

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ  
Тренировочный вариант № 419

Профильный уровень  
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ    Ответ: -0,8    10 - 0 , 8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

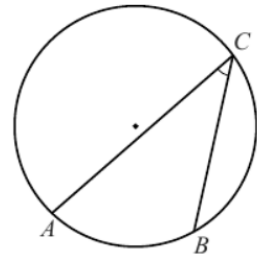
**Справочные материалы**

$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

**Часть 1**

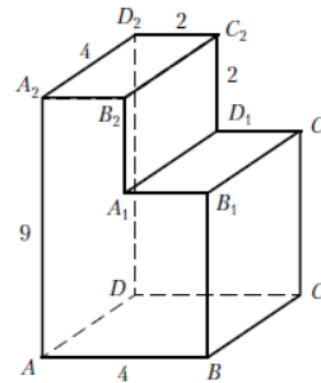
Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите вписанный угол, опирающийся на дугу, длина которой равна  $\frac{17}{36}$  длины окружности. Ответ дайте в градусах.



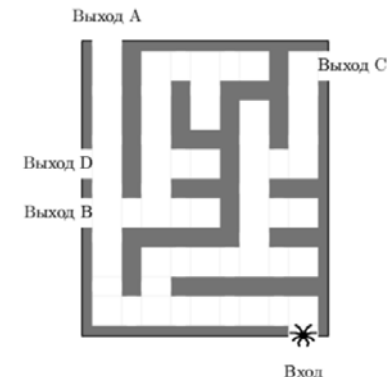
Ответ: \_\_\_\_\_.

2. Найдите расстояние между вершинами  $D_2$  и  $B_1$  многогранника, изображенного на рисунке. Все двугранные углы многогранника прямые.



Ответ: \_\_\_\_\_.

3. На рисунке изображён лабиринт. Паук заползает в лабиринт в точке «Вход». Развернуться и ползти назад паук не может. На каждом разветвлении паук выбирает путь, по которому ещё не полз. Считая выбор дальнейшего пути случайным, определите, с какой вероятностью паук придёт к выходу С.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**4.** При подозрении на наличие некоторого заболевания пациента отправляют на ПЦР-тест. Если заболевание действительно есть, то тест подтверждает его в 86% случаев. Если заболевания нет, то тест выявляет отсутствие заболевания в среднем в 94% случаев. Известно, что в среднем тест оказывается положительным у 10% пациентов, направленных на тестирование. При обследовании некоторого пациента врач направил его на ПЦР-тест, который оказался положительным. Какова вероятность того, что пациент действительно имеет это заболевание?

Ответ: \_\_\_\_\_.

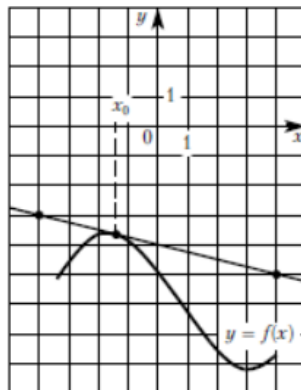
**5.** Решите уравнение  $(9 - x^2) \cdot \sqrt{2 - x - x^2} = 0$ . Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**6.** Найдите значение выражения  $\sqrt{4 + \sqrt{5\sqrt{3} + 5\sqrt{48} - 10\sqrt{7} + 4\sqrt{3}}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**7.** На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

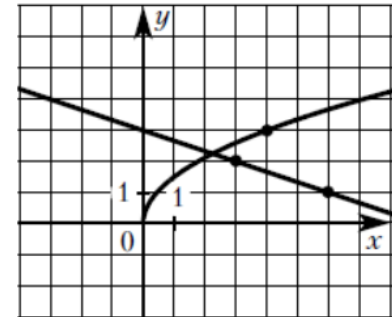
**8.** Известно, что кинетическая энергия (измеряемая в джоулях) движущегося тела вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  – масса тела в килограммах,  $v$  – его скорость в м/с. Кинетическая энергия грузовика, движущегося со скоростью 60 км/ч, равна 2,5 МДж. Найдите массу грузовика. Ответ дайте в тоннах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**9.** Из бутылки, наполненной 12%-ным раствором соли, отлили 3 литра и долили 3 литра воды. В бутылке оказался 3%-ный раствор соли. Какова вместимость бутылки в литрах?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**10.** На рисунке изображены графики функций  $f(x) = a\sqrt{x}$  и  $g(x) = kx + b$ . Найдите ординату точки пересечения этих графиков.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**11.** Найдите наибольшее значение функции  $y = x^2 - 4|x|$  на отрезке  $[-1; 3]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение 
$$\frac{(1 - \log_{0,5}(\sin x) - 2 \log_2^2(\sin x)) \cdot (\sin x - \cos x)}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(3\pi - x)} = 0$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{5\pi}{2}; 5\pi\right]$

13. Квадрат ABCD и прямой цилиндр расположены таким образом, что AB — диаметр верхнего основания цилиндра, а CD лежит в плоскости нижнего основания цилиндра и касается его окружности.

А) Докажите, что плоскость квадрата наклонена к плоскости основания цилиндра под углом  $60^\circ$ .

Б) Найдите длину находящейся снаружи цилиндра части отрезка BD, если образующая цилиндра равна  $\sqrt{15}$ .

14. Решите неравенство:  $\log_{x^2}(x-2)^2 - \log_x(3-3x) \leq 0$

15. 15-го декабря планируется взять кредит в банке на 25 месяцев. Условия его возврата таковы:

— 1-го числа каждого месяца долг увеличивается на 2% по сравнению с концом предыдущего месяца;

— с 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо одним платежом выплатить часть долга;

— 15-го числа каждого месяца с 1-го по 24-й долг должен быть на 45 тыс. рублей меньше долга на 15-е число предыдущего месяца;

— к 15-му числу 25-го месяца кредит должен быть полностью погашен.

Какую сумму планируется взять в кредит, если общая сумма платежей после полного его погашения составит 1830 тыс. рублей?

16. В треугольнике ABC продолжения высоты  $CC_1$  и биссектрисы  $BB_1$  пересекают описанную окружность в точках N и M соответственно,  $\angle ABC = 40^\circ$ ,  $\angle ACB = 85^\circ$ .

А) Докажите, что  $BM = CN$

Б) Прямые BC и MN пересекаются в точке D. Найдите площадь треугольника BDN, если его высота BH равна 6.

17. Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x|x + 2a| + 1 - a = 0$$

имеет единственное решение.

18. Обозначим через  $a_n$  произведение всех делителей натурального числа  $n$ .

А) Может ли быть  $a_n = 1000$ ?

Б) Чему равно  $n$ , если  $a_n = 21952$ ?

В) При каких значениях  $n$  выполняется равенство  $a_n = n^2$ ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.