

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Досрочный экзамен образец варианта

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

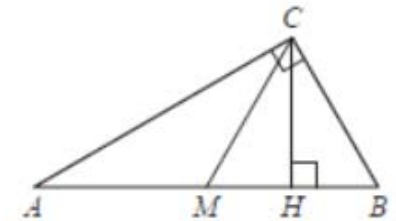
Справочные материалы

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

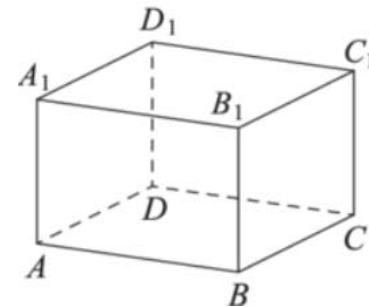
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Острый угол В прямоугольного треугольника, равен 66° . Найдите угол между высотой СН и медианой СМ, проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

2. Найдите объём многогранника, вершинами которого являются точки А, В, В₁, С₁ прямоугольного параллелепипеда ABCD₁B₁C₁D₁, у которого AB = 5, AD = 3, AA₁ = 4.



Ответ: _____.

3. Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Физик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх команда «Физик» как минимум один раз начнет игру первой.

Ответ: _____.

4. В торговом центре два одинаковых автомата продают жвачку. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится жвачка, равна 0,4. Вероятность того, что жвачка закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня жвачка останется в обоих автоматах.

Ответ: _____.

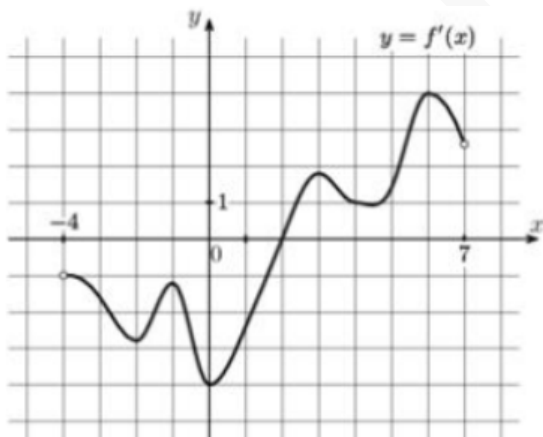
5. Решите уравнение $\sqrt{4x + 32} = 8$

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\sqrt{48} \cos^2 \frac{19\pi}{12} - \sqrt{12}$

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-4; 7)$. В какой точке отрезка $[2; 6]$ функция $y = f(x)$ принимает наименьшее значение?



Ответ: _____.

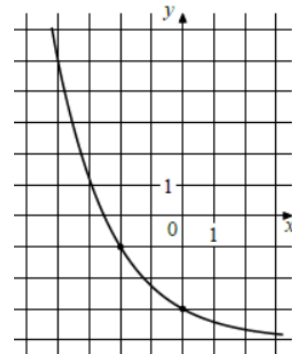
8. Водолазный колокол, содержащий в начальный момент времени $\nu = 3$ моля воздуха объемом $V_1 = 8$ л, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного объема V_2 . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением $A = \alpha \nu T \log_2 \frac{V_1}{V_2}$, где $\alpha = 5,75 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ постоянная, а $T = 300$ К температура воздуха. Найдите, какой объем V_2 (в литрах) станет занимать воздух, если при сжатии воздуха была совершена работа в 10350 Дж.

Ответ: _____.

9. Один рабочий пропалывает грядку за 12 часов, а двое рабочих вместе пропалывают грядку за 4 часа. За сколько часов прополет грядку второй рабочий?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = a^x + b$. Найдите $f(-8)$.



Ответ: _____.

11. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 24x^2 + 11$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $\log_4(2^{2x} - \sqrt{3} \cos x - \sin 2x) = x$

б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$

13. В тетраэдре ABCD на ребре AC выбрана точка K так, что AK:KC=3:7. Также на ребрах AD, BD и BC выбраны точки L, M и N соответственно так, что KLMN – квадрат со стороной 3.

а) Докажите, что ребра AB и CD взаимно перпендикулярны

б) Найдите расстояние от точки B до плоскости KLMN, если объем тетраэдра ABCD равен 100.

14. Решите неравенство: $\frac{4^x + 2^{x+1} - 36}{2^x - 5} + \frac{4^{x+1} - 2^{x+5} + 4}{2^x - 8} \leq 5 \cdot 2^x + 7$

15. В июле 2020 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму.

Условия его возврата таковы:

— каждый январь долг увеличивается 25% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга. Сколько рублей планируется взять в банке, если известно, что кредит будет полностью погашен тремя равными платежами (то есть за три года) и общая сумма выплат после полного погашения кредита на 65 500 рублей больше суммы, взятой в кредит?

16. Две окружности касаются внутренним образом в точке A, причём меньшая проходит через центр большей. Хорда BC большей окружности касается меньшей в точке P. Хорды AB и AC пересекают меньшую окружность в точках K и M соответственно.

а) Докажите, что прямые KM и BC параллельны.

б) Пусть L — точка пересечения отрезков KM и AP. Найдите AL, если радиус большей окружности равен 10, а BC = 16.

17.1. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\frac{|4x| - x - 3 - a}{x^2 - x - a} = 0$$

имеет ровно два различных решения

17.2. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{4x-3} \cdot \ln(5x-a) = \sqrt{4x-3} \cdot \ln(6x+a)$$

имеет ровно два различных решения на отрезке $[0;1]$

17.3. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$\sqrt{5x-7} \cdot \ln(x^2 - 6x + 10 - a^2) = 0$$

имеет ровно один корень на отрезке $[0;3]$

18.1. Дано натуральное число. К этому числу можно либо прибавить утроенную сумму его цифр, либо вычесть утроенную сумму его цифр. После прибавления или вычитания суммы цифр, число должно остаться натуральным.

а) Можно ли получить из числа 128 число 29?

б) Можно ли получить из числа 128 число 317?

в) Какое наименьшее число можно было получить из числа 128?

18.2. Егор делит линейку на части. За одно действие он может отрезать от любого количества, линейки равные части, имеющие целую длину.

а) Может ли Егор за 4 хода разделить линейку длиной в 16 см на части по 1 см?

б) Может ли Егор за 5 ходов разделить линейку длиной в 100 см на части по 1 см?

в) За какое наименьшее количество ходов Егор может разделить линейку длиной в 300 см на части по 1 см?

18.3. Петя имеет монеты достоинством 1, 2, 5 и 10 рублей (монет каждого достоинства по 100). Он хочет купить пирожное в магазине без сдачи, и заранее знает только то, что оно стоит целое число рублей.

а) Может ли Петя использовать для этого 14 монет, если пирожное стоит не более 80 рублей?

б) Может ли Петя использовать для этого 6 монет, если пирожное стоит не более 35 рублей?

в) Какое наименьшее количество монет для этого может использовать Петя, если пирожное стоит не более 80 рублей?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.