

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ**

**Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового 1 и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведённому ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

КИМ Ответ: -0,8

-0,8

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

Ответом к заданиям 1–11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

- 1 Найдите корень уравнения  $\sqrt{5x - 1} = 7$

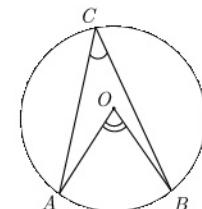
Ответ: \_\_\_\_\_.

- 2 На чемпионате по прыжкам в воду выступают 45 спортсменов, среди них 21 прыгун из США, 6 прыгунов из России, остальные прыгуны из Японии. Порядок выступлений определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что первой будет выступать прыгун из Японии.

Ответ: \_\_\_\_\_.

- 3 Найдите центральный угол  $AOB$ , если он на  $67^\circ$  больше вписанного угла  $ACB$ , опирающегося на ту же дугу.  
Ответ дайте в градусах.

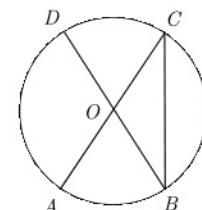
Ответ: \_\_\_\_\_.



**ИЛИ**

- 3 Отрезки  $AC$  и  $BD$  – диаметры окружности с центром  $O$ . Угол  $AOD$  равен  $84^\circ$ . Найдите вписанный угол  $ACB$ .  
Ответ дайте в градусах.

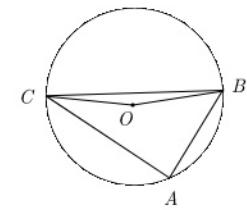
Ответ: \_\_\_\_\_.



**ИЛИ**

- 3 Треугольник  $ABC$  вписан в окружность с центром  $O$ . Угол  $BAC$  равен  $32^\circ$ . Найдите угол  $BOC$ .  
Ответ дайте в градусах.

Ответ: \_\_\_\_\_.

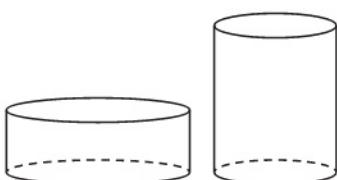


4 Найдите значение выражения  $\sqrt{2} \sin \frac{7\pi}{8} \cos \frac{7\pi}{8}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

5 Объём первого цилиндра равен  $6 \text{ м}^3$ . У второго цилиндра высота в два раза меньше, а радиус основания в три раза больше, чем у первого. Найди объём второго цилиндра ( $\text{в м}^3$ ).

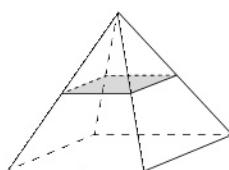
Ответ: \_\_\_\_\_.



ИЛИ

5 В правильной четырехугольной пирамиде все ребра равны 2. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых ребер.

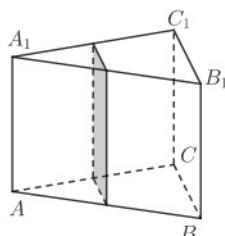
Ответ: \_\_\_\_\_.



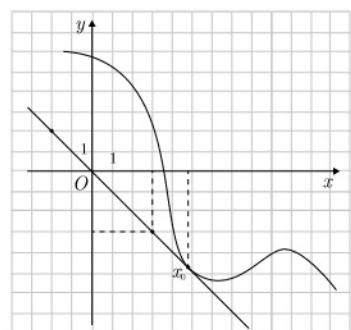
ИЛИ

5 В правильной треугольной призме  $ABC A_1B_1C_1$  стороны оснований равны 2, боковые ребра равны 10. Найдите площадь сечения призмы плоскостью, проходящей через середины ребер  $AB$ ,  $AC$ ,  $A_1B_1$  и  $A_1C_1$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



6 Дан график функции  $y = f(x)$ , касательная в точке с абсциссой  $x_0$ . Найти значение производной функции  $f(x)$  в  $x_0$



Ответ: \_\_\_\_\_.

7

Водолазный колокол, содержащий  $v = 5$  моля воздуха при давлении  $p_1 = 1,1$  атмосферы, медленно опускают на дно водоёма. При этом происходит изотермическое сжатие воздуха до конечного давления  $p_2$ . Работа, совершаемая водой при сжатии воздуха, определяется выражением  $A = \alpha v T \log_2 \frac{p_2}{p_1}$ , где  $\alpha = 11,5$  - постоянная,  $T = 300 \text{ К}$  - температура воздуха. Найдите, какое давление  $p_2$  (в атм) будет иметь воздух в колоколе, если при сжатии воздуха была совершена работа в 34500 Дж.

Ответ: \_\_\_\_\_.

8

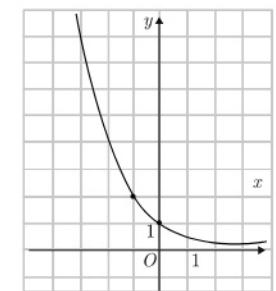
Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 80 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 5 км/ч, стоянка длится 23 часа, а в пункт отправления теплоход возвращается через 35 часов после отплытия из него.

Ответ: \_\_\_\_\_.

9

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a^x$ . Найдите значение  $f(-4)$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



10

Стрелок стреляет по 4 одинаковым мишеням по одному разу, вероятность промаха 0,2, найдите вероятность что он попадёт в первую мишень, а в 3 оставшиеся промахнется.

Ответ: \_\_\_\_\_.

ИЛИ

Игровую кость бросили два раза. Известно, что пять очков не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма очков равна 5».

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Часть 2**

**11** Найдите наименьшее значение функции  $y = 11 + \frac{7\sqrt{3}}{18}\pi - \frac{7\sqrt{3}}{3}x - \frac{14\sqrt{3}}{3}\cos x$  на отрезке  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**ИЛИ**

**11** Найдите минимум функции  $y = x^3 - 16x^2 + 64x + 17$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.



*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.  
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

Для записи решений и ответов на задания 12–1 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

**12**

а) Решите уравнение  $2\sin^2 x - \cos(-x) - 1 = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

**ИЛИ**

**12**

а) Решите уравнение  $5^{2\log_2(\sin x)} = \frac{5}{5\log_2(\sin x)}$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**13**

Точка М — середина бокового ребра SC правильной четырёхугольной пирамиды SABCD, точка N лежит на стороне основания BC. Плоскость  $\alpha$  проходит через точки М и N параллельно боковому ребру SA

а) Плоскость  $\alpha$  пересекает ребро DS в точке L. Докажите, что BN:NC=DL:LS

б) Пусть BN:NC=1:2. Найдите отношение объёмов многогранников, на которые плоскость альфа разбивает пирамиду

**14**

Решите неравенство:  $\frac{6}{5^x - 125} \leq \frac{1}{5^x - 25}$

**ИЛИ**

**14**

Решите неравенство:  $\frac{13}{3^x - 81} \leq \frac{1}{3^x - 9}$

**ИЛИ**

**14**

Решите неравенство:  $\log_2 x + 2\log_x 2 \geq \frac{3}{(\log_2 x)^3}$

15

В 2016 году взят кредит 3 млн. р. на 5 лет под 20 процентов. Известно, что в 2016, 2017, 2018 и 2019 годах сумма долга не изменялась, в 2020 и 2021 годах платеж был равным и в июле 2021 долг уже был погашен. Найди разность между первым и последним платежом.

ИЛИ

15

В июле 2022 года планируется взять уредит на пять лет в размере 1050 тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 10 % по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2023, 2024 и 2025 гдов долг остается равным 1050 тыс. руб;
- выплаты в 2026 и 2027 годах равны;
- к июлю 2027 года долг будет выплачен полностью.

На сколько рублей последняя выплата будет больше первой?

16

Биссектриса  $BB_1$  и высота  $CC_1$  треугольника  $ABC$  пересекают описанную окружность в точках  $M$  и  $N$ . Известно, что  $\angle BCA = 85^\circ$  и  $\angle ABC = 40^\circ$

- а) докажите, что  $CN = BM$ .
- б) пусть  $MN$  и  $BC$  пересекаются в точке  $D$ . Найти площадь треугольника  $BDN$ , если его высота  $BH$  равна 7

17

Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + a^2 - 2x - 6a = |6x - 2a|$$

имеет два решения.

18

По кругу расставлены  $N$  чисел, меньших 400. Сумма любых трех подряд чисел не должна делиться на 3. Сумма любых четырех подряд чисел должна делиться на 3.

- а) Может ли  $N$  быть равно 360?
- б) Может ли  $N$  быть равно 149?
- в) Какое максимально возможное  $N$



Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.