

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 403

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Найдите величину тупого угла между биссектрисами острых углов прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

2. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ все ребра равны $\sqrt{6}$. Найдите расстояние от точки C_1 до прямой BA_1 .

Ответ: _____.

3. В плацкартном вагоне 54 места. Четные места – верхние, нечетные – нижние. Места с 37 по 54 – боковые. Пассажир Р. покупает билет. При покупке билета место определяется случайно. Найдите вероятность того, что пассажиру Р. достанется нижнее не боковое место. *Ответ округлите до сотых.*

Ответ: _____.

4. Литье в болванках поступает из двух заготовительных цехов: из первого цеха – 70%, из второго цеха – 30%. Литье из первого цеха имеет 10% брака, литье из второго цеха – 20% брака. Случайно взятая болванка оказалась без дефекта. Найдите вероятность того, что она изготовлена первым цехом. *Ответ округлите до сотых.*

Ответ: _____.

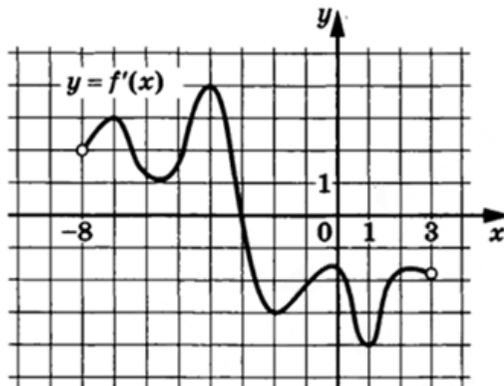
5. Решите уравнение $\frac{\sqrt{x^2 - 25} - 12}{\sqrt{-3x}} = 0$.

Ответ: _____.

6. Найдите $\log_a \sqrt[5]{a^4 b^3}$, если $\log_b a = -\frac{1}{3}$.

Ответ: _____.

7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. В какой точке отрезка $[-5; 0]$ функция $f(x)$ принимает наибольшее значение?



Ответ: _____.

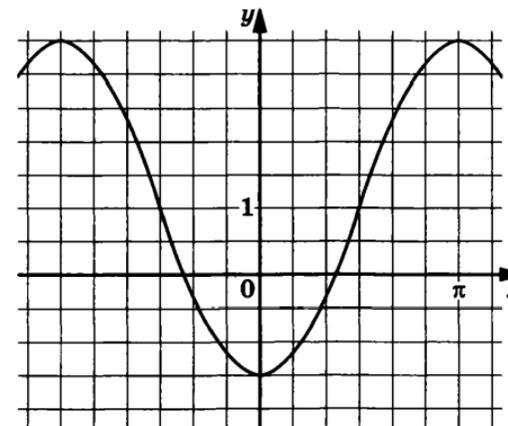
8. Два тела массой $m = 2$ кг каждое движутся с одинаковой скоростью $v = 10$ м/с под углом 2α друг к другу. Энергия (в джоулях), выделяющаяся при их абсолютно неупругом соударении, определяется выражением $Q = mv^2 \sin^2 \alpha$. Под каким наименьшим углом 2α (в градусах) должны двигаться тела, чтобы в результате соударения выделилось не менее 50 джоулей?

Ответ: _____.

9. Байдарка в 10:00 вышла из пункта А в пункт В, расположенный в 15 км от А. Пробыв в пункте В 1 час 20 минут, байдарка отправилась назад и вернулась в пункт А в 18:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость байдарки, если известно, что скорость течения реки 3 км/ч.

Ответ: _____.

10. На рисунке изображен график функции $f(x) = a \cdot \cos x + b$. Найдите a .



Ответ: _____.

11. Найдите точку максимума функции: $y = \ln(x + 9) - 10x + 7$

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\frac{6 \sin x - 2 \cos 2x - 4 \cos^2 x - 3}{\sqrt{7} \sin x - 3 \cos x} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[-4\pi; -3\pi]$

13. В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ отмечены середины P и E отрезков AB и AD соответственно.

А) Докажите, что прямые $B_1 E$ и CP перпендикулярны.

Б) Найдите расстояние между этими прямыми, если $B_1 E = 5\sqrt{5}$?

14. Решите неравенство:

$$\log_{2-5x} 3 + \frac{1}{\log_2(2-5x)} \leq \frac{1}{\log_6(6x^2 - 6x + 1)}$$

15. Первый банк предлагает открыть вклад с процентной ставкой 10%, а второй - 11%. Проценты по вкладу начисляются раз в год и прибавляются к текущей сумме вклада. Клиент сделал одинаковые вклады в оба банка. Через два года второй банк уменьшил процентную ставку по вкладу с 11% до $P\%$. Еще через год клиент закрыл оба вклада и забрал все накопившиеся средства, и оказалось, что второй банк принес ему больший доход, чем первый. Найдите наименьшее целое P , при котором это возможно.

16. На стороне BC треугольника ABC , в котором $AB < BC$, взята точка D так, что $BD = AB$. Биссектриса BL пересекает отрезок AD в точке P , отрезок CK – перпендикуляр к прямой AD .

А) Докажите, что $\frac{BC}{AB} - \frac{DK}{AP} = 1$

Б) Найдите отношение площади треугольника ABP к площади четырехугольника $CDPL$, если $AB : BC = 5 : 7$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение:

$$2^{\frac{2x}{1+x^2}} + a \cdot \cos\left(\frac{x^2-1}{x}\right) + a^2 = \frac{5}{4}$$

имеет единственное решение.

18. На острове живут 3 серых, 28 бурых и 29 малиновых хамелеонов. При встрече двух хамелеонов разных цветов оба меняют свой цвет на третий (серый и бурый оба становятся малиновыми и т.п.).

А) Может ли в некоторый момент времени на острове оказаться 15 серых, 28 бурых и 17 малиновых хамелеонов?

Б) Может ли некоторый момент времени на острове оказаться 60 серых хамелеонов?

В) Какое наибольшее количество серых хамелеонов может оказаться на острове, при условии, что малиновых хамелеонов в этот момент времени ровно 2?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Задание	Ответ
1	135
2	3
3	0,33
4	0,72
5	-13
6	-1
7	-3
8	60
9	6
10	-2,5
11	-8,9

Задание	Ответ
12	<p>А) $\pi - \arcsin \frac{3}{4} + 2\pi n, n \in Z$</p> <p>Б) $-3\pi - \arcsin \frac{3}{4}$</p>
13	Б) $\frac{10}{3}$
14	$\left[-\frac{1}{3}; 0\right); \left(\frac{1}{5}; \frac{3-\sqrt{3}}{6}\right)$
15	9
16	Б) $\frac{30}{19}$
17	-1,5
18	А) да, Б) нет, В) 57