



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

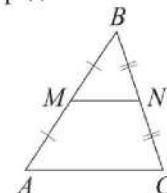
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

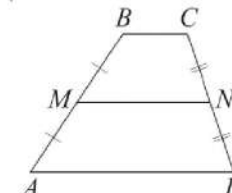
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

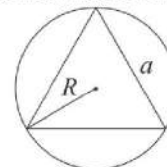


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$

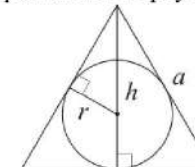


$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

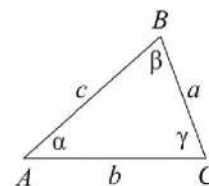
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



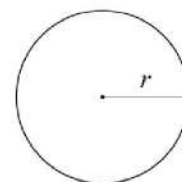
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c, AC=b, BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c, AC=b, BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



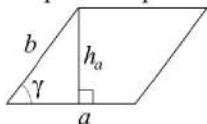
Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур

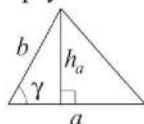
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

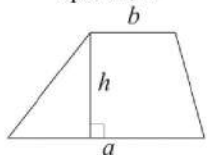
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

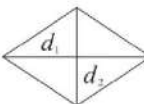
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

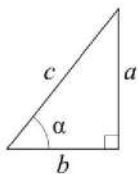
Ромб



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

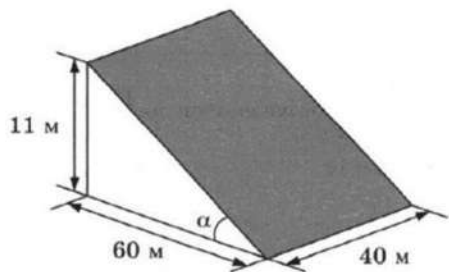
Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Земледельческие террасы – это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье – для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжелого ручного труда.

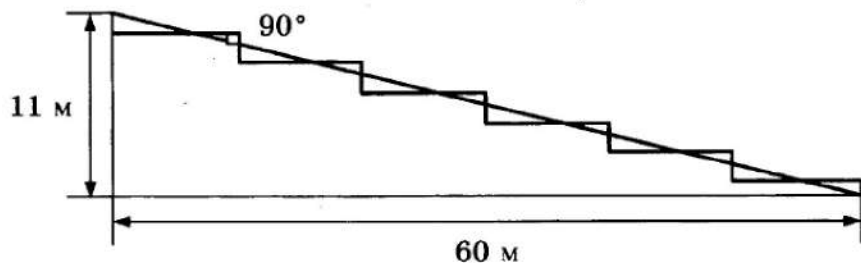


Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 40 м, а верхняя точка находится на высоте 11 м от подножия.



1 Земледелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведённая под посевы? Ответ дайте в квадратных метрах.

2 Земледелец решил устроить террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено или кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона α , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.



Ответ: _____.

3 На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

4 Земледелец получает 750 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 12% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?

Ответ: _____.

5 В таблице дана урожайность культур, которые может засеять земледелец на своём террасированном участке. За год обычно собирают два урожая – летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засеивать разные культуры.

	Рис	Кукуруза	Пшено
1-й урожай (июнь)	600 г/м ²	650 г/м ²	не выращивают
2-й урожай (сентябрь)	750 г/м ²	не выращивают	550 г/м ²

Ответ: _____.

6 Найдите значение выражения

$$\frac{1}{\frac{1}{30} + \frac{1}{42}}$$

Ответ: _____.

7 Какому из данных промежутков принадлежит число $\frac{2}{9}$?

- 1) [0,1; 0,2]
- 2) [0,2; 0,3]
- 3) [0,3; 0,4]
- 4) [0,4; 0,5]

Ответ:



8 Найдите значение выражения $(11a^6 \cdot b^3 - (3a^2b)^3) : (4a^6b^6)$ при $b = 2$.
 Ответ: _____.

9 Найдите корень уравнения $(x - 5)^2 = (x + 10)^2$.
 Ответ: _____.

10 В магазине канцтоваров продаётся 100 ручек: 37 красных, 8 зелёных, 17 фиолетовых, остальные синие и чёрные, их поровну. Найдите вероятность того, что случайно выбранная в этом магазине ручка будет красной или чёрной.
 Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{12}{x}$ Б) $y = -\frac{12}{x}$ В) $y = -\frac{1}{12x}$

ГРАФИКИ

1)

2)

3)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Центробежное ускорение при движении по окружности (в м/с^2) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $8,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно 289 м/с^2 . Ответ дайте в метрах.
 Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства $5x + 4 \leq x + 6$.

1) $(-\infty; 0,5]$
 2) $(-\infty; 2,5]$
 3) $[0,5; +\infty)$
 4) $[2,5; +\infty)$

Ответ:

14 В течение 20 банковских дней акции компании дорожали ежедневно на одну и ту же сумму. Сколько стоила акция компании в последний день этого периода, если в 9-й день акция стоила 999 рублей, а в 13-й день – 1063 рубля?
 Ответ: _____.

15 Сторона ромба равна 4, а один из углов этого ромба равен 150° . Найдите высоту этого ромба.



Ответ: _____.

- 16 Сторона равностороннего треугольника равна $20\sqrt{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот треугольник.



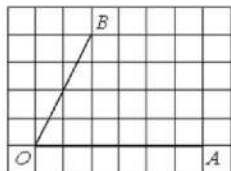
Ответ: _____.

- 17 Периметр квадрата равен 160. Найдите площадь этого квадрата.



Ответ: _____.

- 18 Найдите тангенс угла AOB , изображённого на рисунке.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Площадь трапеции равна произведению основания трапеции на высоту.
- 2) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
- 3) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите уравнение

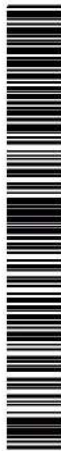
$$x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7.$$

- 21 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 75 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 3 км/ч навстречу поезду, за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

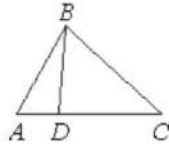
- 22 Постройте график функции

$$y = |x|(x + 1) - 6x.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.



- 23 На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = 4$, $DC = 7$. Площадь треугольника ABC равна 55. Найдите площадь треугольника ABD .



- 24 В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.
- 25 Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 10$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 112° и 113° .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	2440
2	18,3
3	1,6
4	1584
5	3360
6	17,5
7	2
8	-0,5
9	-2,5
10	0,56
11	231
12	4
13	1
14	1175
15	2
16	10
17	1600
18	2
19	3
20	-1
21	650
22	-6,25; 12,25
23	20
24	■
25	$10\sqrt{2}$



Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^2 - 6x + \sqrt{6-x} = \sqrt{6-x} + 7$.

* $6-x \geq 0$
 $6 \geq x$
 $x \leq 6$

$x^2 - 6x - 7 = 0$
 $D = 6^2 - 4 \cdot (-7) = 36 + 28 = 64$
 $x = \frac{6 \pm 8}{2}$

$x_1 = 7$
 Не подходит по *

$x_2 = -1$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: -1

21 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 75 км/ч, проезжает мимо пешехода, идущего параллельно путям со скоростью 3 км/ч навстречу поезду, за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

1 $v_{сблизе} = 75 + 3 = 78 \text{ км/ч} = \frac{78 \cdot 1000}{3600} \text{ м/с} = \frac{13 \cdot 5}{18} \text{ м/с}$

2 $v_{сблизе} = \frac{65}{3} \text{ м/с}$
 $t_{сблизе} = 30 \text{ с}$

$S_{поезда} = \frac{65}{3} \cdot 30 = 650 \text{ м}$



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 650

22 Постройте график функции $y = |x|(x+1) - 6x$.

$y = |x|(x+1) - 6x$

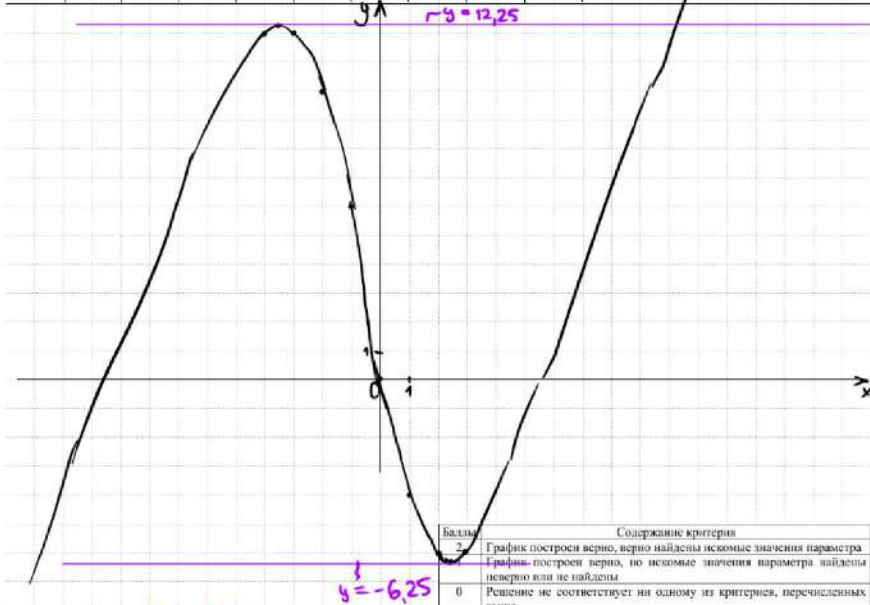
Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно две общие точки.

При $x \geq 0$
 $y = x \cdot (x+1) - 6x$
 $y = x^2 + x - 6x$
 $y = x^2 - 5x$
 $x_0 = \frac{5}{2} = 2,5$

При $x < 0$
 $y = -x \cdot (x+1) - 6x$
 $y = -x^2 - 7x$
 $x_0 = -3,5$

Получаем кусочно-заданную функцию:
 $y = \begin{cases} x^2 - 5x & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 - 7x & \text{при } x < 0 \end{cases}$

x	-4	-3,5	-3	-2	-1	0	1	2	2,5	3
y	12	12,25	12	10	6	0	-4	-6	-6,25	-6



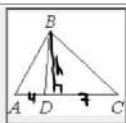
ОТВЕТ: 12,25, -6,25

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



23

На стороне AC треугольника ABC отмечена точка D так, что $AD = 4$, $DC = 7$. Площадь треугольника ABC равна 55. Найдите площадь треугольника ABD .



$$S_{ABC} = 55 = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot h$$

$h = 10$

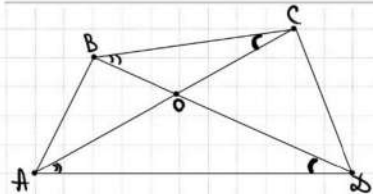
$$S_{ABD} = \frac{1}{2} \cdot AD \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 10 = 20$$

ОТВЕТ: 20

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24

В выпуклом четырёхугольнике $ABCD$ углы BCA и BDA равны. Докажите, что углы ABD и ACD также равны.



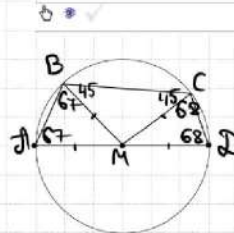
① $\triangle BOC \sim \triangle AOD$ по 2 углам
 ($\angle BOC = \angle AOD$ вертикальные
 $\angle BCA = \angle BDA$ по усл.)
 $\Rightarrow \frac{BO}{AO} = \frac{OC}{OD}$

② $\frac{BO}{OC} = \frac{AO}{OD}$
 $\angle BOA = \angle COD$ верт
 $\Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle COD$ по 2 углам.
 $\Rightarrow \angle ABD = \angle ACD$ ■

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника $ABCD$ равноудалена от всех его вершин. Найдите AD , если $BC = 10$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 112° и 113° .



Внешнем $ABCD$ в окр. - т.к
 $\angle D = 180 - 112 = 68$
 $\angle A = 180 - 113 = 67$
 $\angle BCM = 68$
 $\angle ABM = 67$
 $\angle CBM = 112 - 67 = 45$
 $\angle BCM = 113 - 68 = 45$
 $\Rightarrow \angle BMC = 180 - 45 \cdot 2 = 90$
 Рассмотрим $\triangle BMC$

 $10^2 = x^2 + x^2$
 $100 = 2x^2$
 $x^2 = 50$
 $x = 5\sqrt{2}$
 $AD = 2x = 10\sqrt{2}$

ОТВЕТ: $10\sqrt{2}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.

