

ФИО ученика _____
 ФИО учителя _____
 Город/район _____
 Школа _____

Таблица полученных ответов

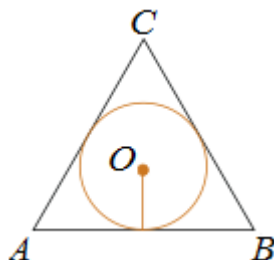
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11

ВАРИАНТ 3

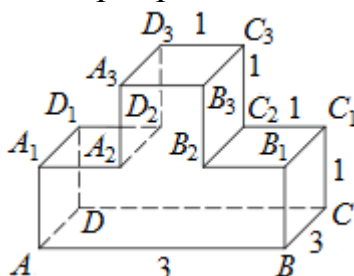
Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь.

1. Радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, равен $\frac{\sqrt{3}}{6}$.
Найдите сторону этого треугольника.



2. На рисунке изображён многогранник, все двугранные углы многогранника прямые. Найдите квадрат расстояния между вершинами B и D_2 .



3. Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 спортсменов из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России.

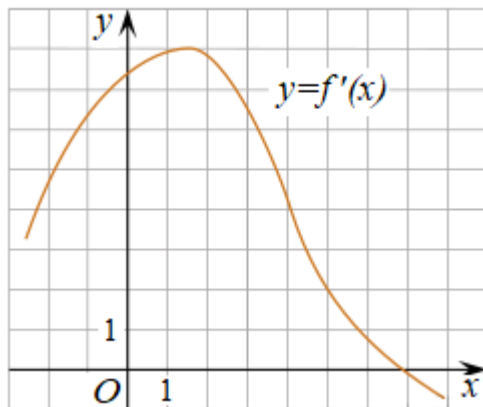
4. Две фабрики выпускают одинаковые стекла для автомобильных фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%. Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая — 1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным.

5. Решите уравнение $\frac{13x}{2x^2-7} = 1$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

6. Найдите значение выражения $\frac{7\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}} + \frac{5\sqrt{x}}{x} + 3x - 4$ при $x = 3$.

ФИО ученика _____

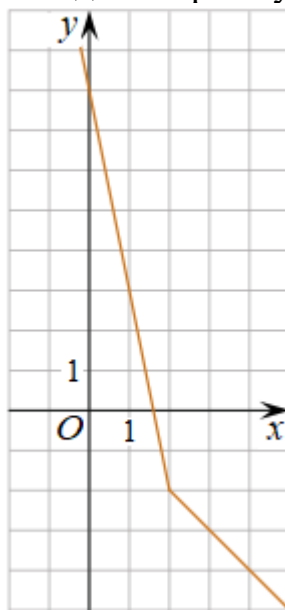
7. На рисунке изображен график производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x - 2$ или совпадает с ней.



8. Амплитуда колебаний маятника зависит от частоты вынуждающей силы, определяемой по формуле $A(\omega) = \frac{A_0 \omega_p^2}{|\omega_p^2 - \omega^2|}$, где ω – частота вынуждающей силы (в c^{-1}), A_0 – постоянный параметр, $\omega_p = 360c^{-1}$ – резонансная частота. Найдите максимальную частоту ω , меньшую резонансной, для которой амплитуда колебаний превосходит величину A_0 не более чем на 12,5%. Ответ выразите в c^{-1} .

9. Пристани A и B расположены на озере, расстояние между ними 390 км. Баржа отправилась с постоянной скоростью из A в B . На следующий день после прибытия она отправилась обратно со скоростью на 3 км/ч больше прежней, сделав по пути остановку на 9 часов. В результате она затратила на обратный путь столько же времени, сколько на путь из A в B . Найдите скорость баржи на пути из A в B . Ответ дайте в км/ч.

10. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax + |bx + c| + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax + d = 10$.



11. Найдите наименьшее значение функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[1; 4]$.

Часть 2

Для заданий 12-18 запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное и обоснованное решение и ответ. Решение и ответы записывайте четко и разборчиво.

12. а) Решите уравнение $(\operatorname{tg}^2 x - 3)\sqrt{11\cos x} = 0$.

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

13. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребра $BC = 8$, $CD = 3$, $BB_1 = 6$. Точка Q — середина ребра CC_1 .

а) Докажите, что угол между плоскостями BD_1 и ABC равен $\arccos \frac{8}{\sqrt{137}}$.

б) Найдите расстояние от точки A до плоскости $BD_1 Q$.

14. Решите неравенство $\left(1 + \frac{1}{x-4} - \frac{x-3}{x-2}\right)\sqrt{6x - x^2 - 5} \geq 0$.

15. Необходимо произвести отделку здания, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда объемом 432 м^3 . Отделка стены здания, примыкающей к внутреннему строению, обходится в 1000 руб. за квадратный метр. Отделка трех фасадных стен обходится в 2000 руб. за квадратный метр. А заливка крыши, форма которой является квадратом, обходится в 7000 руб. за квадратный метр. Найдите размеры здания, отделочные работы которого при данных условиях являются наименьшими по стоимости.

16. На стороне BC параллелограмма $ABCD$ выбрана точка M такая, что $AM = MC$.

а) Докажите, что центр вписанной в треугольник AMD окружности лежит на диагонали AC .

б) Найдите радиус вписанной в треугольник AMD окружности, если $AB = 5$, $BC = 10$, $\angle BAD = 60^\circ$.

17. Найдите наименьшее значение параметра a , при котором уравнение имеет хотя бы один корень:

$$\sqrt{(5x+1)^2 + (5x+2)^2} + \sqrt{(5x+7)^2 + (5x-6)^2} = a.$$

18. Аня играет в игру: на доске написаны два различных натуральных числа a и b , оба меньше 1000. Если $\frac{3a+b}{4}$ и $\frac{a+3b}{4}$ оба натуральных, то Аня делает ход — заменяет этими двумя числами предыдущие. Если хотя бы одно из этих чисел не является натуральным, то игра прекращается.

а) Может ли игра продолжаться ровно три хода?

б) Существует ли два начальных числа таких, что игра будет продолжаться не менее 9 ходов?

в) Аня сделала первый ход в игре. Найдите наибольшее возможное отношение произведения полученных двух чисел к произведению предыдущих двух чисел.