

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 417

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8      10 - 0 , 8      Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

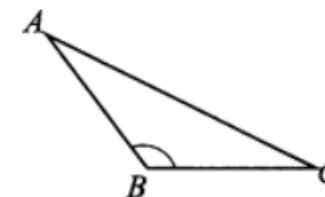
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

**Часть 1**

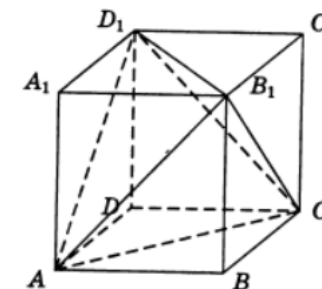
Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. В треугольнике ABC угол B – тупой,  $AB=5$ ,  $BC=8$ . Найдите величину угла (в градусах), противолежащего стороне AC, если площадь треугольника равна 10.



Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Объем параллелепипеда  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  равен 3. Найдите объем треугольной пирамиды  $AD_1 CB_1$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что одновременно хотя бы на одном кубике выпало число 1 и ни на одном кубике не выпало число 6.

Ответ: \_\_\_\_\_.

4. Игральную кость бросили два раза. Известно, что шесть очков не выпали ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков окажется равна 4».

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $4(\log_4 x)^2 = \log_2 \frac{x^5}{16}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите сумму корней.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Вычислите  $\frac{a^2 \cdot \sqrt[4]{a^3}}{a^{-1,25}}$  при  $a = 5$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ . Функция  $F(x) = -\frac{1}{4}x^3 - 6x^2 - \frac{189}{4}x - 1$  — одна из первообразных функции  $f(x)$ . Найдите площадь закрашенной фигуры.



Ответ: \_\_\_\_\_.

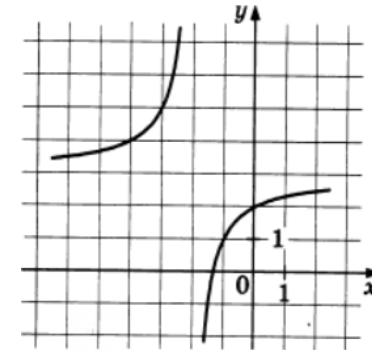
8. Два сосуда, заполненных воздухом при давлениях  $p_1 = 0,9$  МПа и  $p_2 = 0,4$  МПа, соединяют тонкой трубкой, объемом которой можно пренебречь по сравнению с объемами сосудов. Согласно законам Бойля-Мариотта и Дальтона, объемы и давления этих двух сосудов связаны соотношением  $p(V_1 + V_2) = p_1V_1 + p_2V_2$ , где  $V_1$  и  $V_2$  — объемы первого и второго сосудов соответственно,  $p$  — установившееся давление после соединения трубкой. Найдите наименьшее значение отношения объема второго сосуда к объему первого, если установившееся давление не превышает  $\frac{21}{40}$  МПа.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Имеется некоторое количество раствора соли в воде. После испарения из раствора одного литра воды концентрация соли возросла на 5 процентных пункта (т.е. если концентрация была  $p$  %, то стала  $(p + 5)$  %). После этого раствор развели тридцатью литрами воды и концентрация соли стала в три раза меньше первоначальной. Найти концентрацию соли (в %) в исходном растворе, считая массу 1 литра воды равной 1 кг.

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображен график функции  $f(x) = \frac{ax + b}{x + c}$ , где числа  $a, b$  и  $c$  — целые. Найдите значение  $f(48)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции  $y = x^3 - 3,5x^2 + 2x + 16$  на отрезке  $[-1; 3]$

Ответ: \_\_\_\_\_.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение  $\frac{4 \sin^2 x + 12 \cos x - 9}{\sqrt{-2 \operatorname{tg} x}} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[-3\pi; -\pi]$

13. Конус и полусфера имеют общее основание, радиус которого относится к высоте конуса как 4:7.

А) Докажите, что поверхность полусферы делит образующую конуса в отношении 33:32, считая от вершины конуса.

Б) Найдите площадь поверхности полусферы, находящейся внутри конуса, если радиус их общего основания равен 13.

14. Решите неравенство:

$$\log_4(16(x-2)^2) \cdot \log_{\frac{1}{16}} \frac{(x-2)^4}{64} - \frac{5}{4} \log_{64}(x^3 - 6x^2 + 12x - 8)^2 < \frac{15}{2}$$

15. На каждом из двух комбинатов изготавливают детали А и В. На первом комбинате работает 500 человек, и один рабочий изготавливает за смену 8 деталей А или 2 детали В. На втором комбинате работает 200 человек, и один рабочий изготавливает за смену 2 детали А или 8 деталей В. Оба эти комбината поставляют детали на комбинат, на котором собирают изделие, для изготовления которого нужна 1 деталь А и 3 детали В. При этом комбинаты договариваются между собой изготавливать детали так, чтобы можно было собрать наибольшее количество изделий. Сколько изделий при таких условиях может собрать комбинат за смену?

16. В треугольнике KLM на продолжении стороны KL за точку L взята точка D, точка N лежит на пересечении биссектрисы угла MLD и прямой KM. KC и NP – биссектрисы треугольника KLN.  $\angle PMC = 90^\circ$ .

А) Докажите, что  $\angle KLM = 60^\circ$

Б) Найдите площадь треугольника LMC, если KL=10, ML=5.

17. Найдите все значения параметра  $a$  из отрезка  $[0; 2\pi]$ , при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + 2z(x + y + z) - \sin a = 0 \\ (x + 1) \sin^2 \frac{a}{2} + y^2 \sqrt{x} + a^2 \sqrt{z} + \sin \frac{3}{2} a = 0 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

18. А) Первый член геометрической прогрессии  $\{b_n\}$  равен 5, и для всех членов выполняется условие  $b_{n+2} = 7b_{n+1} - 12b_n$ . В какой наименьшей арифметической прогрессии содержится эта геометрическая прогрессия?

Б) Члены последовательности натуральных чисел  $\{a_n\}$  удовлетворяют условию  $a_1 = 2, a_2 = 5$  и  $a_{n+2} = 5a_{n+1} - 6a_n$  для всех  $n \in \mathbb{N}$ . При каких значениях  $n$  число  $a_n$  делится на 13?

В) Последовательности натуральных чисел  $\{x_n\}$  задана условиями  $x_1 = 1, x_2 = 3$  и  $x_{n+2} = x_{n+1} + 2x_n$  для всех  $n \in \mathbb{N}$ . Чему равно  $x_{20}$ ?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**