

Единый государственный экзамен
по МАТЕМАТИКЕ

Профильный уровень

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

Ответ: -0,8.

10	-	0	,	8															
----	---	---	---	---	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

КИМ

Бланк

При выполнении заданий 12-18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

Часть 1

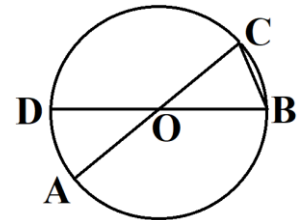
1 Найдите корень уравнения $\sqrt{-63 + 16x} = x$. Если уравнение имеет более одного корня, укажите больший из них.

Ответ: _____.

2 Вероятность того, что новый пылесос в течение года поступит в гарантийный ремонт, равна 0,083. В некотором городе из 1000 проданных пылесосов в течение года в гарантийную мастерскую поступило 86 штук. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?

Ответ: _____.

3 Отрезки AC и BD – диаметры окружности с центром O . Угол AOD равен 42° . Найдите вписанный угол ACB . Ответ дайте в градусах.

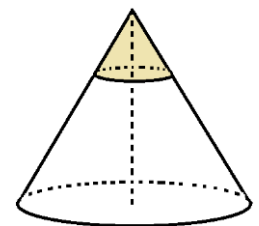


Ответ: _____.

4 Найдите значение выражения $8^{\frac{2}{9}} \cdot 64^{\frac{7}{18}}$.

Ответ: _____.

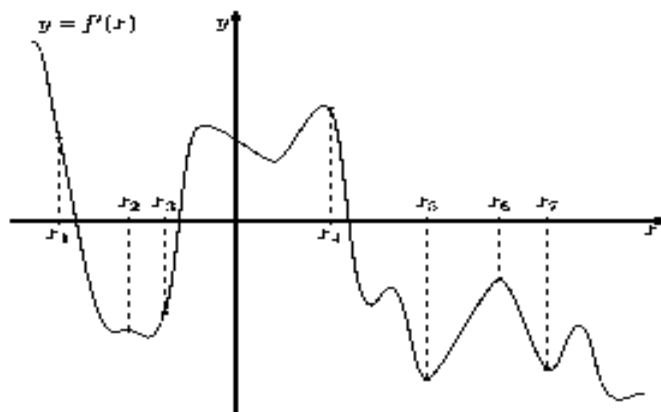
5 Площадь полной поверхности конуса равна 198. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:2, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



Ответ: _____.

6

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$ и семь точек на оси абсцисс: $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$. В скольких из этих точек функция $f(x)$ возрастает?



Ответ: _____.

7

Груз массой $0,25$ кг колеблется на пружине. Его скорость v (в м/с) меняется по закону $v = v_0 \cos \frac{2\pi t}{T}$, где t — время с момента начала колебаний (в секундах), $T = 2$ с — период колебаний, $v_0 = 1,6$ м/с. Кинетическая энергия E (в джоулях) груза вычисляется по формуле $E = \frac{mv^2}{2}$, где m — масса груза (в килограммах), v — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 56 секунд после начала колебаний. Ответ дайте в джоулях.

Ответ: _____.

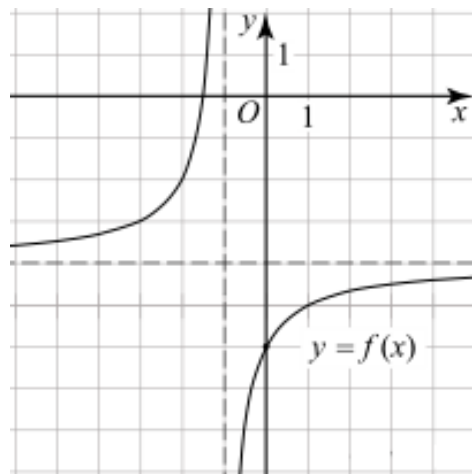
8

Две трубы наполняют бассейн за 2 часа 42 минуты, а одна первая труба наполняет бассейн за 27 часов. За сколько часов наполняет бассейн одна вторая труба?

Ответ: _____.

9

На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{a}{x+b} + c$, где числа a, b и c — целые. Найдите $f\left(-\frac{4}{3}\right)$.



Ответ: _____.

10

Помещение освещается фонарём с двумя лампами. Вероятность перегорания одной лампы в течение года равна 0,27. Найдите вероятность того, что в течение года хотя бы одна лампа не перегорит.

Ответ: _____.

11

Найдите точку максимума функции $y = -\frac{1}{3}(x+3)\sqrt{x+3} + 22,5x + 2021$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12

а) Решите уравнение $\log_2 x = \log_8(7x^2 - 12x)$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[-\sqrt{11}; \sqrt{11}]$.

13

В правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ все рёбра равны 12. Точки M и N – середины рёбер SB и AB соответственно, а точка K лежит на ребре SB , причём $SK : KB = 2:1$. Плоскость α параллельна прямым SN и CM и проходит через точку K .

а) Докажите, что плоскость α делит пирамиду $SABCD$ на два многогранника, объёмы которых отличаются в 53 раза.

б) Найдите площадь сечения пирамиды $SABCD$ плоскостью α .

14

Решите неравенство $\frac{6^x-1}{6^x-6} \leq 1 + \frac{4}{6^x-5}$.

15

Вклад в размере 6 млн рублей планируется открыть на четыре года. В конце каждого года вклад увеличивается на 10% по сравнению с его размером в начале года, кроме этого, в начале третьего и четвертого годов вклад ежегодно пополняется на одну и ту же фиксированную сумму, равную **целому** числу миллионов рублей. Найдите наименьший возможный размер такой суммы, при котором через четыре года вклад составит не меньше 15 млн рублей.

16

В треугольнике ABC угол C равен 90° . Окружность с центром O касается стороны BC и продолжений сторон AC и AB за точки S и B соответственно. Окружность, описанная около треугольника BCO , вторично пересекает луч AC в точке M .

а) Докажите, что $AM = AB$.

б) Найдите площадь треугольника ABC , если $AC = 12$, $CM = 1$.

17

Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$(27\cos^4 x)^5 - 2(4\cos x + a) = (4\cos x + a)^5 - 54\cos^4 x$$

имеет хотя бы один корень.

18

На доске написано несколько различных натуральных чисел, среди которых есть 7, а наибольшее из чисел равно 10. Среднее арифметическое всех написанных чисел равно 7,5.

а) Может ли на доске быть написано ровно шесть чисел?

б) Может ли на доске быть написано ровно восемь чисел?

в) Какие значения может принимать наименьшее из написанных на доске чисел?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.