

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**АЛГЕБРА**

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

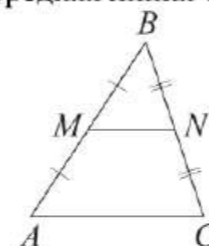
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

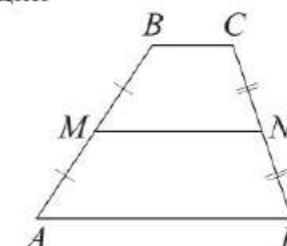
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

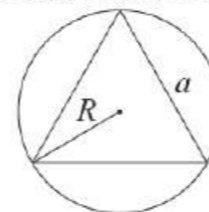


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

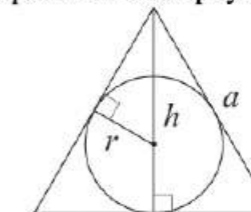


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

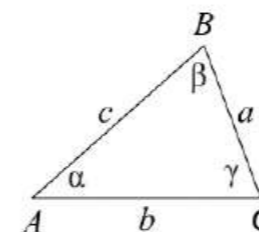
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



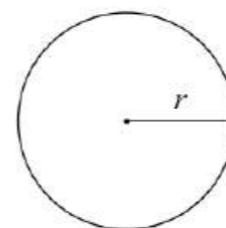
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

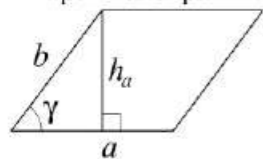


Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$

Площади фигур

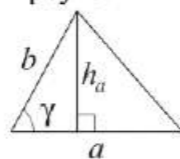
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

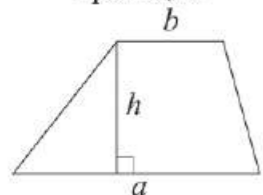
Треугольник



$$S = \frac{1}{2}ah_a$$

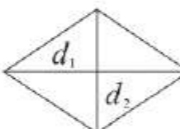
$$S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

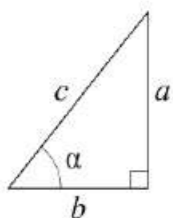
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2}d_1d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

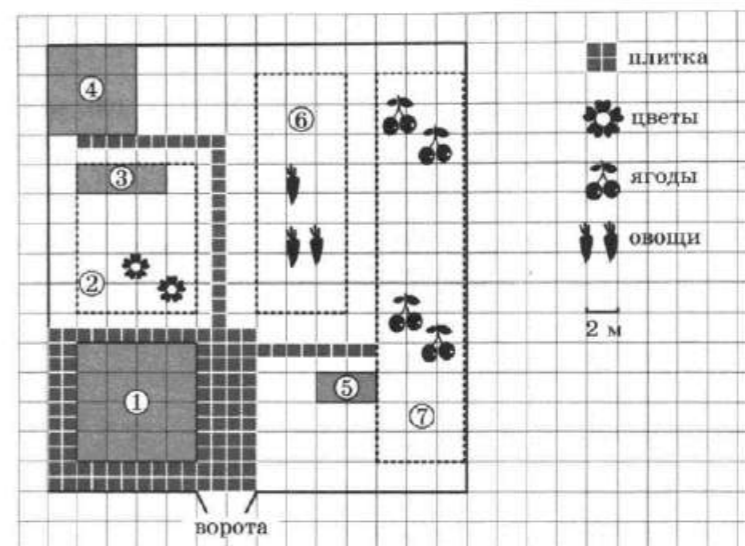
Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображён дачный участок по адресу: СНТ Рассвет, ул. Центральная, д. 32 (сторона каждой клеточки на плане равна 2 м). Участок имеет прямоугольную форму. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

Площадь, занятая жилым домом, равна 64 кв. м. Помимо жилого дома, на участке есть баня, к которой ведёт дорожка, выложенная специальным садовым покрытием. Баня имеет площадь 36 кв. м.

Между жилым домом и баней находится цветник с теплицей. Теплица отмечена на плане цифрой 3. Напротив жилого дома находится бак с водой для полива растений, за ним плодово-ягодные кустарники. В глубине участка есть огород для выращивания овощей, отмеченный цифрой 6.

Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и застелены садовым покрытием, состоящим из плит размером 1 м × 1 м. Площадка вокруг дома выложена такими же плитами.

К дачному участку подведено электричество. Имеется магистральное газоснабжение.

- 1 Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Объекты	бак	кустарники	жилой дом	баня
Цифры				

- 2 Плиты для садовых дорожек продаются в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок плит понадобилось, чтобы выложить все дорожки и площадку вокруг дома?

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь цветника с теплицей. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите суммарную площадь плитки, которой выложены дорожки. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 5 Хозяин участка планирует установить в жилом доме систему отопления. Он рассматривает два варианта: электрическое или газовое отопление. Цены на оборудование и стоимость его установки, данные о расходе газа, электроэнергии и их стоимости даны в таблице.

	Нагреватель (котёл)	Прочее оборудование и монтаж	Сред. расход газа/сред. потребл. мощность	Стоимость газа/электроэнергии
Газовое отопление	21 тыс. руб.	15 269 руб.	1,5 куб. м/ч	4,3 руб./куб. м
Электр. отопление	15 тыс. руб.	11 000 руб.	4,8 кВт	4,4 руб./кВтч

Обдумав оба варианта, хозяин решил установить газовое оборудование.

Через сколько часов непрерывной работы отопления экономия от использования газа вместо электричества компенсирует разницу в стоимости установки газового и электрического оборудования?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{5} + \frac{17}{10}$$

Ответ: _____.

- 7 Между какими числами заключено число $\sqrt{78}$?

- 1) 25 и 27
- 2) 4 и 5
- 3) 77 и 79
- 4) 8 и 9

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$\frac{a^{3,33}}{a^{2,11} \cdot a^{2,22}}$$

при $a = \frac{2}{7}$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение

$$x^2 - 18 = 7x.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.





10 На экзамене 60 билетов, Олег **не выучил** 12 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный билет.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А)

Б)

В)

ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{1}{2}x$ 2) $y = 2 - x^2$ 3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 149 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства $-2x + 5 \leq -3x - 3$.

- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Ответ:

14 В течение 20 банковских дней акции компании дорожали ежедневно на одну и ту же сумму. Сколько стоила акция компании в последний день этого периода, если в 9-й день акция стоила 444 рубля, а в 13-й день – 516 рублей?

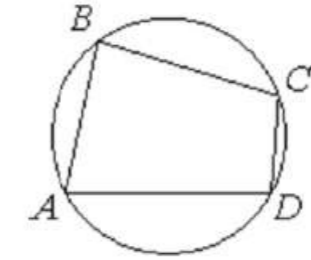
Ответ: _____.

15 Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 50° . Найдите больший угол этой трапеции. Ответ дайте в градусах.



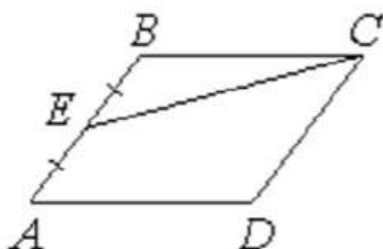
Ответ: _____.

16 Угол A четырёхугольника $ABCD$, вписанного в окружность, равен 82° . Найдите угол C этого четырёхугольника. Ответ дайте в градусах.



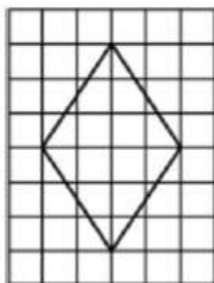
Ответ: _____.

- 17 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 132. Точка E – середина стороны AB . Найдите площадь треугольника CBE .



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

- 19 Какие из следующих утверждений верны?

- 1) Расстояние от точки, лежащей на окружности, до центра окружности равно радиусу.
- 2) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
- 3) Треугольника со сторонами 1, 2, 4 не существует.

В ответ запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

Ответ: _____.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$$

- 21 Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

- 22 Постройте график функции

$$y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x)|x|}{x - 1}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

- 23 Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 40$.

- 24 Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

- 25 В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	5714
2	24
3	80
4	30
5	700
6	1,9
7	4
8	3,5
9	9
10	0,8
11	132
12	65
13	2
14	642
15	155
16	98
17	33
18	12
19	13
20	$(1; 1); \left(\frac{2}{3}; 0\right)$
21	19,5
22	0,75
23	$20\sqrt{6}$
24	■
25	$3\sqrt{13}; 6\sqrt{13}; 9\sqrt{5}$



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 - 2x = y, \\ 3x - 2 = y. \end{cases}$

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x &= 3x - 2 \\ 3x^2 - 5x + 2 &= 0 \\ D &= 1 \\ x &= \frac{5 \pm 1}{6} \\ x_1 &= 1 \quad x_2 = \frac{2}{3} \\ y_1 &= 3 \cdot 1 - 2 = 1 \quad y_2 = 3 \cdot \frac{2}{3} - 2 = 0 \end{aligned}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $(1, 1); (\frac{2}{3}, 0)$

21

Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Схема задач на сплавы и смеси
Доля₁ · m₁ + Доля₂ · m₂ = Доля_{спесей} · m_{спесей}

$$\begin{aligned} \begin{cases} x \cdot 40 + y \cdot 30 = 0,73 \cdot 70 \\ x \cdot m + y \cdot m = 0,72 \cdot 2m \end{cases} \quad | :m \\ \text{Выразим } y: \quad y = 1,44 - x \\ 40x + 30 \cdot (1,44 - x) = 51,1 \\ 40x + 43,2 - 30x = 51,1 \\ 10x = 7,9 \\ x = 0,79 \\ y = 1,44 - 0,79 = 0,65 \\ 30 \cdot 0,65 = 19,5 \end{aligned}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 19,5

22

Постройте график функции

$$y = \frac{(0,75x^2 - 0,75x) |x|}{x - 1}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

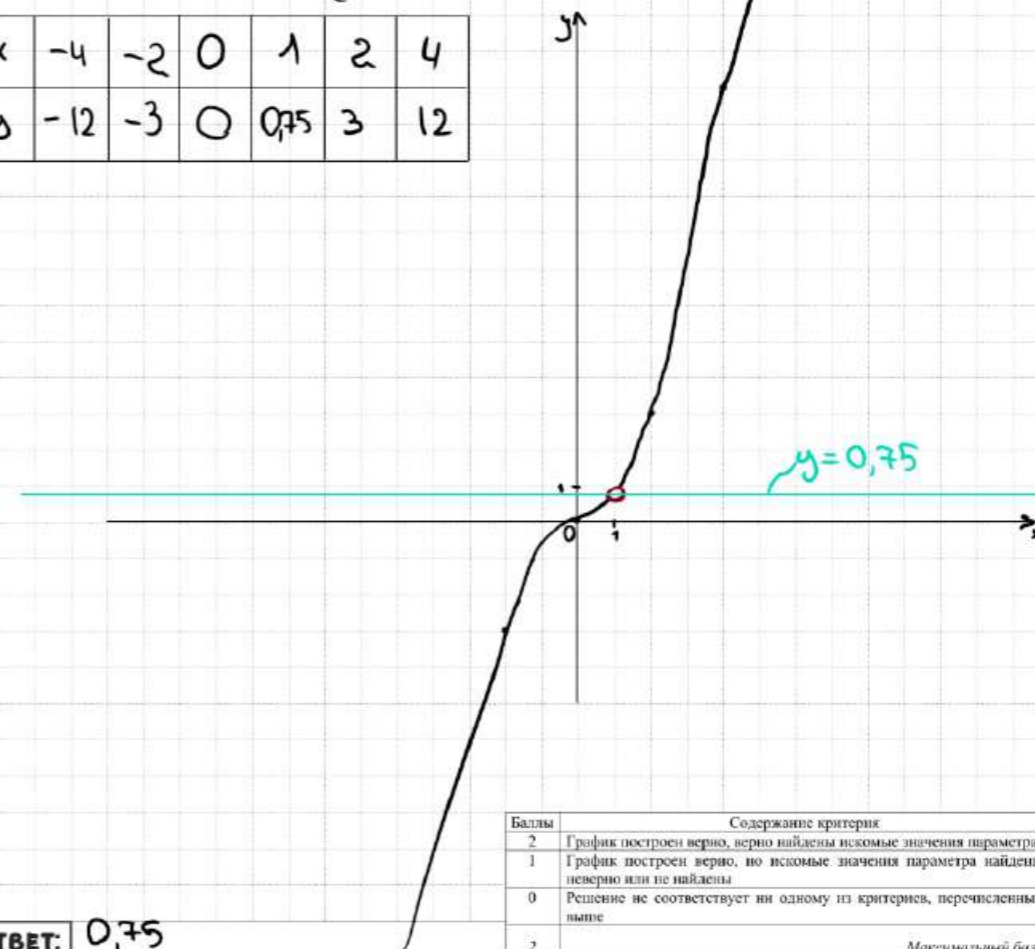
$$y = \frac{0,75x \cdot (x-1) \cdot |x|}{x-1} \quad \text{при } x \neq 1, \text{ получаем } y = 0,75x \cdot |x|$$

① При $x \geq 0$
 $y = 0,75x^2$

② При $x < 0$
 $y = -0,75x^2$

$$y = \begin{cases} 0,75x^2 & \text{при } x \geq 0 \\ -0,75x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$$

x	-4	-2	0	1	2	4
y	-12	-3	0	0,75	3	12



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 0,75

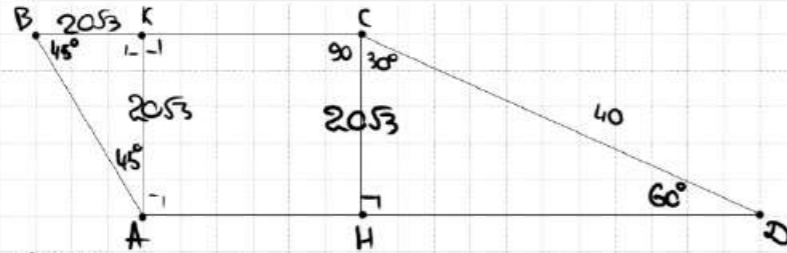




23

Найдите боковую сторону AB трапеции $ABCD$, если углы ABC и BCD равны соответственно 45° и 120° , а $CD = 40$.

EE9981



① $\triangle CBK$:
 $\cos 30^\circ = \frac{CK}{40} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{CK}{40} \quad CK = 20\sqrt{3} = BK = AK$

② $\triangle ABK$:
 $AB = \sqrt{(20\sqrt{3})^2 + (20\sqrt{3})^2} = \sqrt{4006} = 20\sqrt{6}$

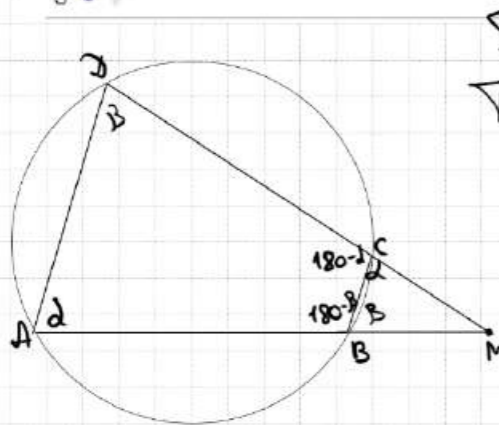
ОТВЕТ: $20\sqrt{6}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

Известно, что около четырёхугольника $ABCD$ можно описать окружность и что продолжения сторон AB и CD четырёхугольника пересекаются в точке M . Докажите, что треугольники MBC и MDA подобны.

98683D



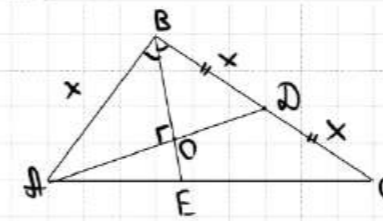
Пусть $\angle A = \alpha$
 $\angle D = \beta$
 Тогда $\angle BCD = 180 - \alpha$
 $\angle ABC = 180 - \beta$
 $\angle BCM = 180 - (180 - \alpha) = \alpha$
 $\angle CBM = 180 - (180 - \beta) = \beta$
 $\Rightarrow \triangle MBC \sim \triangle MDA$ по 2 углам

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и имеют одинаковую длину, равную 12. Найдите стороны треугольника ABC .

89CAAE



① из $\triangle ABD$:
 BO - биссектриса и высота $\Rightarrow \triangle ABD$ - рт

ОТВЕТ:

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

