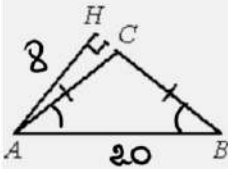


1

В треугольнике  $ABC$   $AC = BC$ ,  $AB = 20$ , высота  $AH$  равна 8.



Найдите синус угла  $BAC$ .



B26F8E

$$\sin A = \sin B = \frac{AH}{AB} = \frac{8}{20} = 0,4$$

ОТВЕТ: 0,4

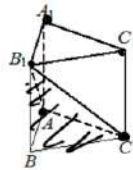
**Источники:**

ГІРІ (старый банк)  
ГІРІ (новый банк)  
Основная волна 2013

2

Введите ответ в поле ввода

Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 8, а боковое ребро равно 6. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $A, C, A_1, B_1, C_1$ .



Введите ответ



Номер: 5170



Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ОТВЕТИТЬ

$$\textcircled{1} \text{ } \sqrt{\text{всей призма}} = 6 \cdot 8 = 48$$

$$\textcircled{2} \text{ } \sqrt{\text{лишней пиф.}} = \frac{1}{3} \cdot 8 \cdot 6 = 16$$

$$\textcircled{3} \text{ } \sqrt{\text{иск}} = 48 - 16 = 32$$

ОТВЕТ: 32

**Источники:**

ГІРІ (новый банк)

3

Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится 3 сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.



C66297

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)  
Основная волна (Резерв) 2013

$$\begin{array}{r}
 100 \text{ кол} \\
 3 \text{ с дефект} \\
 \hline
 P = \frac{1000}{927} \quad \left| \quad \frac{103}{0,970} \right. \\
 \hline
 730 \\
 - 721 \\
 \hline
 90
 \end{array}$$

ОТВЕТ: 0,97

4

Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей — 1 очко, если проигрывает — 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.



21DD4A

$$\left. \begin{array}{l}
 P(\text{выигрыш}) = 0,3 \\
 P(\text{ничья}) = 0,3 \\
 P(\text{проигрыш}) = 0,4
 \end{array} \right\} 1$$

$$\begin{array}{l}
 \text{3 очка} \\
 \text{В В} \quad 0,3 \cdot 0,3 = 0,09 \\
 \text{1 очко} \\
 \text{В И} \quad 0,3 \cdot 0,4 = 0,12 \\
 \text{1 очко} \\
 \text{И В} \quad 0,4 \cdot 0,3 = 0,12
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{В В} \\ \text{В И} \\ \text{И В} \end{array}} \right\} 0,33$$

ОТВЕТ: 0,33

**Источники:**

ФИПИ (старый банк)  
ФИПИ (новый банк)

5

Найдите корень уравнения  $7^{-6-x} = 343$ .

7377CE

**Источники:**

ГИР (старый банк)  
 ГИР (новый банк)  
 Демо 2021  
 Демо 2020  
 Основная волна 2021  
 Основная волна 2020  
 Основная волна 2019  
 Демо 2019  
 Демо 2018  
 Демо 2017  
 Основная волна 2017  
 Основная волна 2016  
 Демо 2016  
 Демо 2015  
 Основная волна 2013

$$7^{-6-x} = 7^3$$

$$-6-x = 3$$

$$-6-3 = x$$

ОТВЕТ: -9

6

Найдите значение выражения  $\frac{\sqrt{1,2} \cdot \sqrt{1,4}}{\sqrt{0,42}}$ .

391885

**Источники:**

ГИР (старый банк)

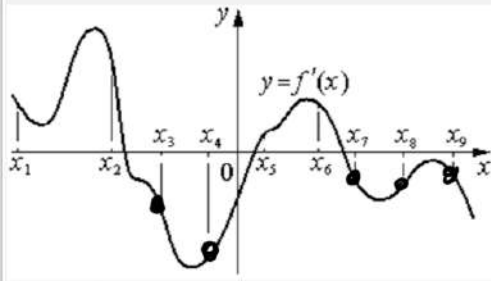
$$= \sqrt{\frac{1,2 \cdot 1,4}{0,42}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 14}{42 \cdot 3}} = \sqrt{4} = 2$$

ОТВЕТ: 2

7

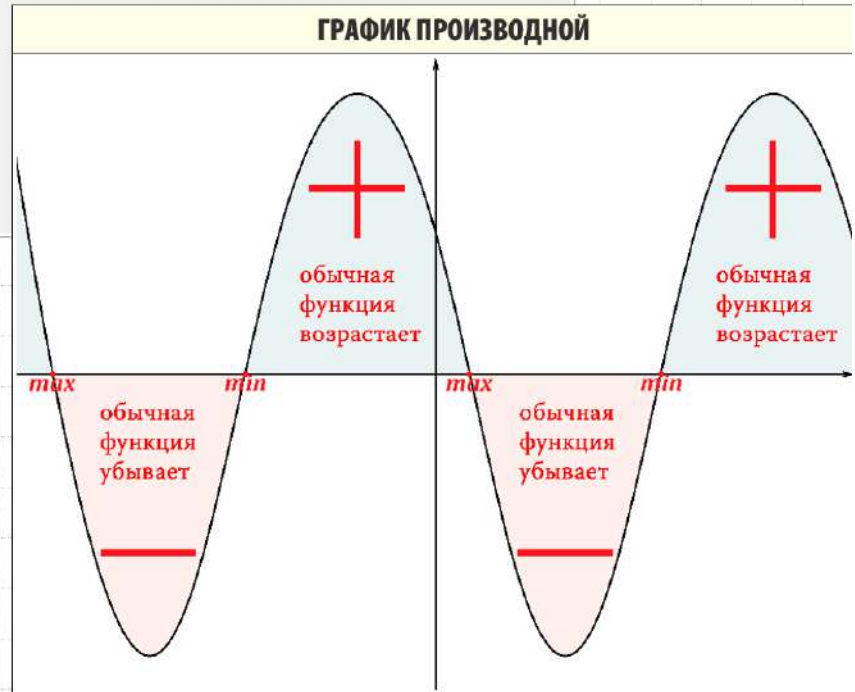
На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ .

На оси абсцисс отмечены девять точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9$ . Сколько из этих точек лежит на промежутках убывания функции  $f(x)$ ?



Источники:

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Досрочная волна 2016



ОТВЕТ: 5

8

Введите ответ в поле ввода

Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 192$  Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза  $v$  (в м/с) по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  — скорость звука (в м/с). Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 8 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 300$  м/с. Ответ дайте в м/с.

Введите ответ

Номер: 5190 ★ Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ОТВЕТИТЬ

$$f - f_0 \geq 8$$

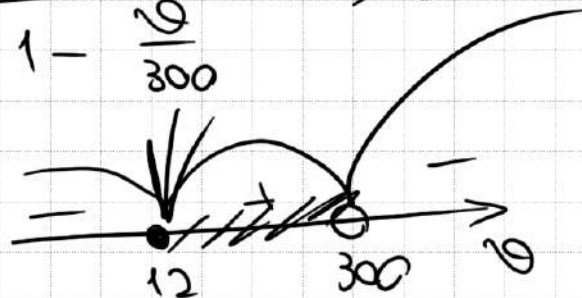
$$f \geq 192 + 8$$

$$\frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}} \geq 200$$

$$\frac{192}{1 - \frac{v}{300}} - \frac{200}{1} \geq 0$$

$$\frac{192 - 200 + \frac{200v}{300}}{1 - \frac{v}{300}} \geq 0$$

$$\frac{\frac{200v}{300} - 8}{1 - \frac{v}{300}} \geq 0$$



ОТВЕТ: 12

Источники:

ФИПИ (новый банк)

9

На изготовление 60 деталей первый рабочий тратит на 4 часа меньше, чем второй рабочий на изготовление 80 таких же деталей. Известно, что первый рабочий за час делает на 2 детали больше, чем второй. Сколько деталей за час делает второй рабочий?

662145

**Источники:**

ГИА (старый банк)  
Основная волна 2021  
Основная волна 2018

Проб.	Время	Кол-во дет.
I рабочий $x+2$	$\frac{60}{x+2}$	60
II рабочий $x$	$\frac{80}{x}$	80

$$t_{\text{второй}} - t_{\text{первый}} = 4$$

$$\frac{80}{x} - \frac{60}{x+2} = 4$$

$$\frac{20x + 160}{x^2 + 2x} = \frac{4}{1} \quad | :4$$

$$\frac{5x + 40}{x^2 + 2x} = \frac{1}{1}$$

$$x^2 + 2x = 5x + 40$$

$$x^2 - 3x - 40 = 0$$

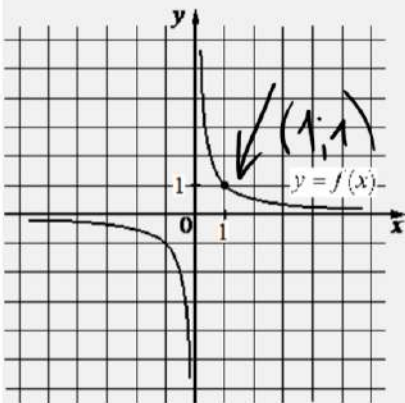
$$x = 8$$

$$x = -5$$

**ОТВЕТ:** 8

10

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .



31336D

**Источники:**

ГИА (старый банк)  
Основная волна 2022

$$1 = \frac{k}{1} \quad k = 1$$

$$f(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(10) = \frac{1}{10} = 0,1$$

**ОТВЕТ:** 0,1

11

Найдите точку минимума функции  $y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x+27}$ .

ВБЕ28А

$$① y' = (2x-9) \cdot e^{x+27} + (x^2-9x+9) \cdot e^{x+27} = 0$$

$$e^{x+27} \cdot (x^2 - 9x + 9 + 2x - 9) = 0$$

$$e^{x+27} = 0$$

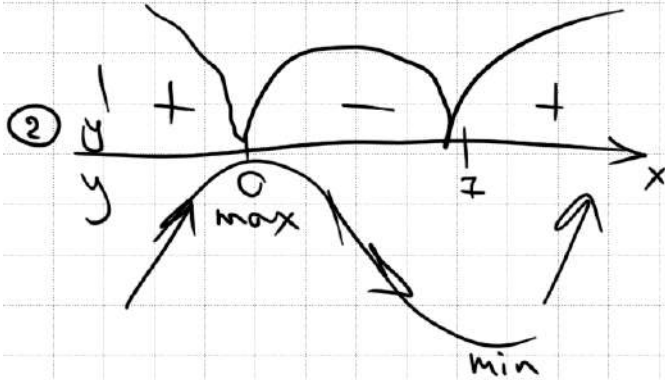
 $\emptyset$ 

$$x^2 - 7x = 0$$

$$x \cdot (x-7) = 0$$

$$x = 0$$

$$x = 7$$



ОТВЕТ: 7

Источники:

ФИПИ (старый банк)

ПРОИЗВОДНЫЕ

$$C' = 0$$

$$x' = 1$$

$$(Cx)' = C$$

$$(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$$

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\checkmark (U \cdot V)' = U'V + UV'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

$$(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x$$

$$(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(e^x)' = e^x$$

$$(a^x)' = a^x \cdot \ln a$$

$$(\ln x)' = \frac{1}{x}$$

$$(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$$

12

а) Решите уравнение

$$\sin 2x = \sin x - 2 \cos x + 1.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\frac{3\pi}{2}; 3\pi\right]$ .

04C26A

$$а) 2\sin x \cos x - \sin x + 2\cos x - 1 = 0$$

$$\sin x \cdot (2\cos x - 1) + (2\cos x - 1) = 0$$

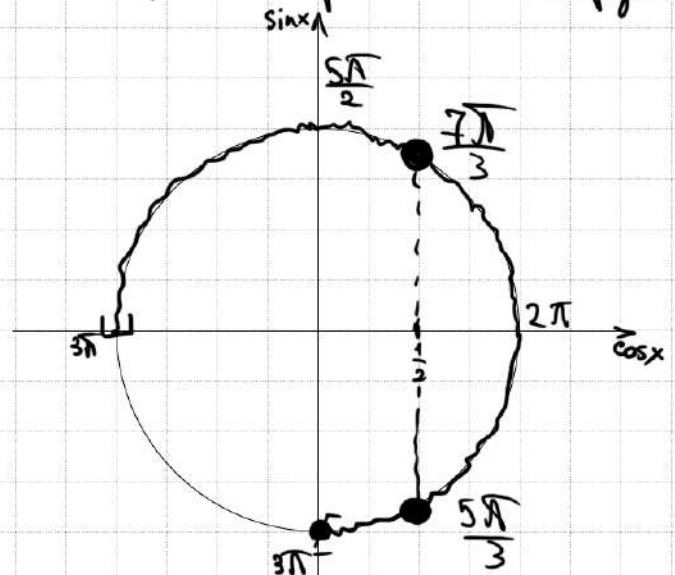
$$(2\cos x - 1) \cdot (\sin x + 1) = 0$$

$$\cos x = \frac{1}{2}$$

$$\sin x = -1$$

$$x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z} \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) Выберем корни с помощью окружности.



Получим числа:

$$x = \frac{3\pi}{2}$$

$$x = 2\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{7\pi}{3}$$

$$x = 2\pi - \frac{\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$$

ОТВЕТ:

$$а) \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$б) \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$$

Источники:

ФИПИ (старый банк)

ФИПИ (новый банк)

СтатГрад 28.04.2022

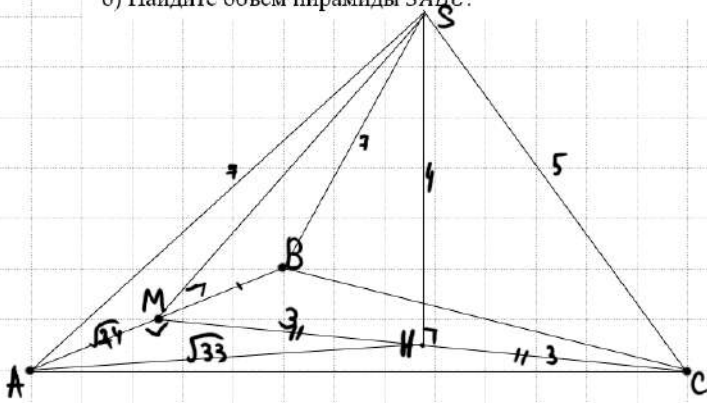
Основная волна 2019

Досрочная волна 2015

13

В треугольной пирамиде  $SABC$  известны боковые рёбра:  $SA = SB = 7$ ,  $SC = 5$ . Основанием высоты этой пирамиды является середина медианы  $CM$  треугольника  $ABC$ . Эта высота равна 4.

- а) Докажите, что треугольник  $ABC$  равнобедренный.  
б) Найдите объём пирамиды  $SABC$ .



а) ①  $\triangle SAB$ :  $SM$  — медиана и высота  
равноб.

- ②  $AB \perp SM$  (т.к.  $SM$  — высота)  
 $AB \perp SH$  (т.к.  $SH$  — высота пирамиды)  
 $\Rightarrow AB \perp (SCM)$   
 $\Rightarrow AB \perp CM$   
 $\Rightarrow CM$  — медиана и высота  $\triangle ABC$   
 $\Rightarrow \triangle ABC$  — р/б.

ОТВЕТ:  $16\sqrt{6}$

Источники:

Основная волна 2017

д) ①  $\triangle SMC$ :  $SM = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 = MH$   
②  $\triangle SAH$ :  $AH = \sqrt{7^2 - 4^2} = \sqrt{33}$   
③  $\triangle AMH$ :  $AM = \sqrt{\sqrt{33}^2 - 3^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$   
④  $V = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\sqrt{6} \cdot 6 \cdot 4 = 16\sqrt{6}$

14

Решите неравенство

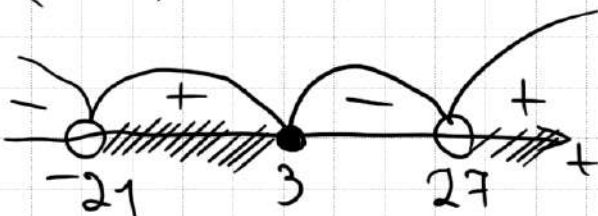
$$\frac{1}{3^x + 21} + \frac{1}{3^x - 27} \geq 0.$$

Пусть  $3^x = t$

$$\frac{1}{t+21} + \frac{1}{t-27} \geq 0$$

$$\frac{t-27+t+21}{(t+21)(t-27)} \geq 0 \quad | :2$$

$$\frac{t-3}{(t+21)(t-27)} \geq 0$$



ОТВЕТ:  $(-\infty; 1] \cup (3; +\infty)$

Источники:

Основная волна 2022

$$\begin{cases} -21 < t \leq 3 \\ t > 27 \end{cases}$$

$$-21 < 3^x \leq 3^1$$

$$3^x \leq 3^1$$

$$x \leq 1$$

$$3^x > 3^3$$

$$x > 3$$

15-го января планируется взять кредит в банке на 19 месяцев. Условия его возврата таковы:

- 1-го числа каждого месяца долг возрастает на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего месяца;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить часть долга;
- 15-го числа каждого месяца долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на 15-е число предыдущего месяца.

Известно, что общая сумма выплат после полного погашения кредита на 30% больше суммы, взятой в кредит. Найдите  $r$ .

## Источники:

ФИПИ (старый банк)  
 ФИПИ (новый банк)  
 Ященко 2022 (50 вар)  
 Ященко 2021 (10 вар)  
 Ященко 2020 (10 вар)  
 Ященко 2020 (14 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2020 (36 вар)  
 Ященко 2020 (50 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2019 (50 вар)  
 Ященко 2019 (14 вар)  
 Ященко 2019 (36 вар)  
 Ященко 2018 (20 вар)  
 Ященко 2018 (30 вар)  
 Ященко 2018  
 СтатГрад 28.04.2022  
 Основная волна (Резерв) 2022  
 Основная волна 2019  
 Основная волна 2017  
 Основная волна 2015

Пусть  $S$  - сумма долга  
 $(1 + \frac{r}{100}) = b$   
 $\Gamma$  число - день платежа

Дата	Сумма долга
15я	$S$
1ф	$Sb$
2ф	$Sb$
15ф	$S - \frac{S}{19} = \frac{18}{19}S$
1м	$\frac{18}{19}Sb$
7м	$\frac{18}{19}Sb$
15м	$\frac{17}{19}S$
1а	$\frac{17}{19}Sb$
7а	$\frac{17}{19}Sb$
15а	$\frac{16}{19}S$

18 мес.  $\dots$  15я  
 19 мес.  $\dots$  17  
 19 мес.  $\dots$  17  
 19 мес.  $\dots$  15я

$\Rightarrow$  сумма выплаты  $Sb - \frac{18}{19}S$   
 $\Rightarrow$  с.в.  $\frac{18}{19}Sb - \frac{17}{19}S$   
 $\Rightarrow$  с.в.  $\frac{17}{19}Sb - \frac{16}{19}S$

$$\frac{S}{19} \cdot b \Rightarrow \text{с.в.}$$

Выплата с.в.  
 арифм. прогр.  
 Воспользуемся формулой  $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

$$O.C.B. = 1,3 \cdot S$$

$$\frac{Sb - \frac{18}{19}S + \frac{Sb}{19}}{2} \cdot 19 = 1,3 \cdot S \quad | \cdot 2$$

$$\left( \frac{20}{19}Sb - \frac{18}{19}S \right) \cdot 19 = 2,6S$$

$$20Sb - 18S = 2,6S$$

$$20Sb = 20,6S$$

$$b = 1,03 = 1 + \frac{\Gamma}{100}$$

$$\Gamma = 3$$

ОТВЕТ: 3%



В треугольнике  $ABC$  точки  $M$  и  $N$  лежат на сторонах  $AB$  и  $BC$  соответственно так, что  $AM : MB = CN : NB = 2 : 3$ . Окружность, вписанная в треугольник  $ABC$ , касается отрезка  $MN$  в точке  $L$ .

а) Докажите, что  $AB + BC = 4AC$ .

б) Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , если  $ML = \frac{9}{5}$ ,  $LN = 3$ .

а) Пусть  $ML = x = EM$   
 $LN = y = NP$   
(по св-ву кас.)

б) Пусть  $AE = b = AP$   
 $AC = \frac{5}{3} \cdot (x+y) = \frac{5}{3} \cdot (3 + \frac{9}{5}) = 8$   
Тогда  $OC = 8 - b = CN$

②  $AC = \frac{5}{3} MN = \frac{5}{3}(x+y)$   
Ит.к.  $\triangle ABC \sim \triangle BMN$   
 $CK = \frac{5}{3}$

②  $AK = b - \frac{9}{5}$   
 $PC = 5 - b$

③  $AE + CN = AC = \frac{5}{3}x + \frac{5}{3}y$   
(по св-ву кас.)

③  $\triangle AMK: h^2 = (b + \frac{9}{5})^2 - (b - \frac{9}{5})^2$   
 $\triangle NPC: h^2 = (11 - b)^2 - (5 - b)^2$

④  $BM + BN = \frac{3}{2}(AM + CN) =$   
 $8 - b = \frac{3}{2} \cdot (\frac{8}{3}x + \frac{8}{3}y)$

⑤  $AB + BC = \frac{5}{2}(AM + CN)$   
 $= \frac{5}{2} \cdot (\frac{8}{3}x + \frac{8}{3}y) = \frac{20}{3}x + \frac{20}{3}y = 4AC = 4 \cdot (\frac{5}{3}x + \frac{5}{3}y)$

⑤  $AB + BC = \frac{20}{3}x + \frac{20}{3}y = 4AC = 4 \cdot (\frac{5}{3}x + \frac{5}{3}y)$

$AB = \frac{9}{5} + \frac{9}{5} = \frac{18}{5}$   
 $BC = 3 + 5 - b = 8 - b$   
 $AC = 8$

$\frac{36b}{5} = 96 - 12b$   
 $19,2b = 96$   
 $b = \frac{96 \cdot 10}{192} = 5$

$h^2 = 121 - 22b + b^2 - 25 + 10b - b^2$   
 $= 96 - 12b$   
 $19,2b = 96$   
 $b = \frac{96 \cdot 10}{192} = 5$

**ОТВЕТ:** 3

$6,8$   
 $3,2$   
 $h = 6$   
 $r = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3$

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 12a - 28, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Если  $a < 0$ , то решить систему нет  
 Если  $a = 0$ , то  $\begin{cases} x^4 - y^4 = -28 \\ x^2 + y^2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = -28 \\ 0 = 0 \end{cases} \Rightarrow$  решить систему нет  $\Rightarrow a \neq 0$

$\Rightarrow a > 0$

$$\begin{cases} (x^2 - y^2)(x^2 + y^2) = 12a - 28 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x^2 - y^2) \cdot a = 12a - 28 \\ x^2 + y^2 = a \end{cases} \quad | :a, \text{ т.к. } a \neq 0$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = \frac{12a - 28}{a} \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = \frac{12a - 28}{a} \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - y^2 = \frac{12a - 28}{a} \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

$$2x^2 = a + \frac{12a - 28}{a}$$

$$2x^2 = a + 12 - \frac{28}{a}$$

$$x = \pm \sqrt{\frac{a}{2} + 6 - \frac{14}{a}}$$

**ОТВЕТ:**  $(2; 6 - 2\sqrt{2}) \cup (6 + 2\sqrt{2}; +\infty)$

$$2y^2 = a - 12 + \frac{28}{a}$$

$$y^2 = \frac{a}{2} - 6 + \frac{14}{a}$$

$$y = \pm \sqrt{\frac{a}{2} - 6 + \frac{14}{a}}$$

$(x_1, y_1) (x_1, y_2) (x_2, y_1) (x_2, y_2)$

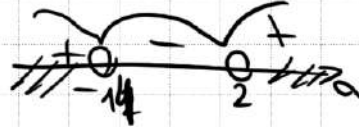
Чтобы было 4 решения системы

$$\text{число } \begin{cases} \frac{a}{2} + 6 - \frac{14}{a} > 0 & | \cdot a \\ \frac{a}{2} - 6 + \frac{14}{a} > 0 & | \cdot a \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a}{2} + 6 - \frac{14}{a} > 0 & | \cdot a \\ \frac{a}{2} - 6 + \frac{14}{a} > 0 & | \cdot a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a > 0 \end{cases}$$

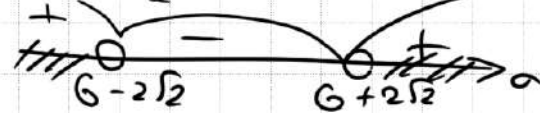
$$\textcircled{1} a^2 + 12a - 28 > 0$$



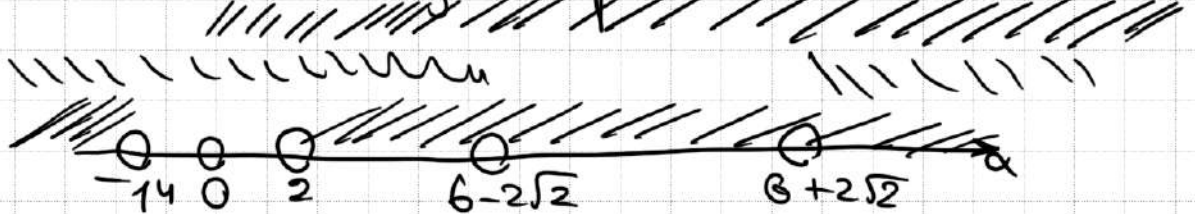
$$\textcircled{2} a^2 - 12a + 28 > 0$$

$$D = 144 - 112 = 32 = (4\sqrt{2})^2$$

$$a = \frac{12 \pm 4\sqrt{2}}{2} = 6 \pm 2\sqrt{2}$$

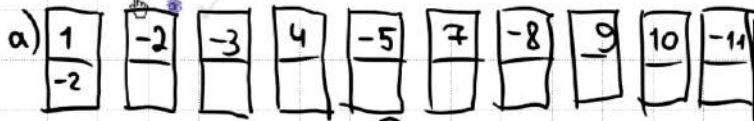


Наибольшее несоответствие:



Каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11 по одному записывают на 10 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, -2, -3, 4, -5, 7, -8, 9, 10, -11. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные десять сумм перемножают.

- а) Может ли в результате получиться 0?
- б) Может ли в результате получиться 1?
- в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?



Чтобы получить 0, одна из множителей д.б. нулем, что невозможно, т.к. не найдётся пары противоположных чисел.

б)  $\pm 1 \cdot \pm 1 \cdot \pm 1 \cdot \pm 1 \cdot \pm 1 \cdot \pm 1 \cdot \pm 1 \cdot \pm 1 \cdot \pm 1 \cdot \pm 1 = \pm 1$



из 10 сумм как минимум 2 будут равны, т.е. результат  $\geq 4$ .

- а) нет  
 б) нет  
 в) 4

**Источники:**

- ФИПИ (старый банк)
- ФИПИ (новый банк)
- Досрочная волна 2012
- Ященко 2022 (36 вар)
- Ященко 2021 (36 вар)
- Ященко 2020 (36 вар)
- Ященко 2020 (36 вар)
- Ященко 2020 (50 вар)
- Ященко 2019 (36 вар)
- Ященко 2019 (36 вар)
- Ященко 2018
- Семенов 2015

E34174

в) результат  $\geq 4$   
 Попробуем пример для "4"

1 -2 -3 4 -5 7 -8 9 10 -11  
 -2 1 4 -3 7 -5 9 -8 -11 10  
 $-1 \cdot -1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 \cdot -1 \cdot -1 = 4$