

**Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ**  
**Тренировочный вариант № 404**

**Профильный уровень**  
**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ    Ответ: -0,8    10 - 0 , 8    Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

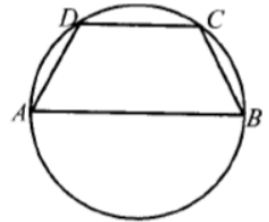
$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

- 1.** Боковая сторона равнобедренной трапеции равна её меньшему основанию, угол при основании трапеции равен  $60^\circ$ , большее основание равно 18. Найдите радиус описанной окружности этой трапеции



Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2.** Цилиндр вписан в правильную шестиугольную призму. Радиус основания цилиндра равен  $\sqrt{3}$ , а высота равна 2. Найдите площадь боковой поверхности призмы.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3.** Какова вероятность того, что последние три цифры номера случайно выбранного паспорта одинаковы?

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 4.** Игральную кость бросали до тех пор, пока сумма всех выпавших очков не превысила число 9. Какова вероятность того, что для этого потребовалось три броска? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

5. Решите уравнение  $\sqrt{2 \log_8(-x)} - \log_8 \sqrt{x^2} = 0$ . Если уравнение имеет несколько корней, в ответе укажите их сумму.

Ответ: \_\_\_\_\_.

6. Найдите значение выражения  $\frac{p(b)}{p\left(\frac{1}{b}\right)}$ , если  $p(b) = \left(b + \frac{3}{b}\right)\left(3b + \frac{1}{b}\right)$  при  $b \neq 0$

Ответ: \_\_\_\_\_.

7. Прямая  $y = x + 7$  является касательной к графику функции  $y = ax^2 - 15x + 15$ . Найдите  $a$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

8. Если достаточно быстро вращать ведёрко с водой на верёвке в вертикальной плоскости, то вода не будет выливаться. При вращении ведёрка сила давления воды на дно не остаётся постоянной: она максимальна в нижней точке и минимальна в верхней. Вода не будет выливаться, если сила её давления на дно будет положительной во всех точках траектории, кроме верхней, где она может быть равной нулю. В верхней точке сила давления, выраженная в ньютонах, равна

$$P = m \left( \frac{v^2}{L} - g \right) \text{ где } m \text{ — масса воды в килограммах, } v \text{ — скорость движения}$$

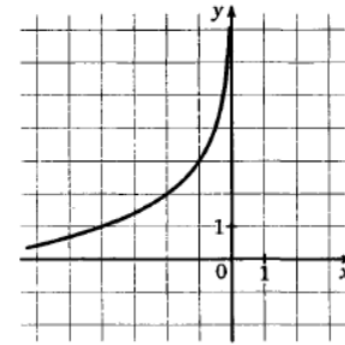
ведёрка в м/с,  $L$  — длина верёвки в метрах,  $g$  — ускорение свободного падения (считайте, что  $g = 10 \text{ м/с}^2$ ). С какой минимальной скоростью надо вращать ведёрко, чтобы вода не выливалась, если длина верёвки равна 0,625 м? Ответ выразите в м/с.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9. Трем рабочим поручили изготовить одинаковые партии деталей. Производительность первого рабочего была на 10% меньше, чем у второго, и на 20% больше, чем у третьего. Первым приступил к работе третий рабочий, спустя 6 минут начал свою работу первый рабочий и они закончили свои задания одновременно. На сколько минут позже третьего рабочего начал работать второй, если он свое задание выполнил на 2 минуты раньше, чем первый и третий рабочий?

Ответ: \_\_\_\_\_.

10. На рисунке изображен график функции  $f(x) = b + \log_a\left(-\frac{1}{x}\right)$ , где  $a, b$  — целые числа. Найдите значение  $x$ , при котором  $f(x) = 5$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

11. Найдите наименьшее значение функции  $f(x) = 3x^4 + 4x^3 - 12x^2 - 12$  на отрезке  $[-0,5; 2]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.**

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания**

## Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение  $(-2 \cos^2 x + \sin x + 1) \cdot \log_{0,5}(-0,8 \cos x) = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку  $[-6\pi; -4\pi]$

13. Конус и полусфера имеют общее основание, радиус которого относится к высоте конуса как 1:3.

А) Докажите, что поверхность полусферы делит образующую конуса в отношении 4:1, считая от вершины конуса.

Б) Найдите площадь поверхности полусферы, находящейся внутри конуса, если радиус их общего основания равен 5.

14. Решите неравенство:  $\sqrt{2 - \log_{\frac{1}{2}} x} \cdot \frac{(x-1)(x+7)}{x+2} \geq 0$

15. Строительство нового цеха по производству роботов-пылесосов стоит 300 млн рублей. Затраты на производство  $x$  тыс. единиц продукции на такой линии равны  $0,1x^2 + 3x + 100$  млн рублей в год. Если продукцию продавать по цене  $p$  тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит  $px - (0,1x^2 + 3x + 100)$ . Когда цех будет построен, каждый год фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. В первый год после постройки цеха цена продукции  $p = 12$  тыс. руб. за единицу, каждый следующий год цена продукции увеличивается на 1 тыс. руб. за единицу. За сколько лет окупится строительство цеха?

16. Дана равнобедренная трапеция ABCD. На боковой стороне AB и большем основании AD взяты соответственно точки K и L так, что  $KL \parallel CD$  и  $CK=DL$ .

А) Докажите, что  $\angle BCK = \angle AKL$

Б) Найдите площадь трапеции ABCD, если  $KL = 12$ ,  $DL = 2,5BK$ ,  $S_{CDLK} = 26\sqrt{6}$

17. Найдите все положительные значения параметра  $a$ , при каждом из которых любое значение  $x$  из отрезка  $[-1; 1]$  будет являться решением неравенства

$$3a^{2x} - 16^x + 2 \cdot (4a)^x \geq 0$$

18. В натуральном числе  $n$  между всеми парами соседних цифр вставили одну и ту же цифру  $c$ . Получилось число  $m$ , которое делится на  $n$ . Их частное равно  $k$ .

А) Может ли быть  $k = 10$ ?

Б) Может ли быть  $k = 2$ ?

В) Чему может быть равно наименьшее значение числа  $k$ ?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.