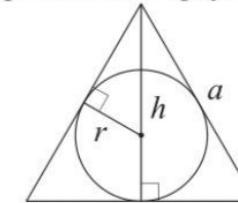
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



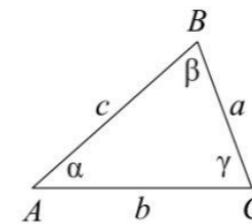
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



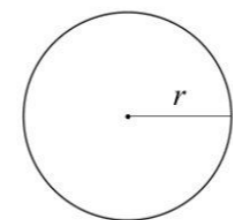
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

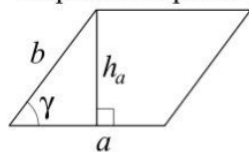
Площадь круга $S = \pi r^2$





Площади фигур

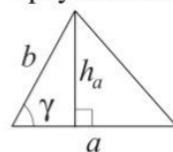
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

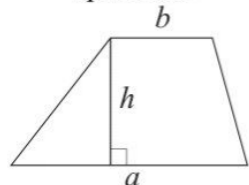
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

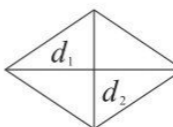
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

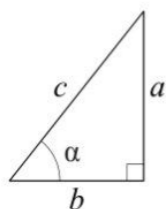
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

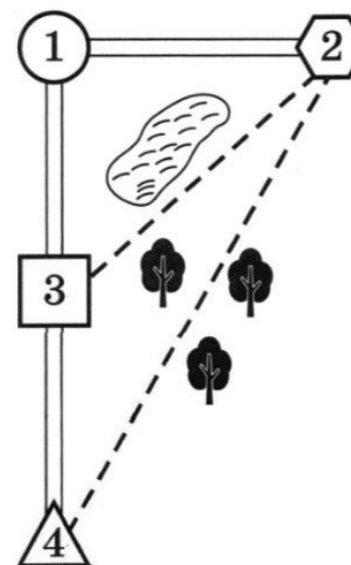
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

Коля летом отдыхает у бабушки и дедушки в деревне Марьевке. Коля с дедушкой собираются съездить на велосипедах в село Сосновое на железнодорожную станцию. Из Марьевки в Сосновое можно проехать по прямой лесной дорожке. Есть более длинный путь по шоссе – через деревню Николаевку до деревни Запрудья, где нужно повернуть под прямым углом направо на другое шоссе, ведущее в Сосновое. Есть и третий маршрут: в Николаевке можно свернуть на прямую тропинку, которая идёт мимо озера прямо в Сосновое.



По шоссе Коля с дедушкой едут со скоростью 20 км/ч, а по лесной дорожке и тропинке 15 км/ч. Расстояние по шоссе от Марьевки до Николаевки равно 12 км, от Марьевки до Запрудья – 20 км, а от Запрудья до Соснового 15 км.

- 1 Пользуясь описанием, определите, какими цифрами на плане обозначены населённые пункты. В ответ запишите полученную последовательность четырёх цифр.

Насел. пункты	д. Запрудье	д. Марьевка	д. Николаевка	с. Сосновое
Цифры				

- 2 На сколько процентов скорость, с которой едут Коля с дедушкой по тропинке, меньше их скорости по шоссе?

Ответ: _____.

- 3 Сколько минут затратят на дорогу Коля с дедушкой, если поедут на станцию через Запрудье?

Ответ: _____.

- 4 Найдите расстояние от д. Николаевка до с. Сосновое по прямой. Ответ дайте в километрах.

Ответ: _____.

- 5 Определите, на какой маршрут до станции потребуется меньше всего времени. В ответе укажите, сколько минут потратят на дорогу Коля с дедушкой, если поедут этим маршрутом.

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$4,4 - 1,7.$$

Ответ: _____.

- 7 На координатной прямой отмечены числа a , b и c .



Какая из разностей $a - b$, $a - c$, $c - b$ отрицательна?

- 1) $a - b$
- 2) $a - c$
- 3) $c - b$
- 4) ни одна из них

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$(4b)^2 : b^5 \cdot b^3$$

при $b = 128$.

Ответ: _____.

- 9 Найдите корень уравнения

$$(x - 5)^2 = (x - 8)^2.$$

Ответ: _____.

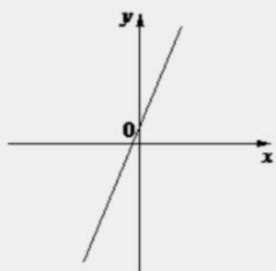
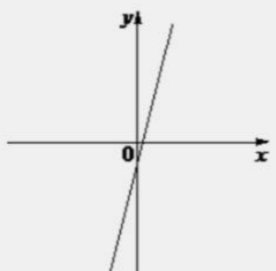
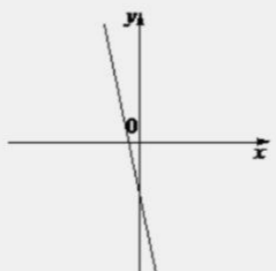


10 В магазине канцтоваров продаётся 84 ручки, из них 22 красных, 9 зелёных, 41 фиолетовая, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или фиолетовой.

Ответ: _____.

11 На рисунках изображены графики функций вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками функций и знаками коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ

А)  Б)  В) 

КОЭФИЦИЕНТЫ

1) $k > 0, b < 0$ 2) $k < 0, b < 0$ 3) $k > 0, b > 0$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Чтобы перевести значение температуры по шкале Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствует 80 градусов по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$$-3 - x \geq x - 6.$$

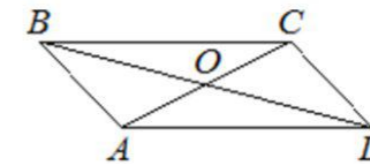
- 1) $(-\infty; 1,5]$
- 2) $[1,5; +\infty)$
- 3) $(-\infty; 4,5]$
- 4) $[4,5; +\infty)$

Ответ:

14 Курс воздушных ванн начинают с 10 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. В какой по счёту день продолжительность процедуры достигнет 1 часа 20 минут?

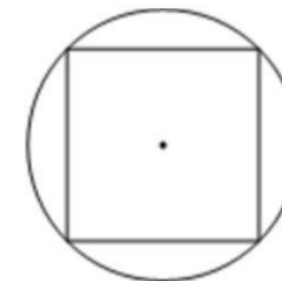
Ответ: _____.

15 Диагонали AC и BD параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке O , $AC = 12$, $BD = 20$, $AB = 7$. Найдите DO .



Ответ: _____.

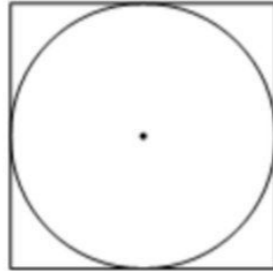
16 Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $32\sqrt{2}$. Найдите длину стороны этого квадрата.



Ответ: _____.

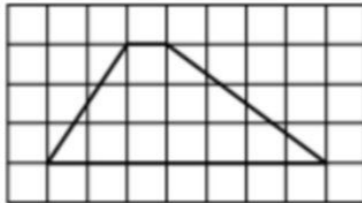


- 17 Найдите площадь квадрата, описанного около окружности радиуса 40.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена трапеция. Найдите длину её средней линии.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Боковые стороны любой трапеции равны.
- 2) Серединные перпендикуляры к сторонам треугольника пересекаются в точке, являющейся центром окружности, описанной около треугольника.
- 3) Если две стороны и угол одного треугольника равны соответственно двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

$$x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1).$$

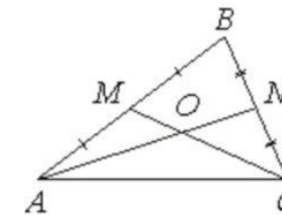
- 21 Свежие фрукты содержат 78% воды, а высушенные – 22%. Сколько сухих фруктов получится из 78 кг свежих фруктов?

- 22 Постройте график функции

$$y = -4 - \frac{x + 1}{x^2 + x}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

- 23 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 27$, $CM = 18$. Найдите CO .



- 24 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

- 25 Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике****Часть 1**

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	1432
2	25
3	105
4	17
5	100
6	2,7
7	3
8	16
9	6,5
10	0,75
11	312
12	176
13	1
14	8
15	10
16	64
17	6400
18	4
19	2
20	-2; -1; 1
21	22
22	-4; -3
23	12
24	■
25	820



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x(x^2 + 2x + 1) = 2(x + 1)$.

Handwritten solution for task 20:

$$x \cdot (x + 1)^2 - 2 \cdot (x + 1) = 0$$

$$(x + 1) \cdot (x \cdot (x + 1) - 2) = 0$$

или

$$x \cdot (x + 1) - 2 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 1$$

Also shown: $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ
$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$
КВАДРАТ РАЗНОСТИ
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
КВАДРАТ СУММЫ
$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
РАЗНОСТЬ КУБОВ
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
СУММА КУБОВ
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $-1, -2, 1$

21 Свежие фрукты содержат 78% воды, а высушенные — 22%. Сколько сухих фруктов получится из 78 кг свежих фруктов?

Handwritten solution for task 21:

Свежие фрукты (Виноград)	Высушенные фрукты (Львов)
78% вода 22% сух. вещ.	22% вода 78% сух. вещ.
78 кг — 100%	17,16 кг — 78%
x кг — 22%	x кг — 100%
$x = \frac{78 \cdot 22}{100} = 17,16$	$x = \frac{78 \cdot 22}{100} = 17,16$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 17,16

22 Постройте график функции $y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$. Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком общих точек.

Handwritten solution for task 22:

$$y = -4 - \frac{x+1}{x(x+1)}$$

ОДЗ: $\begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$

Получим: $y = -4 - \frac{1}{x}$

x	-2	-1	-0,5	0,5	1	2
y	-3,5	-3	-2	-6	-5	-4,5

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

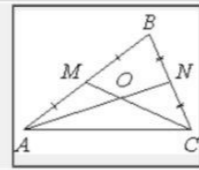
ОТВЕТ: $-4, -3$





23

Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 27$, $CM = 18$. Найдите CO .



21CC51

CM - медиана
 $\Rightarrow \frac{CO}{MO} = \frac{2}{1}$

$\Rightarrow CO = \frac{2}{3} \cdot CM = \frac{2}{3} \cdot 18 = 12$

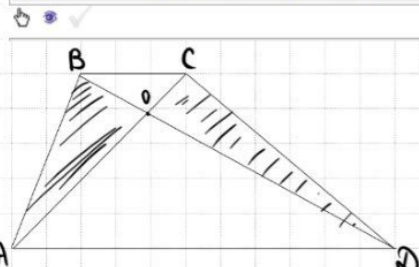
ОТВЕТ: 12

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COB равны.

Пусть h - высота трап.

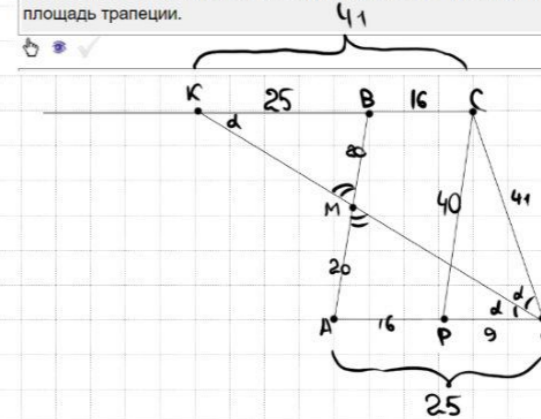


$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h$
 $S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h$
 $\Rightarrow S_{ABD} = S_{ACD}$
 $S_{AOB} + S_{AOD} = S_{COB} + S_{AOD}$
 $S_{AOB} = S_{COB}$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.



① $\angle BKO = \angle ADK$ (как верт.)
 $\Rightarrow \triangle CKO$ - равнобедр.
 ② $BK = CK = 16 = 41 - 16 = 25$
 ③ $\triangle BKM = \triangle ADM$ по 2-ф.
 $\Rightarrow AD = 25$
 ④ Пусть $PC \parallel AB$
 $PC = 40$
 $DP = 25 - 16 = 9$
 $\triangle CPD: 41^2 = 40^2 + 9^2$
 $\Rightarrow \triangle CPD$ - \triangle прямоуг.
 $\angle CPD = 90^\circ$
 $\Rightarrow PC$ - высота = 40

⑤ $S = \frac{16+25}{2} \cdot 40 = 820$

ОТВЕТ: 820

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.