

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №339

Уровень 1

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

①	②	③	④
⑤	⑥	⑦	

Владимир купил участок, чтобы заняться фермерством. План его фермы изображен на рисунке, сторона каждой клетки соответствует 2 м. Ферму планируется обнести забором. Вход будет осуществляться через единственные ворота. Прямо перед воротами предполагается построить жилой дом. За ним будет построен гараж с отдельным въездом. Наибольшее поле будет отведено под посев картофеля. На поле рядом с ним планируется посадить кукурузу. Поле, обозначенное на плане цифрой 3, планируется засеять морковью. Поле, ближайшее к гаражу, планируется отвести под капусту. Оставшееся поле будет засеяно репой. Пустое пространство между полями планируется засыпать гравием. Чтобы засыпать 4 м^2 гравием, требуется $0,2 \text{ м}^3$ материала. Также Владимир планирует купить трактор для хозяйственных нужд.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	Жилой дом	Репа	Капуста	Кукуруза
Цифры				

Ответ: _____.

2. Гравий продаётся в больших мешках по 2 м^3 . Сколько мешков с гравием понадобится для того, чтобы засыпать пространство между полями?

Ответ: _____.

3. Найдите площадь территории, которая не занята постройками и полями. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

4. Найдите расстояние между противоположными углами (диагональ) участка в метрах.

Ответ: _____.

5. Владимир планирует купить трактор для обслуживания полей. Он рассматривает два варианта: трактор с бензиновым двигателем и трактор с дизельным двигателем. Цены за покупку трактора и стоимость топлива, данные о расходе топлива даны в таблице (см. ниже).

Обдумав оба варианта, Владимир решил купить трактор с дизельным двигателем. Через сколько часов непрерывной работы экономия от использования трактора с дизельным двигателем вместо трактора с бензиновым двигателем компенсирует разность в стоимости этих тракторов?

Двигатель	Дизельный	Бензиновый
Цена трактора (тыс. руб.)	900	990
Средний расход топлива (л/ч)	5,5	7
Стоимость топлива (руб./л)	47	53

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{0,4}{1+\frac{1}{9}}$.

Ответ: _____.

7. Известно, что $a > c$. Какое из следующих неравенств неверно?

- 1) $\frac{a}{4} < \frac{c}{4}$ 2) $-a < -c$ 3) $a-32 > c-31$ 3) $a+13 > c+10$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{5ab}{5ab-8a^2}$ при $a=3$ и $b=8$.

Ответ: _____.

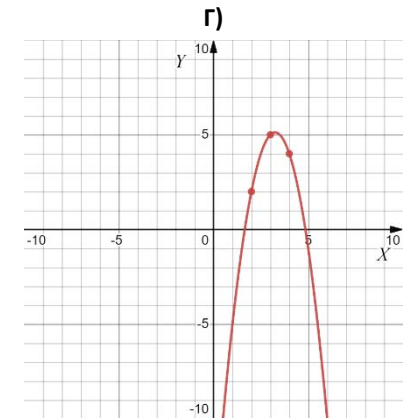
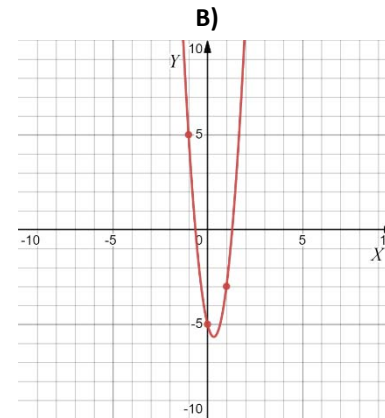
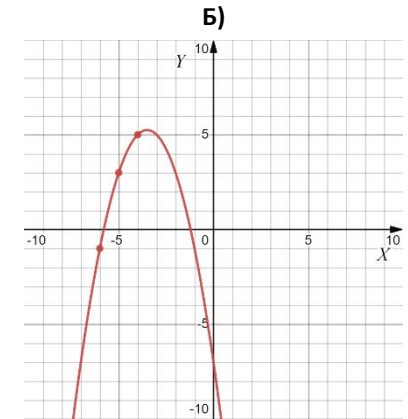
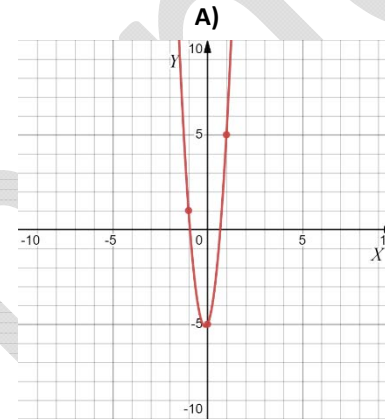
9. Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x - y = 1 \\ -x + 2y = 7 \end{cases}$. В ответе запишите $x + y$.

Ответ: _____.

10. Стас, Денис, Костя, Маша, Дима бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

Ответ: _____.

11. Даны четыре графика различных функций вида $y = f(x) = ax^2 + bx + c$. На графиках отмечены по три точки с целыми координатами. Установите соответствие между графиками функций и значениями b . В ответе запишите последовательность цифр, соответствующих А, Б, В, Г, без пробелов, запятых и других разделительных символов.



1) $b = -7$

2) $b = 13$

3) $b = 2$

4) $b = -4$

Ответ: _____.

12. Объём пирамиды вычисляют по формуле $V = \frac{1}{3}Sh$, где S — площадь основания пирамиды, h — её высота. Объём пирамиды равен 40, площадь основания 15. Чему равна высота пирамиды?

Ответ: _____.

13. Решите неравенство $(x-1)(3x-5) < 1$.

- 1) $(-\infty; 1) \cup \left(\frac{5}{3}; +\infty\right)$ 2) $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (2; +\infty)$ 3) $\left(\frac{2}{3}, 2\right)$ 4) $\left(1, \frac{5}{3}\right)$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

Ответ: _____.

14. Бизнесмен Печенов получил в 2000 году прибыль в размере 1000 млн руб. Каждый следующий год его прибыль увеличивалась на 10% по сравнению с предыдущим годом. Сколько млн рублей заработал Печенов за 2003 год?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Сторона AC треугольника ABC проходит через центр описанной около него окружности. Найдите $\angle BCA$, если $\angle CAB = 75^\circ$. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

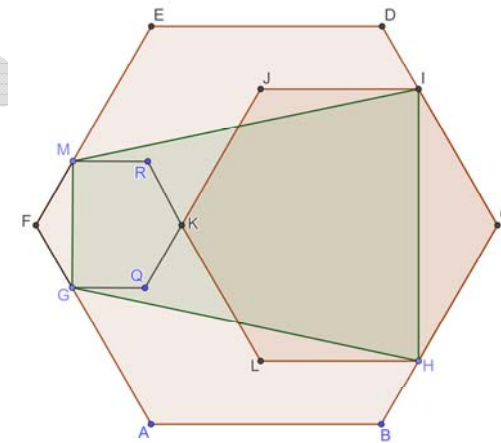
16. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO . Найдите радиус окружности, если $AB = 65$, $AO = 97$.

Ответ: _____.

17. Найдите длину средней линии MN , параллельной стороне AC треугольника ABC , если известно, что $A(-3; 7)$, $B(6; 2)$, $C(2; 19)$.

Ответ: _____.

18. Даны три правильных шестиугольника $ABCDEF$, $HCIJKL$ и $FGQKRM$ (см. рис.). Найдите площадь четырёхугольника $IMGH$, если известно, что $AB = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{3}}$.



Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Все квадраты имеют равные площади.
- 2) Точка пересечения двух окружностей равноудалена от центров этих окружностей.
- 3) В остроугольном треугольнике все углы острые.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} \frac{8x-1}{15} - \frac{7x-2}{10} > \frac{1}{3} \\ (2x+1)^2 \leq x(4x+3) \end{cases}.$$

21. Железнодорожный состав длиной в 1 км прошёл бы мимо столба за 1 мин., а через туннель (от входа локомотива до выхода последнего вагона) при той же скорости — за 3 мин. Какова длина туннеля (в км)?

22. Постройте график функции $y = \frac{(x^2 + 3x - 10)(x^2 - 1)}{x^2 - x - 2}$. Определите, при каких значениях a прямая $y = ax$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

Модуль «Геометрия»

23. Найдите площадь выпуклого четырёхугольника с диагоналями 8 и 5, если отрезки, соединяющие середины его противоположных сторон, равны.

24. Дан правильный шестиугольник. Докажите, что если его вершины последовательно соединить отрезками через одну, то получится равносторонний треугольник.

25. В треугольнике ABC на его медиане BM отмечена точка K так, что $BK : KM = 4 : 1$. Прямая AK пересекает сторону BC в точке P . Найдите отношение площади треугольника BKP к площади треугольника ABC .

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №339

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Часть 1

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



рис. 1

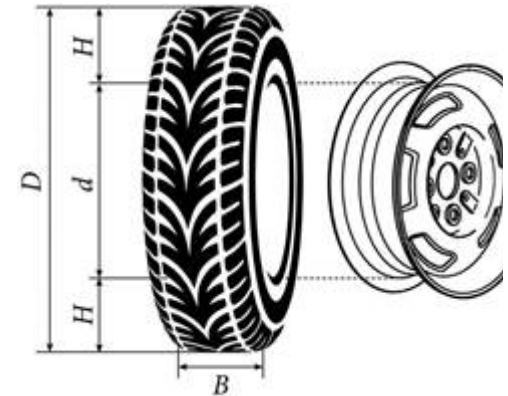


рис. 2

Автомобильное колесо, как правило, представляет собой металлический диск с установленной на него резиновой шиной (см. рис. 1 и рис. 2 выше). Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине.

Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1).

Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рисунке 2).

Второе число (число 65 в приведённом примере) — процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$.

Последующая буква обозначает тип конструкции шины. В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 265/60 R18.

Завод допускает установку шин с другими маркировками.

1. В таблице показаны разрешённые размеры шин (см. табл. ниже).

Шины какой наименьшей ширины (в мм) можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам?

Ширина шины (мм)	Диаметр диска (дюймы)			
	17	18	19	20
245	245/70	–	–	–
255	255/70	255/65	–	–
265	265/60	265/60, 265/65	–	–
275	275/65	275/60	275/55	275/30
285	–	285/60	285/55	285/50

Ответ: _____.

2. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной с маркировкой 245/70 R17, отличается от радиуса колеса с шинами с маркировкой 275/65 R17?

Ответ: _____.

3. Найдите диаметр (в см) колеса автомобиля, выходящего с завода.

Ответ: _____.

4. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 285/50 R20?

Ответ: _____.

5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при ста оборотах колеса, если заменить шины, установленные на заводе, шинами с маркировкой 285/50 R20? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\frac{4^{5,6}}{2^{9,2}}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c – действительные положительные числа. Причём $abc = 1$. Найдите наименьшее возможное значение выражения:

$$\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{a+b+c-1}$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\left(\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}\right) : \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}\right)\right) : \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$, если $a = 1\frac{33}{40}$, $b = 0,625$, $c = 3,2$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$2(x-1)^2 - 5(x-1)(x-7) + 2(x-7)^2 = 0.$$

В ответе запишите значение выражения $-3x_2 - 2x_2$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. Круглая мишень разбита на 20 секторов, которые нумеруются по кругу в каком-либо порядке числами 1, 2, ..., 20. Если секторы занумерованы, например, в следующем порядке 1, 20, 5, 12, 9, 14, 11, 8, 16, 7, 19, 3, 17, 2, 15, 10, 6, 13, 4, 18, то наименьшая из разностей между номерами соседних (по кругу) секторов равна $12 - 9 = 3$. Каково наибольшее возможное значение этой величины?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \in (-\infty; +\infty)$ задана функция $f(x)$. Причём $f(-2) = 4$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \in (-\infty; +\infty)$ удовлетворяет уравнению:

$$f(xy) = xf(y).$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(-4)$

Б) $f(8)$

В) $f(0)$

1) -16

2) 8

3) 0

Ответ: _____.

12. Площадь трапеции S можно вычислить по формуле, где a и b — основания трапеции, h — высота. Пользуясь этой формулой, найдите высоту h , если основания трапеции равны 5 и 7, а её площадь равна 24.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Решите в действительных числах систему:

$$\begin{cases} x+y+z=2008 \\ \frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{1}{2008} \\ x^2+y^2+z^2=6024^2 \\ x \leq y \leq z \end{cases}.$$

21. На доске написаны числа 3 и 5. За один ход два числа a и b , записанные на доске, заменяются на два числа: $a+b$ и $2a-1$ или $a+b$ и $2b-1$ (например, из чисел 3 и 5 можно получить числа 8 и 5 или 8 и 9).

Сделали 1007 ходов, причём на доске никогда не было равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученной на 1007-м ходу пары чисел?

22. Найдите все действительные значения параметра a , при каждом из которых область действительных значений функции:

$$f(x) = \frac{\sin x + 2(1-a)}{a - \cos^2 x}$$

содержит отрезок $[1; 2]$.

Модуль «Геометрия»

23. На сторонах треугольника ABC внешним образом построены правильные треугольники ABC_1 , AB_1C и A_1BC . Точки P и Q — середины отрезков A_1B_1 и A_1C_1 соответственно. Найдите градусную меру угла APQ .

24. Диагонали делят выпуклый четырёхугольник $ABCD$ на четыре треугольника. Пусть P — периметр четырёхугольника $ABCD$, Q — периметр четырёхугольника, образованного центрами вписанных окружностей полученных треугольников. Докажите, что $PQ > 4S$, где S — площадь четырёхугольника $ABCD$.

25. Дан выпуклый четырёхугольник $ABCD$ с острым углом ABC и тупым углом CDA , в который вписана окружность ω_1 с центром в точке I . Через точки A , I , C проведена окружность ω_2 . Лучи BA , AD , BC , CD пересекают окружность ω_2 в точках X , Y , Z , T соответственно. Найдите значение выражения $\frac{AD+DT+TX+XA}{CD+DY+YZ+ZC}$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	5426	3	248	40	800	0,36	1	2,5	6,2	0,2	3142	8	3	1331	15	72	6,5	6	3	$(-\infty; -6/5)$	2	$7/2; 8$	20	-	$4/15$

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	245	7,25	77,52	17,8	2,3	4	4	1	-11	9	213	4	2	24	90	1	1	2	23	{-4016;2008;4016}	1	[1/3;33/32]	60	-	1