

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 415

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

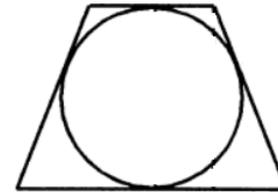
$$\begin{aligned} \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

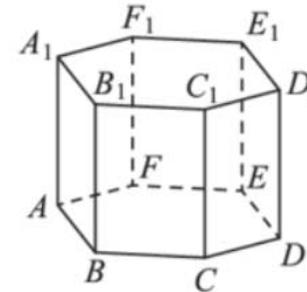
1. Около круга радиуса 2 описана равнобочная трапеция площадью 20. Найти длину большего основания трапеции.

Ответ: _____.



2. В правильной шестиугольной призме $ABCDEF A_1 B_1 C_1 D_1 E_1 F_1$ все ребра равны 1. Найдите угол $AC_1 C$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



3. На хлебозаводе выпекают буханки номинальной массой 800 г. Известно, что, в среднем 96% буханок весят меньше, чем 810 г, и в среднем 91% буханок весят больше, чем 790 г. Найдите вероятность того, что масса случайно выбранной свежей буханки больше, чем 790 г, но меньше, чем 810 г.

Ответ: _____.

4. Игральную кость бросили один или несколько раз. Оказалось, что сумма всех выпавших очков равна 3. Какова вероятность того, что было сделано три броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: _____.

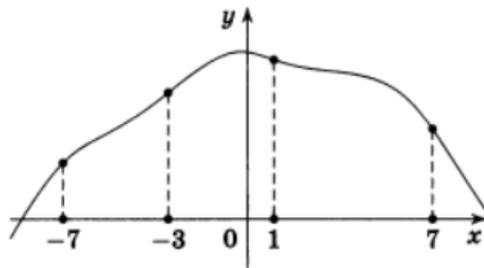
5. Решите уравнение $2x^2 - 6x + \sqrt{x^2 - 3x + 6} + 2 = 0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите больший из них.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $2x + y + 6z$, если $4x + y = 5$; $12z + y = 7$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$ и отмечены точки $-7, -3, 1, 7$. В какой из этих точек значение производной наименьшее? В ответе укажите эту точку.



Ответ: _____.

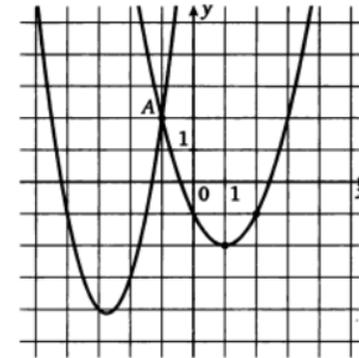
8. Вратарь выбросил мяч в поле, направив его под углом 45° к поверхности поля. Пока мяч не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(t) = -5t^2 + 12t + 1,25$ (h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента удара). Пренебрегая сопротивлением воздуха, считаем, что горизонтальная составляющая скорости мяча не меняется в полете. Определите, на каком расстоянии от вратаря в метрах мяч приземлится на поле.

Ответ: _____.

9. Два человека одновременно стали спускаться, считая ступени, по движущемуся вниз эскалатору метро, причем один шагал вдвое быстрее другого. Один из них отсчитал по окончании движения 60 ступенек, а второй - 40. Сколько ступенек пришлось бы отсчитать при движении по неподвижному эскалатору?

Ответ: _____.

10. На рисунке изображены графики функций $f(x) = 2x^2 + 11x + 11$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 9x + 9) \cdot e^{x-7}$ на отрезке $[6; 8]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение
$$\frac{2 \sin^2\left(\frac{\pi}{4} - x\right) - \cos^2 x}{2 \operatorname{tg} x - 4} = 0$$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-5\pi; -4\pi]$

13. В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с вершиной S каждое ребро равно $5 \cdot \sqrt[4]{2}$. Через середины сторон AD и DC и середину высоты пирамиды проведена плоскость α .

- А) Докажите, что плоскость α параллельна SD .
 Б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью α .

14. Решите неравенство:
$$\log_3 \frac{x^2}{81} \cdot \log_{\frac{1}{3}} \frac{x}{9} \leq \frac{3 \log_2 \frac{x}{9}}{\log_2 3}$$

15. В июле 2023 планируется взять кредит в банке на 6 лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг увеличивается на 16% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо одним платежом выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен составлять часть кредита в соответствии со следующей таблицей.

Дата	Июль 2023	Июль 2024	Июль 2025	Июль 2026	Июль 2027	Июль 2028	Июль 2029
Долг (в тыс руб)	S	$0,9S$	$0,8S$	$0,7S$	$0,6S$	$0,5S$	0

Найдите, на сколько процентов общая сумма платежей после полного погашения кредита превысит сумму взятого кредита.

16. В трапеции ABC боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опустили перпендикуляр AH . На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

А) Докажите, что прямые BH и ED параллельны.

Б) Найдите отношение BH к ED , если $\angle BCD = 120^\circ$.

17. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых уравнение

$$|3 \sin^2 2x - a| + |3 \cos 4x - 2a - 3| = a + 6$$

имеет хотя бы одно решение.

18. Натуральное число называется свободным от квадратов, если оно не делится ни на один квадрат натурального числа, кроме 1. Составим последовательность $\{a_n\}$, состоящую из чисел, свободных от квадратов.

А) Может ли число, свободное от квадратов, иметь 15 делителей?

Б) Чему равно n , если $a_n = 326$?

В) Чему равно a_{100} ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.