

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №345

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

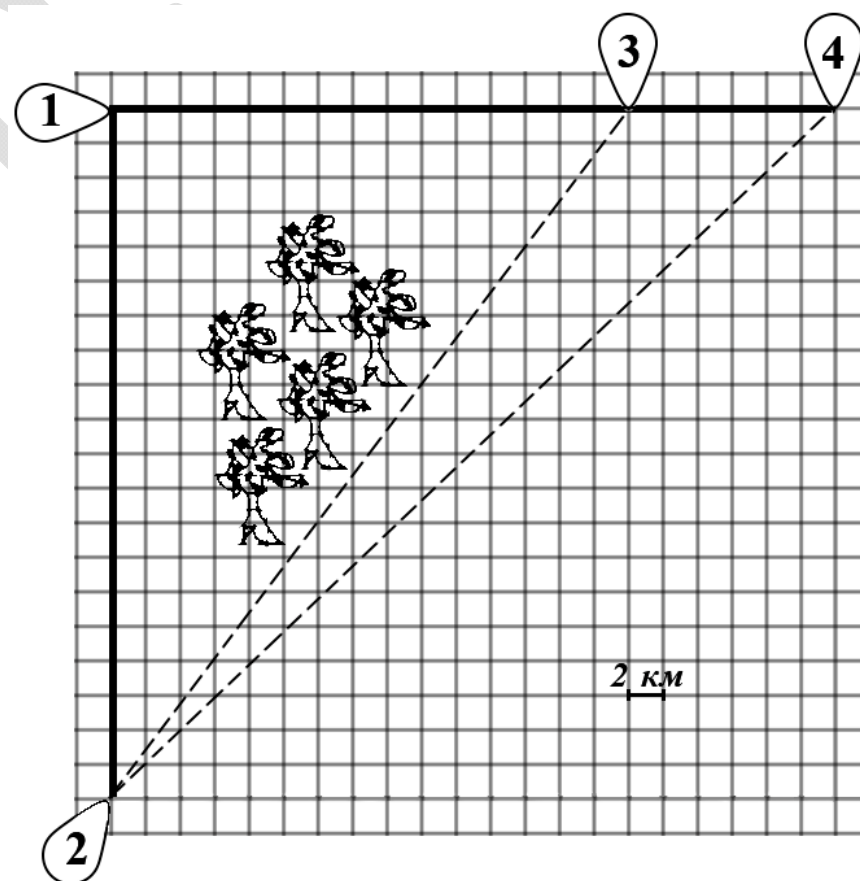
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На рисунке (см. выше) изображён план местности. Длина стороны каждой клетки на плане соответствует 2 км. Антон Сергеевич живёт в деревне Котенково. В субботу он хочет съездить в районный центр Собачково. Туда можно добраться по прямой грунтовой дороге, а можно доехать по шоссе до посёлка Хомяковка и свернуть под прямым углом на другое шоссе, ведущее в Собачково. Есть и третий путь: от Котенково по другой грунтовой дороге, идущей вдоль роши, добраться до деревни Попугаевка, где свернуть на шоссе, ведущее в Собачково. Грунтовые дороги образуют с шоссе прямоугольные треугольники.

По шоссе Антон Сергеевич едет со скоростью 72 км/ч, а по грунтовой дороге – 50 км/ч.

1. Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице трафику мобильного интернета. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Населённый пункт	Котенково	Попугаевка	Собачково	Хомяково
Цифры				

Ответ: _____.

2. Сколько километров проедет Антон Сергеевич, если поедет по шоссе через посёлок Хомяковка?

Ответ: _____.

3. Найдите расстояние (в км) по прямой грунтовой дороге от Котенково до Собачково.

Ответ: _____.

4. Сколько минут потратит Антон Сергеевич на дорогу, если поедет мимо роши через деревню Попугаевка?

Ответ: _____.

5. В таблице (см. ниже) указана стоимость в рублях некоторых товаров в четырёх магазинах, расположенных в населённых пунктах Котенково, Хомяково, Попугаевка и Собачково.

Антон Сергеевич хочет купить две булки белого хлеба, 4 кг зелёных яблок и 0,5 кг сала. В каком магазине такой набор товаров будет стоить дешевле всего? В ответе укажите стоимость данного набора товаров в выбранном магазине в рублях.

Наименование продукта	Котенково	Хомяково	Попугаевка	Собачково
Хлеб белый (1 булка)	30	26	35	28
Картофель (1 кг)	40	43	42	34
Яблоки красные (1 кг)	80	90	95	85
Яблоки зелёные (1 кг)	90	80	85	90
Сало (1 кг)	340	380	400	370

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(\frac{8}{33} + \frac{13}{22}\right) : \frac{5}{18}$.

Ответ: _____.

7. Известно, что $5 < a < \frac{11}{2}$. Какому из чисел может быть равно число a :

1) $\frac{81}{17}$

2) $\frac{90}{17}$

3) $\frac{99}{17}$

4) $\frac{108}{17}$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{5x^2 - 3x - 2}{5x^2 + 2x} + \frac{1}{x}$ при $x = 3,14159$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$(x^2 - 9)^2 + (x^2 + x - 6)^2 = 0.$$

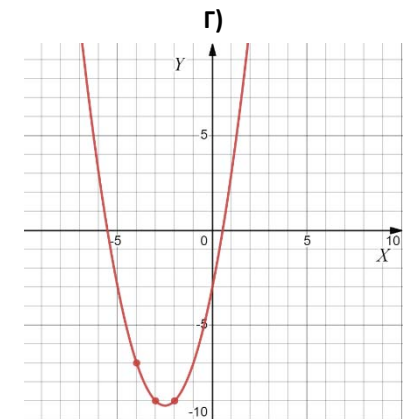
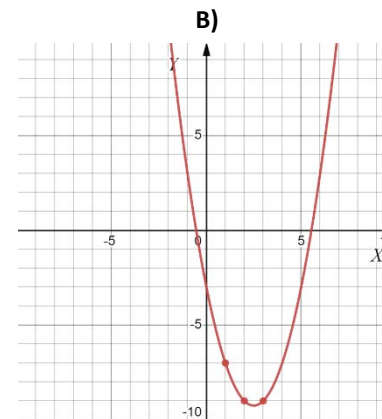
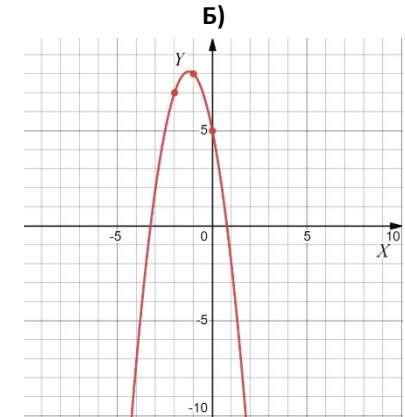
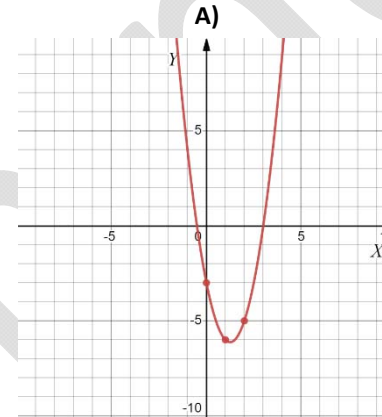
В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: _____.

10. Девятиклассники Петя, Катя, Ваня, Даша и Наташа бросили жребий, кому начинать игру. Найдите вероятность того, что жребий начинать игру Кате не выпадет.

Ответ: _____.

11. Даны четыре графика различных функций вида $y = f(x) = ax^2 + bx + c$, на которых отмечены по три точки с целыми координатами. Установите соответствие между графиками и формулами, которые их задают. В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



1) $y = x^2 - 5x - 3$ 2) $y = 2x^2 - 5x - 3$ 3) $y = -2x^2 - 5x + 5$ 4) $y = x^2 + 5x - 3$

Ответ: _____.

12. Закон Кулона можно записать в виде $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \cdot \frac{q_1q_2}{r^2}$, где F – сила взаимодействия зарядов (в ньютонах), q_1 и q_2 – величины зарядов (в кулонах), ϵ – диэлектрическая проницаемость среды, r – расстояние между зарядами (в метрах). В то же время $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = c^2 \cdot 10^{-7}$ Гн/м, где $c = 3 \cdot 10^8$. Пользуясь формулой, найдите величину заряда q_1 (в кулонах), если $q_2 = 0,007$ Кл, $r = 600$ м, $\epsilon = 1$, $F = 1575$ Н.

Ответ: _____.

13. Решите неравенство:

$$22 - x > 5 - 4(x - 2).$$

- 1) $(-\infty; -3)$ 2) $(-\infty; -\frac{1}{3})$ 3) $(-\frac{1}{3}; +\infty)$ 4) $(-3; +\infty)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. Клиент взял в банке кредит в размере 50 000 р. на 5 лет под 20% годовых. Какую сумму он должен вернуть в банк в конце срока, если проценты начисляются ежегодно на текущую сумму долга и весь кредит с процентами возвращается в банк после срока?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Найдите градусную меру большего внутреннего угла равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 38° и 50° соответственно.

Ответ: _____.

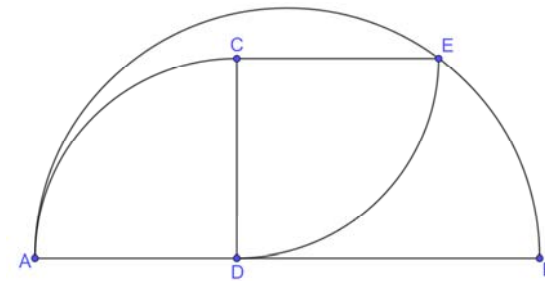
16. Длина хорды окружности равна 64, а расстояние от центра окружности до этой хорды равно 24. Найдите диаметр этой окружности.

Ответ: _____.

17. Боковая сторона равнобедренного треугольника равна 68, а основание равно 120. Найдите площадь этого треугольника.

Ответ: _____.

18. Дан полукруг с диаметром AB и две четверти круга с радиусами $AD = CD = CE$ (см. рис.). Найдите AB , если известно, что $AD = 6$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Диаметр делит окружность на две равные дуги.
- 2) Параллелограмм имеет две оси симметрии.
- 3) Площадь треугольника равна его основанию, умноженному на высоту.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах уравнение:

$$\frac{3x-1}{7} - \frac{2x+1}{2} = \frac{x}{14} - 1.$$

21. Первая труба пропускает на 3 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 260 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

22. Найдите все значения k , при каждом из которых прямая $y = kx$ имеет с графиком функции $y = x^2 + 4$ ровно одну общую точку. Постройте этот график и все такие прямые.

Модуль «Геометрия»

23. Биссектриса угла A параллелограмма $ABCD$ пересекает его сторону BC в точке E . Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $BE = 7$, $EC = 3$, а $\angle ABC = 150^\circ$.

24. Биссектрисы углов A и B трапеции $ABCD$ пересекаются в точке K , лежащей на стороне CD . Докажите, что точка K равноудалена от прямых AB , BC и AD .

25. В трапеции $ABCD$ боковая сторона AB перпендикулярна основанию BC . Окружность проходит через точки C и D и касается прямой AB в точке E . Найдите расстояние от точки E до прямой CD , если $AD = 16$, $BC = 15$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	2341	82	58	70	562	3	2	1	-3	0,8	2314	9	4	124416	92	80	1920	15	1	5/9	13	-4;4	35	-	$4\sqrt{15}$

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №345

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

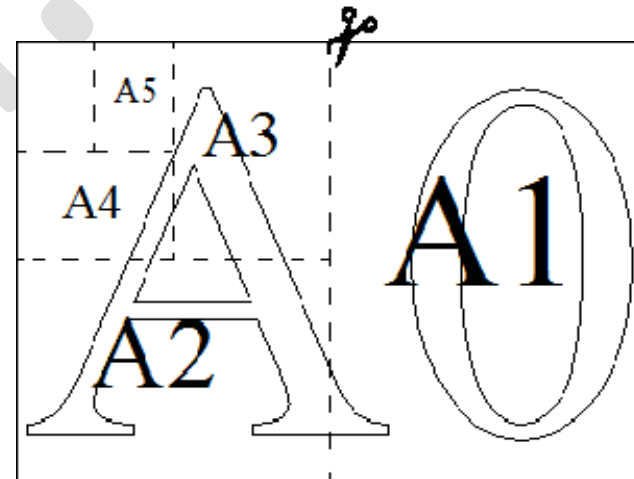
Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Лист формата А0 имеет форму прямоугольника, площадь которого равна 1 кв. м. Если лист формата А0 разрезать пополам параллельно меньшей стороне, получается два равных листа формата А1. Если лист А1 разрезать так же пополам, получается два листа формата А2. И так далее.

Отношение большей стороны к меньшей стороне листа каждого формата одно и то же, поэтому листы всех форматов подобны. Это сделано специально для того, чтобы пропорции текста и его расположение на листе сохранялись при уменьшении или увеличении шрифта при изменении формата листа.

1. В таблице даны размеры (с точностью до мм) четырёх листов, имеющих форматы А3, А4, А5 и А6.

Номер листа	Длина (мм)	Ширина (мм)
1	105	148
2	210	297
3	297	420
4	148	210

Установите соответствие между форматами и номерами листов. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх чисел без пробелов и других разделительных символов.

Формат	А3	А4	А5	А6
Номер				

Ответ: _____.

2. Сколько листов формата А5 получится из одного листа формата А0?

Ответ: _____.

3. Найдите длину (в мм) меньшей стороны листа бумаги формата А2.

Ответ: _____.

4. Найдите площадь листа формата А3. Результат (если нужно) округлите до десятков.

Ответ: _____.

5. Бумагу формата А4 упаковали в пачки по 500 листов. Найдите массу (в граммах) пачки, если плотность бумаги равна 80 г/м^2 . Результат (если нужно) округлите до сотен.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $59\sqrt{6} \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) \sin\left(-\frac{\pi}{4}\right)$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c, d – действительные положительные числа. Причём $a+b+c+d=16$. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\left(a+\frac{1}{c}\right)^2 + \left(b+\frac{1}{d}\right)^2 + \left(c+\frac{1}{a}\right)^2 + \left(d+\frac{1}{b}\right)^2.$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\frac{289}{4}$

2) 72

3) $\frac{287}{4}$

4) $\frac{143}{2}$

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{2b+a-\frac{4a^2-b^2}{a}}{b^3+2ab^2-3a^2b} \cdot \frac{a^3b-2a^2b^2+ab^3}{a^2-b^2}$ при $a=8, b=2$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\sqrt{\frac{20+x}{x}} + \sqrt{\frac{20-x}{x}} = \sqrt{6}.$$

В ответе запишите корень этого уравнения.

Ответ: _____.

10. Тайное голосование – это голосование, при котором учитывается лишь число голосов, поданных за каждого кандидата, и не учитывается, кто за кого голосовал персонально. Общество из 6 членов выбирает из своего состава одного представителя. Сколькими способами может произойти тайное голосование?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f\left(\frac{2x-1}{2}\right) = x^2 - x.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(3)$

Б) $f(-5)$

В) $f(4)$

1) $\frac{63}{4}$

2) $\frac{99}{4}$

3) $\frac{35}{4}$

Ответ: _____.

12. Чтобы перевести температуру из шкалы Цельсия в шкалу Фаренгейта, пользуются формулой $t_F = 1,8t_C + 32$, где t_C – температура в градусах по шкале Цельсия, t_F – температура в градусах по шкале Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Фаренгейта соответствуют 23 градуса по шкале Цельсия?

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\min(\sqrt{21-4x-x^2}, |x+2|) > \frac{x+4}{2}.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

1) $x \in [-7; 3]$

2) $x \in \left(-\frac{8}{3}; 0\right) \cup (2; 3]$

3) $x \in \left[-7; -\frac{8}{3}\right) \cup (0; 2)$

4) $x \in \left(-7; -\frac{8}{3}\right) \cup (0; 2)$

Ответ: _____.

14. При свободном падении тело прошло в первую секунду 5 м, а в каждую следующую на 10 м больше. Найдите глубину шахты (в метрах), если свободно падающее тело достигло его дна через 5 с после начала падения.

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. В треугольнике ABC сторона AB равна $6\sqrt{3}$. Основание D высоты CD лежит на стороне AB , причём $AD = BC = 4\sqrt{3}$. Найдите высоту AE .

Ответ: _____.

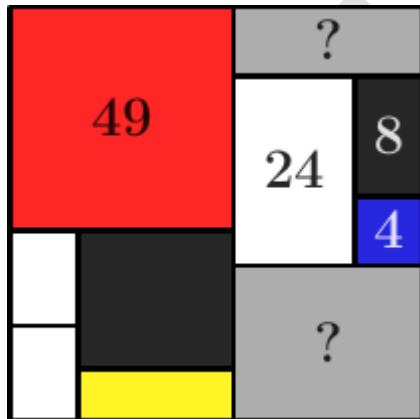
16. В окружность вписан прямоугольник $ABCD$, сторона AB которого равна 14. Из конца K диаметра KP , параллельного стороне AB , сторона BC видна под углом $\arctg \frac{2\sqrt{6}}{5}$. Найдите радиус окружности.

Ответ: _____.

17. Четырёхугольник $ABCD$ площадью S вписан в окружность ω . Диагонали четырёхугольника $ABCD$ перпендикулярны. Найдите значение выражения $\frac{S}{AB \cdot CD + BC \cdot AD}$.

Ответ: _____.

18. Пит на квадратном холсте нарисовал композицию из прямоугольников (см. рис.) На рисунке даны площади нескольких прямоугольников, в том числе синего и красного квадратов. Чему равна сумма площадей двух серых прямоугольников?



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Сумма внутренних углов выпуклого четырехугольника больше 270° градусов.
- 2) Диагонали квадрата делят его внутренние углы пополам.
- 3) Если две стороны и угол одного треугольника соответственно равны двум сторонам и углу другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 4) Если вписанный угол равен 30° , то градусная мера дуги окружности, на которую опирается этот угол, равна 60° .

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Найдите значение выражения $\sqrt{x^7 + y^7 + z^7}$, если комплексные числа x , y , z удовлетворяют системе уравнений (здесь $\sqrt{\alpha}$ – арифметический квадратный корень из α):

$$\begin{cases} x + y + z = 4 \\ x^2 + y^2 + z^2 = 4 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 4 \end{cases}$$

21. На доске нарисован выпуклый 896-угольник. Петя последовательно проводит в нём диагонали так, чтобы каждая вновь проведённая диагональ пересекала по внутренним точкам не более одной из проведённых ранее диагоналей. Какое наибольшее количество диагоналей может провести Петя?

22. При каком наибольшем отрицательном значении параметра a функция:

$$f(x) = \sin\left(24x + \frac{a\pi}{100}\right)$$

имеет максимум в точке $x_0 = \pi$.

Модуль «Геометрия»

23. Середины сторон BC и B_1C_1 правильных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ совпадают (вершины обоих треугольников перечислены по часовой стрелке). Найдите градусную меру угла между прямыми AA_1 и BB_1 .

24. Внутри треугольника ABC взята точка O . Докажите, что $S_{BOC} \cdot \overrightarrow{OA} + S_{AOC} \cdot \overrightarrow{OB} + S_{AOB} \cdot \overrightarrow{OC} = \vec{0}$, где S_{Φ} – площадь треугольника Φ .

25. Около окружности ω с центром в точке I описан треугольник ABC . В нём проведена медиана AM . Причём $AM + AC = AB$. Окружность ω пересекает медиану AM в точках X и Y . Найдите градусную меру угла XIY .

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	3241	32	420	1250	2500	-8865	1	066	12	462	321	73,4	3	125	9	9,8	2	42	124	12	1786	-150	90	-	120