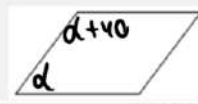


1

Один угол параллелограмма больше другого на 40° . Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.



2E0A28

Источники:

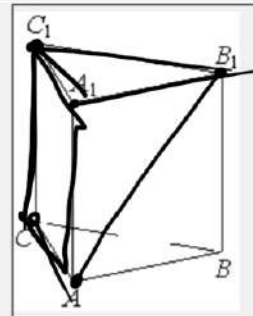
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)

$$\begin{aligned} \alpha + \alpha + 40 &= 180 \\ 2\alpha &= 140 \\ \alpha &= 70 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 70

2

Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины A, C, A_1, B_1, C_1 правильной треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$. Площадь основания призмы равна 7, а боковое ребро равно 9.



805979

Источники:

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)

$$\begin{aligned} \textcircled{1} V_{\text{призма}} &= 7 \cdot 9 = 63 \\ \textcircled{2} V_{B_1ABC} &= \frac{1}{3} \cdot 7 \cdot 9 = 21 \\ \textcircled{3} V_{\text{иск}} &= 63 - 21 = 42 \end{aligned}$$

ОТВЕТ: 42

3

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что сумма выпавших очков равна 7. Результат округлите до тысячных.



4с90В4

61
52
43
34
25
16

$$P = \frac{8}{36} = \frac{1}{6} = \frac{10 \overline{) 6}}{6 \overline{) 0,166 \overline{) 6}} \approx 0,167$$

ОТВЕТ: 0,167

4

Стрелок стреляет по одному разу в каждую из четырёх мишеней. Вероятность попадания в мишень при каждом отдельном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что стрелок попадёт в первую мишень и не попадёт в три последние.



9ЕВ534

$$\left. \begin{aligned} P(\text{попасть}) &= 0,8 \\ P(\text{промахнуться}) &= 0,2 \end{aligned} \right\} 1$$

$$\begin{array}{cccc} \textcircled{\checkmark} & \textcircled{\times} & \textcircled{\times} & \textcircled{\times} \\ 0,8 & \cdot & 0,2 & \cdot & 0,2 & \cdot & 0,2 & = & 0,0064 \end{array}$$

ОТВЕТ: 0,0064

Источники:

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Досрочная волна (Резерв) 2018

Источники:

ФИПИ (старый банк)
Основная волна 2022

5

Найдите корень уравнения $\sqrt{2x + 31} = 9$.

182653

$$\begin{aligned}2x + 31 &= 81 \\2x &= 50 \\x &= 25\end{aligned}$$

Источники:

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Демо 2021
Демо 2020
Досрочная волна 2019
Основная волна 2018
Основная волна 2017
Основная волна 2014
Досрочная волна 2013

ОТВЕТ: 25

6

Найдите значение выражения $\frac{-6 \sin 374^\circ}{\sin 14^\circ} = -6$ 

72С72С

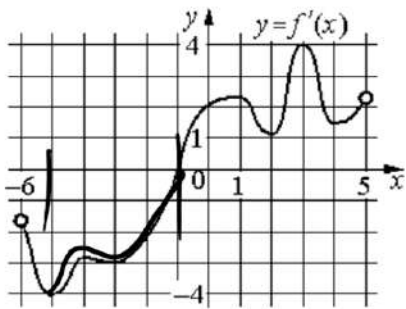
Источники:

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)

ОТВЕТ: -6

7

На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6; 5)$. В какой точке отрезка $[-5; -1]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?

**Источники:**

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Пробный ЕГЭ 2015

ОТВЕТ: -5

8

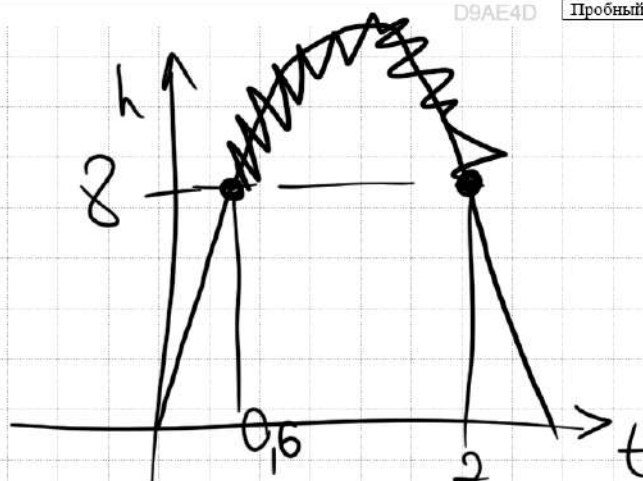
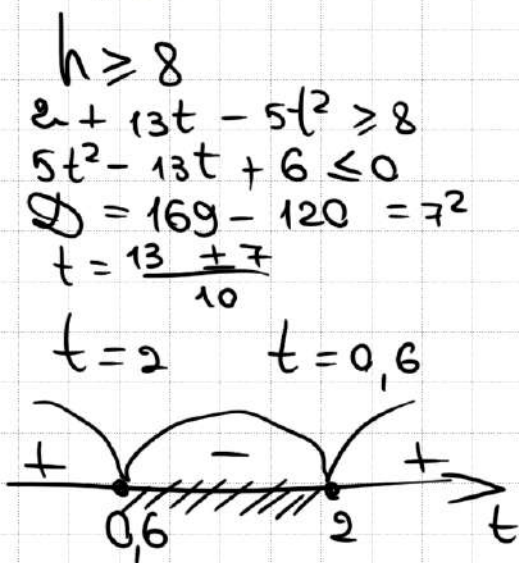
Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 2 + 13t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 8 метров?



D9AE4D

Источники:

ГПР (старый банк)
ГПР (новый банк)
Пробный ЕГЭ 2015

**ОТВЕТ:** 1,4

9

Заказ на 140 деталей первый рабочий выполняет на 4 часа быстрее, чем второй. Сколько деталей в час делает второй рабочий, если известно, что первый за час делает на 4 детали больше?

D6FFD6

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2018

	Пр-ть	Время	Кол-во дет.
I	$x+4$	$\frac{140}{x+4}$	140
II	x	$\frac{140}{x}$	140

$$t_{\text{медл.}} - t_{\text{быстр}} = 4$$

$$\frac{140}{x+4} - \frac{140}{x} = 4$$

$$\frac{140x + 140 \cdot 4 - 140x}{x^2 + 4x} = 4 \quad | :4$$

$$x^2 + 4x - 140 = 0$$

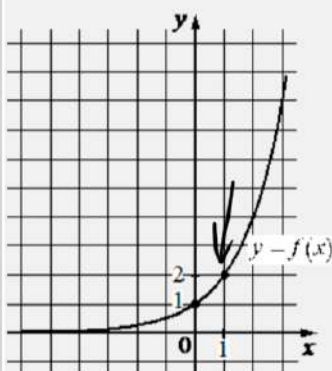
$$x = 10$$

$$x = -14$$

ОТВЕТ: 10

10

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = a^x$. Найдите значение $f(3)$.



(1; 2)

EC397F

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 Основная волна 2022

$$① 2 = a^1$$

$$a = 2$$

$$f(x) = 2^x$$

$$② f(3) = 2^3 = 8$$

ОТВЕТ: 8

11

Найдите точку максимума функции $y = (x - 5)^2 \cdot e^{x-7}$.

6D1457

Источники:

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)

$$y = (x^2 - 10x + 25) \cdot e^{x-7}$$

$$y' = (2x - 10) \cdot e^{x-7} + (x^2 - 10x + 25) \cdot e^{x-7} \cdot 1 = 0$$

$$e^{x-7} \cdot (2x - 10 + x^2 - 10x + 25) = 0$$

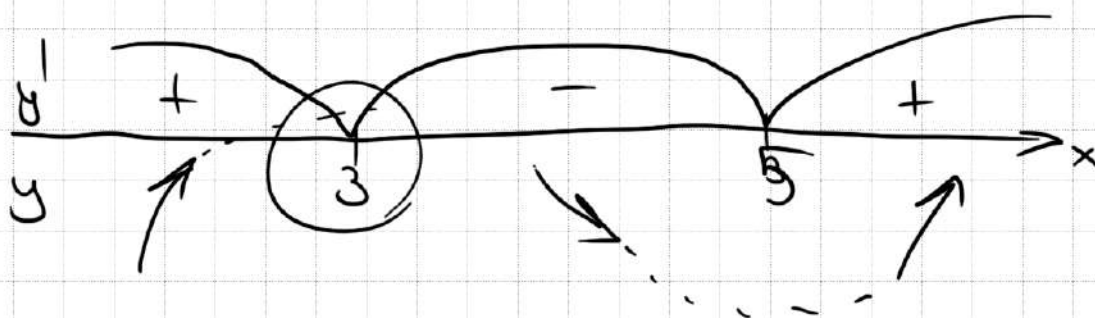
$$e^{x-7} = 0$$

∅

$$x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$x = 3$$

$$x = 5$$



ОТВЕТ: 3

12

а) Решите уравнение

$$\log_{13}(\cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8) = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-2\pi; -\frac{\pi}{2}]$.

Источники:

Основная волна 2017

$$\begin{aligned} \text{а) } \cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8 &= 1 \\ 2\cos^2 x - 9\sqrt{2} \cos x - 10 &= 0 \end{aligned}$$

$$\text{Пусть } \cos x = t$$

$$2t^2 - 9\sqrt{2}t - 10 = 0$$

$$t = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

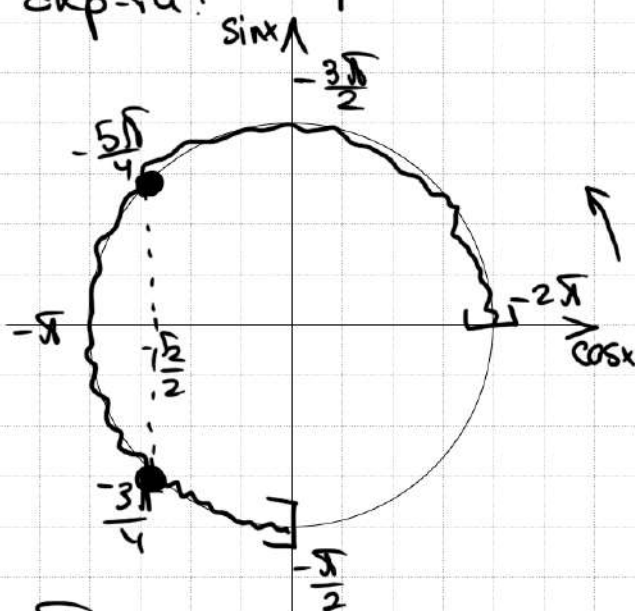
$$t = 5\sqrt{2}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos x = 5\sqrt{2} \text{ нет реш.}$$

$$x = \pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) Отбросим корни с положительной скр-тью:



Все корни числа: $x = -\pi - \frac{\pi}{4} = -\frac{5\pi}{4}$
 $x = -\pi + \frac{\pi}{4} = -\frac{3\pi}{4}$

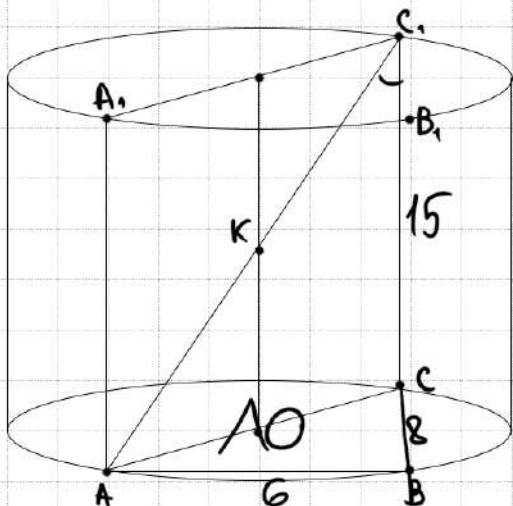
ОТВЕТ:

$$\begin{aligned} \text{а) } &\pm \frac{3\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \\ \text{б) } &-\frac{3\pi}{4}, -\frac{5\pi}{4} \end{aligned}$$

13

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания – точки B_1 и C_1 , причём BB_1 – образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

- а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.
 б) Найдите угол между прямыми BB_1 и AC_1 , если $AB = 6$, $BB_1 = 15$, $B_1C_1 = 8$.



- а) Пусть CC_1 – ось цилиндра
 $\angle ABC = 90^\circ$ (см. по диаметру)
 BC – проекция
 BC_1 – наклонная
 $\Rightarrow \angle ABC_1 = 90^\circ$ (ТТТ) ■

ОТВЕТ: $\arctg\left(\frac{2}{3}\right)$

б) ① $\triangle ABC$:
 $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10$

② $\angle AC_1C$ – искомый

$$\operatorname{tg} \angle AC_1C = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

$$\angle AC_1C = \arctg\left(\frac{2}{3}\right)$$

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Основная волна 2018

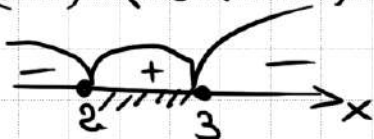
14

Решите неравенство

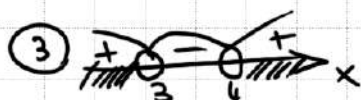
$$\log_5((3-x)(x^2+2)) \geq \log_5(x^2-7x+12) + \log_5(5-x).$$

- ① $(3-x)(x^2+2) \geq (x-3)(x-4)(5-x)$
 ② $(3-x)(x^2+2) > 0$
 ③ $(x-3)(x-4) > 0$
 ④ $(5-x) > 0$

① $(3-x)(x^2+2) + (3-x) \cdot (x-4) \cdot (5-x) \geq 0$
 $(3-x) \cdot (x^2+2 + 5x - x^2 - 20 + 4x) \geq 0$
 $(3-x) \cdot (9x-18) \geq 0$



② $x < 3$



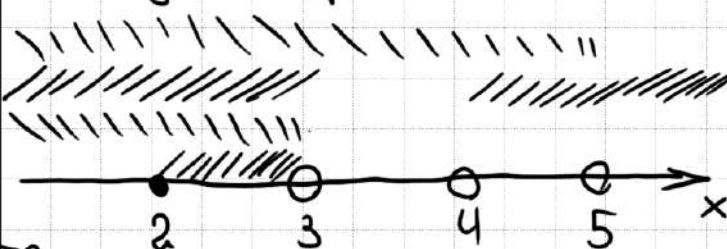
④ $x < 5$

ОТВЕТ: $[2; 3)$

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 Основная волна 2019
 Досрочная волна 2020

Найдём пересечение:



15-го декабря планируется взять кредит в банке на 11 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на 3% по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца с 1-го по 10-й долг должен быть на 80 тысяч рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;
- к 15-му числу 11-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какой долг будет 15-го числа 10-го месяца, если общая сумма выплат после полного погашения кредита составит 1198 тысяч рублей?

Число S - сумма долга
Число - день платежа
Дата

Дата	Сумма долга
15 дек	S
1 ян	$1,03S$
7 ян	$S - 80$
15 ян	$1,03S - 82,4$
7 фев	$S - 2 \cdot 80$
15 фев	$1,03S - 164,8$
7 мар	$S - 3 \cdot 80$
15 мар	

9 мес 15 з
10 мес 1 з
7 з
11 мес 1 з
7 з
15 з

$$S - 9 \cdot 80$$

$$1,03S - 741,6 \Rightarrow \text{с.в. } 0,03S + 58,4$$

$$S - 10 \cdot 80$$

$$1,03S - 824 \Rightarrow \text{с.в. } 1,03S - 824$$

Первые 10 платежей ар. ариф. прогр.

Восп. ф-лой.

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

О.С.В. = 1198

ОТВЕТ:

200 тыс.

$$\frac{0,03S + 80 + 0,03S + 58,4}{2} \cdot 5 + 1,03S - 824 = 1198$$

$$(0,06S + 138,4) \cdot 5 + 1,03S - 824 = 1198$$

$$0,3S + 692 + 1,03S - 824 = 1198$$

$$1,33S = 1330$$

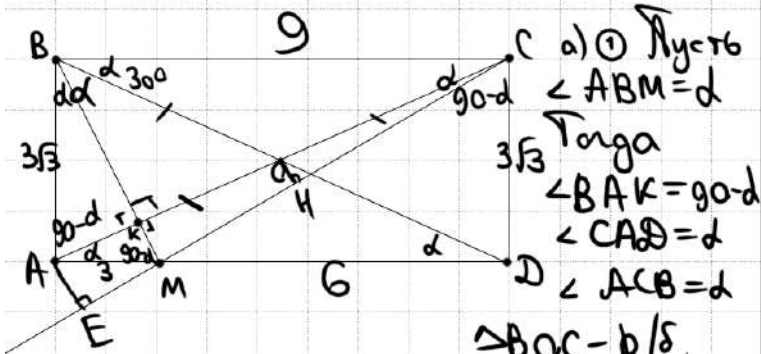
$$S = 1000$$

$$S - 800 = 1000 - 800 = 200 \text{ тыс.}$$

Прямая, проходящая через вершину B прямоугольника $ABCD$ перпендикулярно диагонали AC , пересекает сторону AD в точке M , равноудалённой от вершин B и D .

а) Докажите, что $\angle ABM = \angle DBC = 30^\circ$.

б) Найдите расстояние от центра прямоугольника до прямой CM , если $BC = 9$.



а) ① Пусть $\angle ABM = \alpha$
 Тогда $\angle BAK = 90 - \alpha$
 $\angle CAD = \alpha$
 $\angle ACB = \alpha$
 $\triangle BOC - p/s$
 $\angle CBO = \angle BCO = \alpha$

$$\angle ABM = \alpha = \angle DBC$$

② $\triangle BMD - p/s$
 $\angle DBM = \alpha = \angle BDM$

Получаем

$$3\alpha = 90$$

$$\alpha = 30 = \angle ABM = \angle DBC$$

ОТВЕТ:

$$\frac{3\sqrt{21}}{14}$$

б) ОК-?

Пусть AE - перпендикуляр к CM
 Тогда OK - ср. линия $\triangle ACE$

$$\text{② } S_{ACM} = \frac{1}{2} \cdot CM \cdot AE = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot AM \cdot \sin \alpha$$

Найдём AC :

$$\triangle ABC: \cos 30^\circ = \frac{9}{AC} \quad AC = \frac{9 \cdot 2}{\sqrt{3}}$$

Найдём AM :

$$\triangle ABM: \tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{AM}{3\sqrt{3}} \quad AM = 3$$

Найдём CM :

$$\triangle CMD: CM = \sqrt{6^2 + (3\sqrt{3})^2} = 3\sqrt{7}$$

$$3\sqrt{7} \cdot AE = \frac{18 \cdot 9 \cdot 3\sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot 2}$$

$$AE = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$$

$$OK = \frac{1}{2} AE = \frac{3\sqrt{3}}{2\sqrt{7}}$$

17

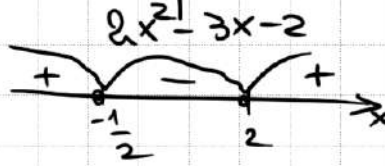
Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение $|2x^2 - 3x - 2| = a - 2x^2 - 8x$ либо не имеет решений, либо имеет единственное решение.

ИСТОЧНИКИ:

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Семёнов 2015

$$|2x^2 - 3x - 2| + 2x^2 + 8x = a$$

Определим знаки выражения



Пусть $f(x) = |2x^2 - 3x - 2| + 2x^2 + 8x$

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 3x - 2 + 2x^2 + 8x & \text{или } \begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \geq 2 \end{cases} \\ -2x^2 + 3x + 2 + 2x^2 + 8x & \text{или } -\frac{1}{2} < x < 2 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} 4x^2 + 5x - 2 & \text{или } \begin{cases} x \leq -\frac{1}{2} \\ x \geq 2 \end{cases} \\ 11x + 2 & \text{или } -\frac{1}{2} < x < 2 \end{cases}$$

$$x_0 = -\frac{5}{8}$$

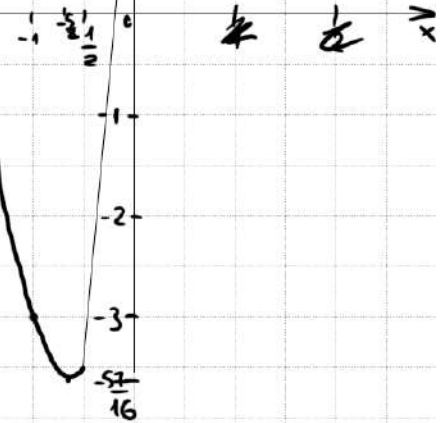
$$y_0 = -\frac{57}{16}$$

ОТВЕТ:

$$\left(-\infty, -\frac{57}{16}\right]$$

или $a < -\frac{57}{16}$ нет реш
 $a = -\frac{57}{16}$ 1 реш
 $a > -\frac{57}{16}$ 2 реш

a



На доске написано более 35, но менее 49 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно 5, среднее арифметическое всех положительных из них равно 14, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно -7.

- а) Сколько чисел написано на доске?
 б) Каких чисел написано больше: положительных или отрицательных?
 в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

На доске от 36 до 48 чисел
 вкл.

$$\text{Ср.ар.} = \frac{\text{Сумма отриц.}}{\text{кол-во отриц.}} = -7$$

$$\Rightarrow \text{Сумма отриц.} = -140$$

а) Если на доске 40 чисел $\left(\begin{matrix} 20 \text{ поз.} \\ 20 \text{ отр.} \\ 0 \text{ нулей} \end{matrix} \right)$

$$\text{Ср.ар.} = \frac{\text{Сумма всех чисел}}{\text{кол-во чисел}} = 5$$

$$\Rightarrow \text{Сумма всех чисел} = 200$$

$$\text{Ср.ар. поз.} = \frac{\text{Сумма позитив.}}{\text{кол-во позитив.}} = 14$$

$$\Rightarrow \text{Сумма позитив.} = 280$$

$$\text{Сумма всех чисел} = \text{Сумма позитив.} + \text{Сумма отриц.}$$

$$200 = 280 - 140$$

Если мы изменим кол-во позитив. и отриц., то сумма позитив. + сумма отриц. будет всегда кратна 7, т.к. мы "меняем" по 7, меняя кол-во позитив. или отриц.
 \Rightarrow Нужно, чтобы кол-во чисел на доске тоже было кратно 7
 \Rightarrow На доске было 42 числа

ОТВЕТ: а) 42
 б)
 в)

42 числа $\left(\begin{matrix} 20 \text{ позит.} \\ 10 \text{ отриц.} \\ 12 \text{ нулей} \end{matrix} \right)$

$$\text{Тогда Сумма всех} = \text{Сумма позитив.} + \text{Сумма отриц.}$$

$$210 = 280 - 70$$

б) На доске 42 числа
 Сумма всех чисел 210

Запишем все возможные варианты получить 210

Позитив.	Отриц.	Нули
20	10	12
21	12	9
22	14	6
23	16	3
24	18	0
19	8	15
18	6	18
17	4	21
16	2	24

$$\Rightarrow \text{кол-во поз.} \leq 24$$

Покажем что 24 можно быть

Ответ: б) во всех 9 вариантах поз. больше
 в) 24

ФИПИ (старый банк)
 Демо 2018
 Демо 2017
 Демо 2016
 Демо 2015
 Демо 2014
 Демо 2013
 Демо 2012
 Ященко 2022 (36 вар)
 Ященко 2021 (36 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)
 Ященко 2019 (36 вар)
 Основная волна 2011