



## Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

### Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

## СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

### АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет два корня  $x_1$  и  $x_2$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен  $ax^2 + bx + c$  имеет единственный корень  $x_0$ , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением  $y = ax^2 + bx + c$ :

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула  $n$ -го члена арифметической прогрессии  $(a_n)$ , первый член которой равен  $a_1$  и разность равна  $d$ :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых  $n$  членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула  $n$ -го члена геометрической прогрессии  $b_n$ , первый член которой равен  $b_1$ , а знаменатель равен  $q$ :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых  $n$  членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при  $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

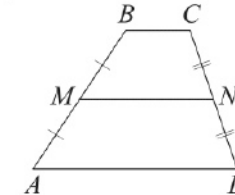
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого  $n$ -угольника равна  $180^\circ(n-2)$ .

Средняя линия треугольника и трапеции

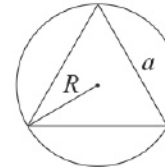


$MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AC$   
 $MN = \frac{AC}{2}$

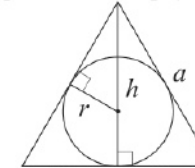


$BC \parallel AD$   
 $MN$  — ср. лин.  
 $MN \parallel AD$   
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

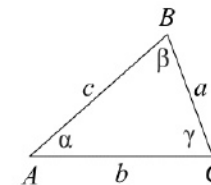
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$   
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$   
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



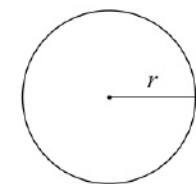
Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где  $R$  — радиус описанной окружности.

Для треугольника  $ABC$  со сторонами  $AB = c$ ,  $AC = b$ ,  $BC = a$ :

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



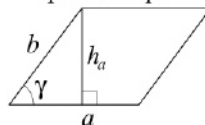
Длина окружности  $C = 2\pi r$

Площадь круга  $S = \pi r^2$



**Площади фигур**

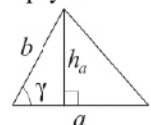
Параллелограмм



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

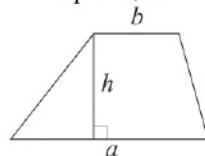
Треугольник



$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

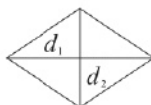
$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

Трапеция



$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

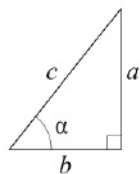
Ромб



$d_1, d_2$  — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора:  $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество:  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

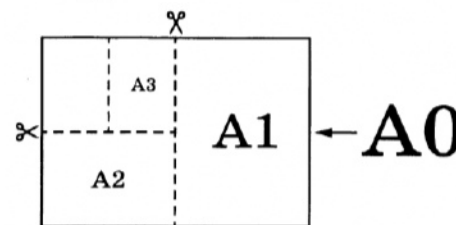
$\alpha$	градусы	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

**Часть 1**

Ответами к заданиям 1–19 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

**Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5**

Общепринятые форматы листов бумаги обозначают буквой А и цифрой: А0, А1, А2 и так далее. Если лист формата А0 разрезать пополам, получаются два листа формата А1. Если лист А1 разрезать пополам, получаются два листа формата А2 и так далее.



При этом отношение длины листа к его ширине у всех форматов, обозначенных буквой А, одно и то же (то есть листы всех форматов подобны друг другу). Это сделано специально – чтобы можно было сохранить пропорции текста на листе при изменении формата бумаги (размер шрифта при этом тоже соответственно изменяется).

В таблице 1 даны размеры листов бумаги четырёх форматов: от А3 до А6.

Таблица 1

Порядковые номера	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	105	148
2	210	297
3	297	420
4	148	210



- 1 Для листов бумаги форматов А3, А4, А5 и А6 определите, какими порядковыми номерами обозначены их размеры в таблице 1. Заполните таблицу ниже, в бланк ответов перенесите последовательность четырёх цифр.

Форматы бумаги	А3	А4	А5	А6
Порядковые номера				

- 2 Сколько листов бумаги формата А5 получится при разрезании одного листа бумаги формата А0?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите длину большей стороны листа бумаги формата А2. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4 Найдите площадь листа бумаги формата А3. Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 5 Найдите отношение длины больше стороны листа к меньшей у бумаги формата А1. Ответ дайте с точностью до десятых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 6 Найдите значение выражения

$$4,9 - 9,4.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 7 На координатной прямой отмечено число  $a$ .



Какое из утверждений для этого числа является верным?

- 1)  $a - 4 < 0$
- 2)  $a - 6 > 0$
- 3)  $6 - a > 0$
- 4)  $7 - a < 0$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$4^{3x+2} : 64^x : x$$

при  $x = \frac{8}{9}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 9 Найдите корень уравнения

$$8 + 7x = 9x + 4.$$

Ответ: \_\_\_\_\_.







**10** В фирме такси в данный момент свободно 15 машин: 3 чёрных, 6 жёлтых и 6 зелёных. По вызову выехала одна из машин, случайно оказавшаяся ближе всего к заказчику. Найдите вероятность того, что к нему придет жёлтое такси.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**11** Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

**ГРАФИКИ**

А)

Б)

В)

**ФОРМУЛЫ**

1)  $y = 2x^2 - 16x + 29$       2)  $y = 2x^2 + 16x + 29$       3)  $y = -2x^2 - 16x - 29$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

А	Б	В

Ответ:

**12** В фирме «Родник» стоимость (в рублях) колодца из железобетонных колец рассчитывается по формуле  $C = 6000 + 4100n$ , где  $n$  – число колец, установленных в колодце. Пользуясь этой формулой, рассчитайте стоимость колодца из 5 колец. Ответ дайте в рублях.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**13** Укажите решение неравенства  $(x + 1)(x - 6) \leq 0$ .

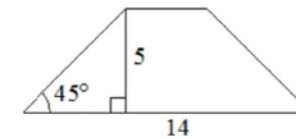
- 1)
- 2)
- 3)
- 4)

Ответ:

**14** В 8:00 часы сломались и за каждый следующий час отставали на одно и то же количество минут по сравнению с предыдущим часом. В 23:00 того же дня часы отставали на 15 минут. На сколько минут отставали часы спустя 36 часов после того, как они сломались?

Ответ: \_\_\_\_\_.

**15** В равнобедренной трапеции известна высота, большее основание и угол при основании (см. рисунок). Найдите меньшее основание.



Ответ: \_\_\_\_\_.

**16** Радиус окружности, вписанной в трапецию, равен 16. Найдите высоту этой трапеции.



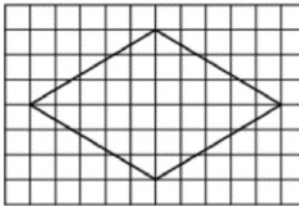
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 17 Периметр ромба равен 24, а один из углов равен  $30^\circ$ . Найдите площадь этого ромба.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки  $1 \times 1$  изображён ромб. Найдите длину его большей диагонали.



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия.
- 2) Диагонали прямоугольника точкой пересечения делятся пополам.
- 3) Биссектриса треугольника делит пополам сторону, к которой проведена.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

## Часть 2

*При выполнении заданий 20–25 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.*

- 20 Решите уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0.$$

- 21 Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

- 22 Постройте график функции

$$y = |x^2 - x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

- 23 Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $60^\circ$  и  $150^\circ$ , а  $CD = 33$ .

- 24 На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади трапеции.

- 25 В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 14$ ,  $BC = 12$ .

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*





## Система оценивания экзаменационной работы по математике

## Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	3241
2	32
3	594
4	1247,4
5	1,4
6	-4,5
7	2
8	18
9	2
10	0,4
11	123
12	26500
13	1
14	36
15	4
16	32
17	18
18	10
19	2
20	$\frac{2}{3}; 2$
21	19,5
22	4
23	$11\sqrt{3}$
24	■
25	$2\sqrt{42}$

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение  $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$ .

$$\left(\frac{1}{x-1}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{x-1} - 3 = 0$$

Пусть  $\frac{1}{x-1} = t$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16$$

$$t = \frac{-2 \pm 4}{2}$$

$$t = 1$$

$$\frac{1}{x-1} = 1$$

$$x-1 = 1$$

$$x = 2$$

ОТВЕТ:  $2; \frac{2}{3}$

$$t = -3$$

$$\frac{1}{x-1} = -3$$

$$(x-1)(-3) = 1$$

$$-3x + 3 = 1$$

$$-3x = -2$$

$$x = \frac{2}{3}$$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Имеются два сосуда, содержащие 40 кг и 30 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получим раствор, содержащий 73% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 72% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится во втором растворе?

Схема задач на сплавы и смеси

$$\text{Доля}_1 \cdot m_1 + \text{Доля}_2 \cdot m_2 = \text{Доля}_{\text{сплеса}} \cdot m_{\text{сплеса}}$$

$$\begin{cases} x \cdot 40 + y \cdot 30 = 0,73 \cdot 70 \\ x \cdot 40 + y \cdot 30 = 0,72 \cdot 2x \end{cases} \quad | :m$$

Выразим y:  $y = 1,44 - x$

$$40x + 30 \cdot (1,44 - x) = 51,1$$

$$40x + 43,2 - 30x = 51,1$$

$$10x = 7,9$$

$$x = 0,79$$

$$y = 1,44 - 0,79 = 0,65$$

$$30 \cdot 0,65 = 19,5$$

ОТВЕТ: 19,5

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущены описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

22

Постройте график функции

$$y = |x^2 - x - 2|$$

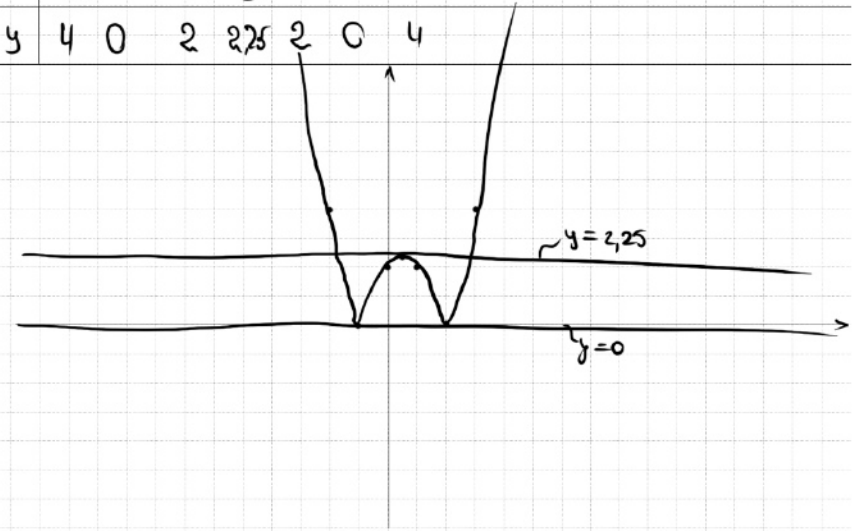
Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

D28F33

$$x_0 = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-1)}{2 \cdot 1} = \frac{1}{2}$$

x	-2	-1	0	1/2	1	2	3
---	----	----	---	-----	---	---	---

y	4	0	2	2,25	2	0	4
---	---	---	---	------	---	---	---



ОТВЕТ: 4 или  $y \in (0; 2,25)$

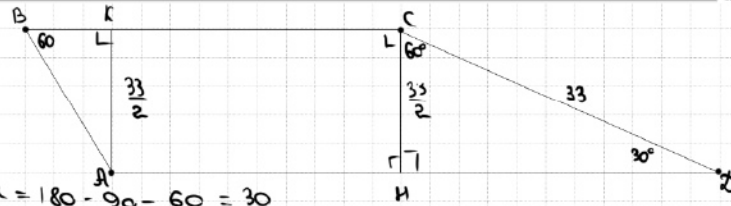
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





**23** Найдите боковую сторону  $AB$  трапеции  $ABCD$ , если углы  $ABC$  и  $BCD$  равны соответственно  $60^\circ$  и  $150^\circ$ , а  $CD = 33$ .

CC279D



①  $\angle CDK = 180 - 90 - 60 = 30$

②  $CK = \frac{1}{2} CD = \frac{33}{2}$

③  $\triangle ABK$ :  $\sin 60^\circ = \frac{33}{AB}$

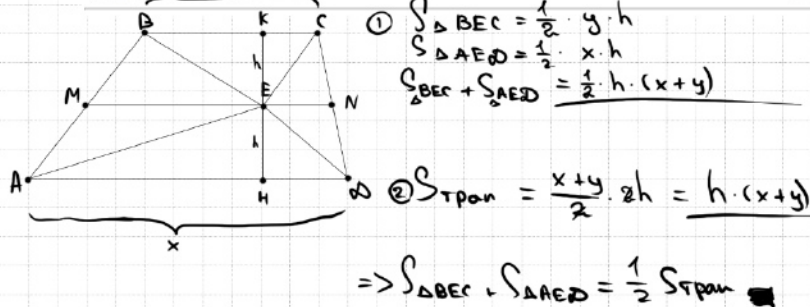
$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{33}{AB}$   
 $AB = \frac{33}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{33 \cdot 2}{\sqrt{3}} = \frac{33 \cdot 2 \cdot \sqrt{3}}{3} = 11\sqrt{3}$

ОТВЕТ:  $11\sqrt{3}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

**24** На средней линии трапеции  $ABCD$  с основаниями  $AD$  и  $BC$  выбрали произвольную точку  $E$ . Докажите, что сумма площадей треугольников  $BEC$  и  $AED$  равна половине площади трапеции.

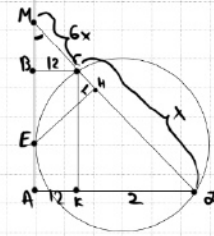
F57F67



Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

**25** В трапеции  $ABCD$  боковая сторона  $AB$  перпендикулярна основанию  $BC$ . Окружность проходит через точки  $C$  и  $D$  и касается прямой  $AB$  в точке  $E$ . Найдите расстояние от точки  $E$  до прямой  $CD$ , если  $AD = 14$ ,  $BC = 12$ .

CE1DA2



①  $\triangle BCM \sim \triangle CDK$  по 2 углам

$\frac{6 \cdot 12}{1 \cdot 2} = \frac{CM}{CD}$   
 $\text{Пусть } CB = x$   
 $CM = 6x$

②  $ME$  - кас.  
 $MD$  - хорд.  
 $ME^2 = CM \cdot DM$   
 $ME^2 = 6x \cdot 7 \cdot x$   
 $ME = \sqrt{42x^2} = \sqrt{42} \cdot x$

③  $\triangle BCM$ :  
 $\sin \angle M = \frac{12}{6x} = \frac{2}{x}$

④  $\triangle MEK$ :  
 $\sin \angle M = \frac{2}{x} = \frac{EK}{\sqrt{42} \cdot x}$   
 $EK = 2\sqrt{42}$

ОТВЕТ:  $2\sqrt{42}$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953)

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

Существенным считается следующее расхождение.

1. Расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 20–25, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на задания, которые вызвали столь существенное расхождение.

2. Расхождения между суммами баллов, выставленных двумя экспертами за выполнение заданий 20–25, составляет 4 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания 20–25.

3. Расхождение в результатах оценивания двумя экспертами ответа на одно из заданий 20–25 заключается в том, что один эксперт указал на отсутствие ответа на задание в экзаменационной работе, а другой эксперт выставил за выполнение этого задания ненулевой балл. В этом случае третий эксперт проверяет только ответы на задания, которые были оценены со столь существенным расхождением. Ситуации, при которых один эксперт указал на отсутствие ответа в экзаменационной работе, а второй эксперт выставил нулевой балл за выполнение этого задания, не являются ситуациями существенного расхождения в оценивании.