

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов № 1.

КИМ

Ответ: -0,8.

10 - 0,8

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, что ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

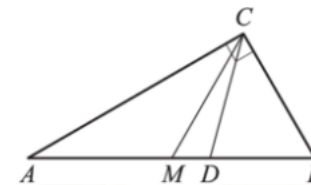
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

*Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

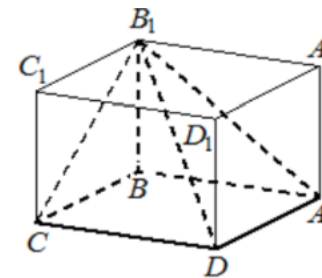
**Часть 1**

- 1** Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника равен  $66^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и медианой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2** Найдите объем многогранника, вершинами которого являются вершины  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $B_1$  прямоугольного параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , у которого  $AB = 9$ ,  $BC = 3$ ,  $BB_1 = 8$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3 Перед началом волейбольного матча капитаны команд тянут честный жребий, чтобы определить, какая из команд начнёт игру с мячом. Команда «Стартер» по очереди играет с командами «Протор», «Ротор» и «Мотор». Найдите вероятность того, что «Стартер» будет начинать только вторую и последнюю игры.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в первом автомате закончится кофе, равна 0,1. Вероятность того, что кофе закончится во втором автомате, такая же. Вероятность того, что кофе закончится в двух автоматах, равна 0,03. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в двух автоматах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Найдите корень уравнения

$$\sqrt{28 - 2x} = 2.$$

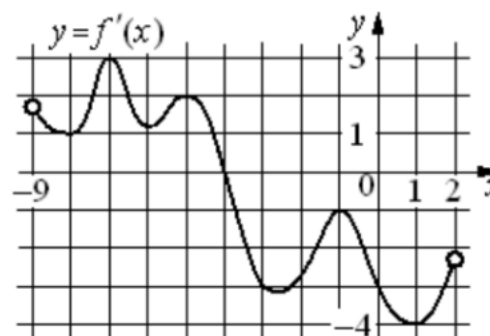
Ответ: \_\_\_\_\_.

6 Найдите значение выражения

$$2\sqrt{3} - 4\sqrt{3}\sin^2\frac{7\pi}{12}.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-9; 2)$ . В какой точке отрезка  $[-8; -4]$  функция  $f(x)$  принимает наибольшее значение?



Ответ: \_\_\_\_\_.

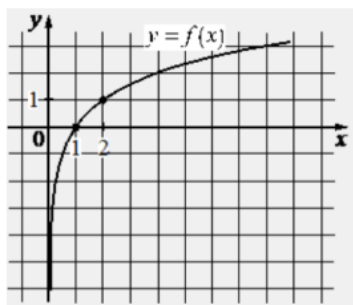
8 В ходе распада радиоактивного изотопа его масса уменьшается по закону  $m = m_0 \cdot 2^{-\frac{t}{T}}$ , где  $m_0$  — начальная масса изотопа,  $t$  — время, прошедшее от начального момента,  $T$  — период полураспада. В начальный момент времени масса изотопа 96 мг. Период его полураспада составляет 3 мин. Найдите, через сколько минут масса изотопа будет равна 3 мг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Первый садовый насос перекачивает 8 литров воды за 2 минуты, второй насос перекачивает тот же объём воды за 7 минут. Сколько минут эти два насоса должны работать совместно, чтобы перекачать 36 литров воды?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 10 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \log_a x$ . Найдите значение  $f(16)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 11 Найдите точку максимума функции

$$y = x^3 - 6x^2 + 9x + 5.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

## Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

- 12 а) Решите уравнение

$$\log_{13}(\cos 2x - 9\sqrt{2} \cos x - 8) = 0.$$

- б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[-2\pi; -\frac{\pi}{2}\right].$$

- 13 Дан тетраэдр  $ABCD$ . Точки  $K$ ,  $L$ ,  $M$  и  $N$  лежат на рёбрах  $AC$ ,  $AD$ ,  $DB$  и  $BC$  соответственно, так, что четырёхугольник  $KLMN$  – квадрат.  $AK:KC = 3:7$ .

- а) Докажите, что  $CD:AB = 3:7$ .

- б) Найдите объём пирамиды  $CKLMN$ , если объём тетраэдра  $ABCD$  равен 100.

- 14 Решите неравенство

$$2^x + \frac{2^{x+2}}{2^x - 4} + \frac{4^x + 7 \cdot 2^x + 20}{4^x - 3 \cdot 2^{x+2} + 32} \leq 1.$$

- 15 В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 25% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга.

Сколько рублей будет выплачено банку, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 104 800 рублей больше суммы, взятой в кредит?



**16** Две окружности касаются внутренним образом в точке  $K$ , причём меньшая проходит через центр большей. Хорда  $MN$  большей окружности касается меньшей в точке  $C$ . Хорды  $KM$  и  $KN$  пересекают меньшую окружность в точках  $A$  и  $B$  соответственно, а отрезки  $KC$  и  $AB$  пересекаются в точке  $L$ .

- а) Докажите, что  $CN:CM = LB:LA$ .  
б) Найдите  $MN$ , если  $LB:LA = 2:3$ , а радиус малой окружности равен  $\sqrt{23}$ .

**17** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{2x-1} \cdot \ln(4x-a) = \sqrt{2x-1} \cdot \ln(5x+a)$$

имеет ровно один корень на отрезке  $[0; 1]$ .

**18** У Пети есть монеты номиналом 1, 2, 5 и 10 рублей. Каждого вида монет у него по 100 штук. Он хочет купить пирожное без сдачи, но до покупки не знает сколько оно стоит.

- а) Может ли Петя выбрать дома 16 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 100 рублей?  
б) Может ли Петя выбрать дома 5 монет так, чтобы купить пирожное стоимостью не более 25 рублей?  
в) Какое наименьшее количество монет нужно взять Пете, если известно, что пирожное стоит не более 100 рублей?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**