

1

Найдите корень уравнения $3^{\log_{27}(2x-9)} = 3^1$.

B2C615

Источники:

ФИПИ (старый банк)

$$\log_{27}(2x-9) = 1$$

$$27^1 = 2x - 9$$

$$36 = 2x$$

$$x = 18$$

ОТВЕТ: 1 8

2

По отзывам покупателей Пётр Петрович оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,87. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,92. Пётр Петрович заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Источники:

Пробный ЕГЭ 2014

$$\textcircled{1} P(\text{А не доставит товар}) = 0,13$$

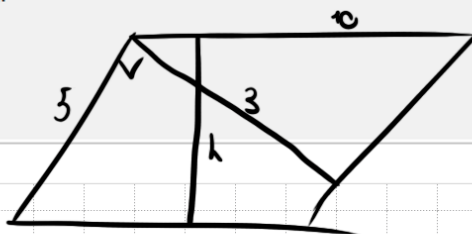
$$P(\text{Б не доставит товар}) = 0,08$$

$$\textcircled{2} 0,13 \cdot 0,08 = 0,0104$$

ОТВЕТ: 0,0104

3

Стороны параллелограмма равны 5 и 10. Высота, опущенная на меньшую из этих сторон, равна 3. Найдите высоту, опущенную на большую сторону параллелограмма.



D254F2

$$S_{\text{пар}} = 5 \cdot 3 = 10 \cdot h$$

$$15 = 10h$$

$$h = 1,5$$

ОТВЕТ: 1,5

4

Найдите значение выражения

$$\frac{4^{8,7}}{16^{2,6}} = \frac{4^{8,7}}{(4^2)^{2,6}} = \frac{4^{8,7}}{4^{5,2}} = 4^{3,5} = (2^2)^{3,5} = 2^7 = 128$$

Источники:

ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2018

ОТВЕТ: 128

5

Введите ответ в поле ввода

В правильной четырёхугольной пирамиде все рёбра равны 2. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через середины боковых рёбер.

Введите ответ



i

Номер: 4482



Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ОТВЕТИТЬ

$$S = 1 \cdot 1 = 1$$

ОТВЕТ: 1

6

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{6}t^3 - 2t^2 + 6t + 250$, где x

— расстояние от точки отсчёта в метрах,

t — время в секундах, измеренное с момента начала движения. В какой момент времени (в секундах) её скорость была равна 96 м/с?



D14B5E

$$v(t) = \frac{1}{6} \cdot 3t^2 - 2 \cdot 2t + 6$$

$$96 = \frac{1}{2}t^2 - 4t + 6$$

$$\frac{1}{2}t^2 - 4t - 90 = 0 \quad | \cdot 2$$

$$t^2 - 8t - 180 = 0$$

$$t = 18 \quad t = -10$$

Источники:

ФИПИ (новый банк)
Досрочная волна 2014

Источники:

ФИПИ (старый банк)

ПРОИЗВОДНЫЕ

- ✓ $C' = 0$
 - ✓ $x' = 1$
 - ✓ $(Cx)' = C$
 - ✓ $(x^n)' = n \cdot x^{n-1}$
 - ✓ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
 - $(U \cdot V)' = U'V + UV'$
 - $\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$
 - $(U(V))' = (U(V))' \cdot V'$
 - $(\sin x)' = \cos x$
 - $(\cos x)' = -\sin x$
 - $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$
 - $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
 - $(e^x)' = e^x$
 - $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$
 - $(\ln x)' = \frac{1}{x}$
 - $(\log_a b)' = \frac{1}{b \cdot \ln a}$
- ФИЗИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ**
 $s'(t) = v(t)$
 $v'(t) = a(t)$

ОТВЕТ: 1 8

7

Высота над землёй подброшенного вверх мяча меняется по закону $h(t) = 1,4 + 14t - 5t^2$, где h — высота в метрах, t — время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд мяч будет находиться на высоте не менее 11 метров?

7AAC01

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Пробный ЕГЭ 2015

$$h \geq 11$$

$$1,4 + 14t - 5t^2 \geq 11$$

$$-5t^2 + 14t - 9,6 \geq 0 \quad | \cdot (-1)$$

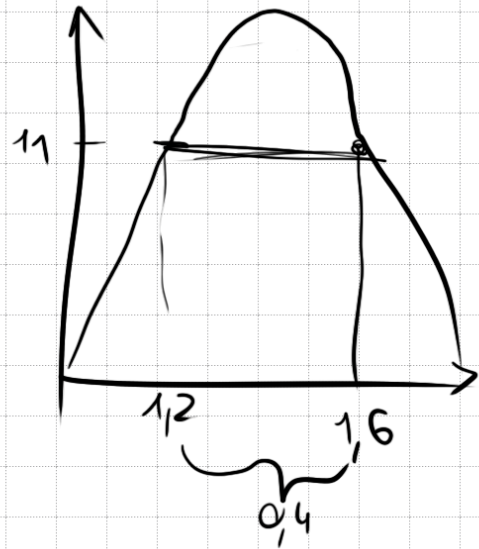
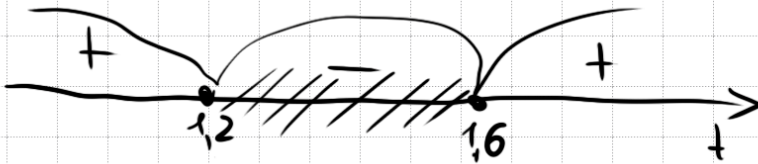
$$5t^2 - 14t + 9,6 \leq 0$$

$$D = 4900 - 4800 = 100$$

$$t = \frac{14 \pm 10}{10}$$

$$t = 1,6$$

$$t = 1,2$$



ОТВЕТ: 0,4

8

Первая труба наполняет резервуар на 13 минут дольше, чем вторая. Обе трубы, работая одновременно, наполняют этот же резервуар за 42 минуты. За сколько минут наполняет этот резервуар одна вторая труба?

4E4109

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 ФИПИ (новый банк)
 Демо 2021
 Основная волна 2017
 Досрочная волна 2016

	Произ-ть	Время	Кол-во рез-ва
I	$\frac{1}{x+13}$	$x+13$	1
II	$\frac{1}{x}$	x	1
Вместе	$\frac{1}{42} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x+13}$	42	1

$$\frac{1}{42} = \frac{2x+13}{x^2+13x}$$

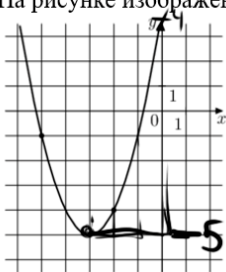
$$x^2 + 13x = 84x + 546$$

$$x^2 - 71x - 546 = 0$$

$$x = 78$$

ОТВЕТ: 78

9 На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 + bx + c$. Найдите $f(-9)$.



① $a = 1$

$y = 1x^2 + bx + c$

② $x_0 = -3 = \frac{-b}{2a}$

$3 = \frac{b}{2 \cdot 1} \quad b = 6$

$y = 1 \cdot x^2 + 6x + c$

③ $c = 4$

$y = 1 \cdot x^2 + 6x + 4$

④ $f(-9) = 1 \cdot 81 - 54 + 4 = 31$

ОТВЕТ: 31

Источники:

Mathege

10 В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,35. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,2. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Источники:

Только MATHEGE

I автомат

ост
ост
зак
зак

II автомат

ост
зак
ост
зак

0,5
0,15
0,15
0,2 } 0,35 } 1

ОТВЕТ: 0,5

11

Введите ответ в поле ввода

Найдите наименьшее значение функции

$$y = 12x - \ln(12x) + 4$$

на отрезке $\left[\frac{1}{24}; \frac{5}{24}\right]$.

Введите ответ

Номер: 5136 ★ Статус задания: НЕ РЕШЕНО

ОТВЕТИТЬ

$$\textcircled{1} y' = 12 - \frac{1 \cdot 12}{12x} = 0$$

$$12 = \frac{1}{x}$$

$$x = \frac{1}{12} = \frac{2}{24} \checkmark$$

$$\textcircled{2} y\left(\frac{1}{24}\right) = \dots$$

$$y\left(\frac{1}{12}\right) = 1 - 0 + 4 = 5$$

$$y\left(\frac{5}{24}\right) = \dots$$

ОТВЕТ: 5

Источники:

ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2018
Пробный ЕГЭ 2016

12

а) Решите уравнение

$$4\sin^3 x + 4\sqrt{3}\cos^2 x + 3\sin x = 4\sqrt{3}$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\text{a) } 4\sin^3 x + 4\sqrt{3} \cdot (1 - \sin^2 x) + 3\sin x - 4\sqrt{3} = 0$$

$$4\sin^3 x + 4\sqrt{3} - 4\sqrt{3}\sin^2 x + 3\sin x - 4\sqrt{3} = 0$$

$$\sin x \cdot (4\sin^2 x - 4\sqrt{3}\sin x + 3) = 0$$

$$\sin x = 0$$

$$x = \pi n$$

$$4\sin^2 x - 4\sqrt{3}\sin x + 3 = 0$$

$$\text{Пусть } \sin x = t$$

$$4t^2 - 4\sqrt{3}t + 3 = 0$$

$$D = 48 - 48 = 0$$

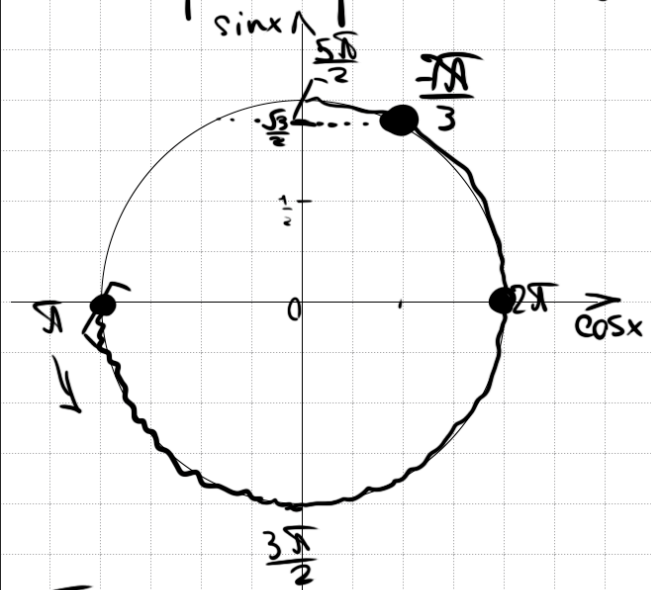
$$t = \frac{4\sqrt{3}}{8} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + 2\pi n$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

б) Отберём корни с помощью окружности



Получим также:

$$x = \pi$$

$$x = 2\pi$$

$$x = \frac{2\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

ОТВЕТ:

$$\text{a) } \pi n, \frac{\pi}{3} + 2\pi n, \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\text{б) } \pi, 2\pi, \frac{2\pi}{3}$$

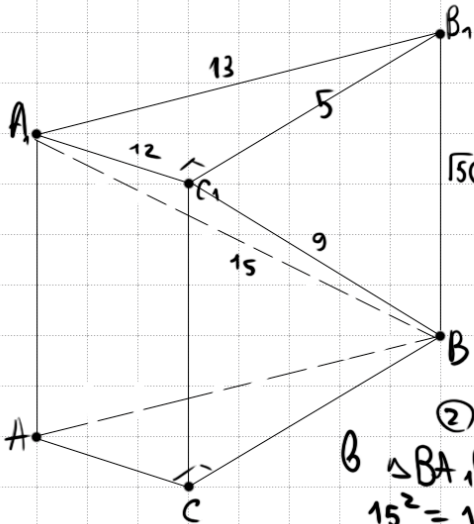
Источники:

Основная волна 2021

13

Основанием прямой треугольной призмы $ABCA_1B_1C_1$ является прямоугольный треугольник ABC с прямым углом C . Диагонали боковых граней AA_1B_1B и BB_1C_1C равны 15 и 9 соответственно, $AB = 13$.

- а) Докажите, что треугольник BA_1C_1 прямоугольный.
б) Найдите объём пирамиды AA_1C_1B .



а) ①

 $\Delta ABB_1:$

$$BB_1 = \sqrt{15^2 - 13^2} = \sqrt{56}$$

 $\Delta BB_1C_1:$

$$B_1C_1 = \sqrt{9^2 - 56} = 5$$

 $\Delta A_1B_1C_1:$

$$A_1C_1 = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

② Заметим, что

в ΔBA_1C_1 выполн. т. Пиф.

$$15^2 = 12^2 + 9^2$$

$\Rightarrow \Delta BA_1C_1$ - прямоугольн. по т. Пиф.

$$V_{\text{нп}} = \frac{1}{3} \cdot S_{AA_1C_1} \cdot BC$$

$$= \frac{1}{3} \cdot \frac{12 \cdot \sqrt{56}}{2} \cdot 5 = 20\sqrt{14}$$

ОТВЕТ: $20\sqrt{14}$

14

Решите неравенство

$$\frac{9^x - 3^{x+1} - 19}{3^x - 6} + \frac{9^{x+1} - 3^{x+4} + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3.$$

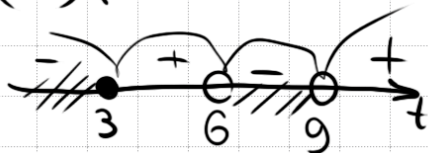
$$\frac{9^x - 3^x \cdot 3 - 19}{3^x - 6} + \frac{9^x \cdot 9 - 3^x \cdot 3^4 + 2}{3^x - 9} \leq 10 \cdot 3^x + 3$$

Пусть $3^x = t$

$$\frac{t^2 - 3t - 19}{t - 6} + \frac{9t^2 - 81t + 2}{t - 9} - \frac{10t}{1} - \frac{3}{1} \leq 0$$

$$\frac{t^2 - 3t - 19t - 9t^2 + 27t + 171 + 9t^2 - 81t^2 + 2t - 54t^2 + 486t - 12 - 10t + 150t - 540t - 3t + 45t - 12}{t^2 - 15t + 54} \leq 0$$

$$\frac{t - 3}{(t - 6)(t - 9)} \leq 0$$

ОТВЕТ: $(-\infty; 3] \cup (6; 9)$

$$\begin{cases} t \leq 3 \\ 6 < t < 9 \end{cases}$$

$$3^x \leq 3^1$$

$$x \leq 1$$

$$3^{\log_3 6} < 3^x < 3^2$$

$$\log_3 6 < x < 2$$

Источники:

Гордін #14 2019
Основная волна 2017

Источники:

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2016
Пробный ЕГЭ 29.02.2020

15

В июле планируется взять кредит в банке на сумму 3 млн рублей на некоторый срок (целое число лет). Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на 20% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Чему будет равна общая сумма выплат после полного погашения кредита, если наименьший годовой платёж составит 0,24 млн рублей?

Пусть n - срок кредита
март - месяц платежа

Дата	Сумма долга
n	3
1 { n	$3 \cdot 1,2 = 3,6$ \Rightarrow было вып. $0,6 + \frac{3}{n}$
2 { n	$3,6 - 1 \cdot \frac{3}{n}$
3 { n	$3,6 - 2 \cdot \frac{3}{n}$ \Rightarrow вып. $0,6 + \frac{2 \cdot 3}{n}$
4 { n	$3,6 - 3 \cdot \frac{3}{n}$ \Rightarrow вып. $0,6 + \frac{3 \cdot 3}{n}$
...	$3 - 3 \cdot \frac{3}{n}$
ОТВЕТ:	7,8 млн

n { n
 2
 n
 4

$\frac{3,6}{n} \leq 0$
 \Rightarrow вып. $\frac{3,6}{n}$

Наименьший платёж = Последний платёж

$\frac{3,6}{n} = 0,24$
 $n = 15$

Выплата обр. убав. арифм. прогр.
Воспользуемся ф-лой

$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$

O.C.B. = $0,6 + \frac{3}{15} + \frac{3,6}{15} \cdot 15$

$\frac{0,8 + 0,24}{2} \cdot 15$

$0,52 \cdot 15$

7,8 млн

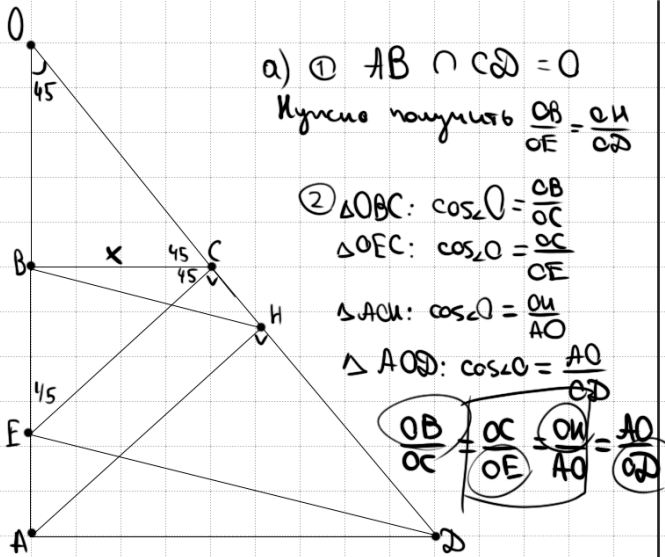
16

В трапеции ABCD боковая сторона AB перпендикулярна основаниям. Из точки A на сторону CD опущили перпендикуляр AH. На стороне AB отмечена точка E так, что прямые CD и CE перпендикулярны.

- а) Докажите, что прямые BH и ED параллельны.
- б) Найдите отношение BH к ED, если $\angle BCD = 135^\circ$.

Источники:

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна 2016
Сергеев 2018
Ященко 2018



а) ① $AB \perp CD = 0$
Нужно получить $\frac{OB}{OE} = \frac{OH}{OD}$

② $\triangle OBC: \cos 45^\circ = \frac{OB}{OC}$
 $\triangle OEC: \cos 45^\circ = \frac{OC}{OE}$

$\triangle ACH: \cos 45^\circ = \frac{OH}{AO}$
 $\triangle AOD: \cos 45^\circ = \frac{AO}{OD}$

$\frac{OB}{OC} = \frac{OC}{OE} = \frac{OH}{AO} = \frac{AO}{OD}$

$OC \cdot AO = OH \cdot OE$
 $OC \cdot AO = OB \cdot OD$

$OH \cdot OE = OB \cdot OD$
 $\frac{OB}{OE} = \frac{OH}{OD}$

$\Rightarrow \triangle OBH \sim \triangle OED$ по 2 уг.

$\frac{OB}{OE} = \frac{OH}{OD}$ - $\angle O$ - общий

$\Rightarrow \angle OCB = \angle ODE$ - соотв.

$\Rightarrow BH \parallel ED$

③ $\frac{BH}{ED} = k = \frac{OB}{OE}$
к-ое. нужно

② $\angle BCE = 135 - 90 = 45$
 $\angle BCO = 90 - 45 = 45$
 $\angle BEC = 180 - 90 - 45 = 45$
 $\angle BOC = 180 - 90 - 45 = 45$

③ Пусть $BC = x$
Тогда $OB = x$
 $BE = x$

$\frac{OB}{OE} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$

ОТВЕТ: 1:2

Найдите все значения a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y^2 - x - 2 = |x^2 - x - 2|, \\ x - y = a \end{cases}$$

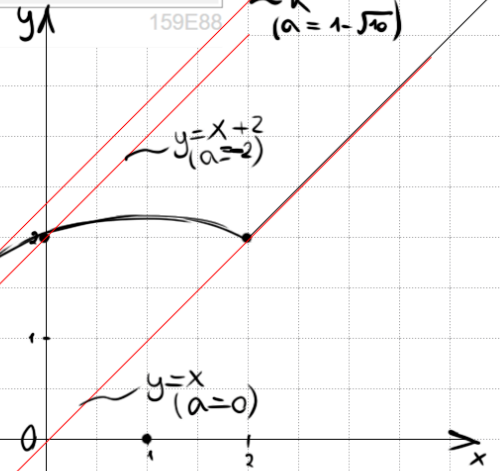
имеет более двух решений.

ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Основная волна (Резерв) 2015
Ященко 2019 (36 вар)

$$\begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ y^2 - x - 2 = x^2 - x - 2 \\ x^2 - x - 2 < 0 \\ y^2 - x - 2 = -x^2 + x + 2 \\ y = x - a \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = -x \\ (x-1)^2 + y^2 = \sqrt{5}^2 \\ y = x - a \end{cases}$$

н/м $a < 1 - \sqrt{10}$ 1 рен
 $a = 1 - \sqrt{10}$ 2 рен
 $1 - \sqrt{10} < a < -2$ 3 рен
 $a = -2$ 2 рен
 $-2 < a < 0$ 1 рен
 $a = 0$ беск.
 $a > 0$ 1 рен



ОТВЕТ:

$(1 - \sqrt{10}; -2) \cup \{0\}$

Найдем a для прямой k :

$$\begin{cases} y = x - a \\ x^2 - 2x + 1 + y^2 = 5 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 2x + 1 + (x - a)^2 &= 5 \\ x^2 - 2x + 1 + x^2 - 2ax + a^2 &= 5 \\ 2x^2 + x \cdot (-2 - 2a) + a^2 - 4 &= 0 \\ D &= (-2 - 2a)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (a^2 - 4) = 0 \\ 4 + 8a + 4a^2 - 8a^2 + 32 &= 0 \\ 4a^2 - 8a - 36 &= 0 \\ a^2 - 2a - 9 &= 0 \\ D_a &= 40 \\ a &= \frac{2 \pm 2\sqrt{10}}{2} = 1 \pm \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$a_r = 1 - \sqrt{10}$$

Каждое из чисел a_1, a_2, \dots, a_{350} равно 1, 2, 3 или 4. Обозначим

$$S_1 = a_1 + a_2 + \dots + a_{350}, S_2 = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{350}^2,$$

$$S_3 = a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{350}^3, S_4 = a_1^4 + a_2^4 + \dots + a_{350}^4.$$

Известно, что $S_1 = 569$.

а) Найдите S_4 , если еще известно, что $S_2 = 1307, S_3 = 3953$.

б) Может ли $S_4 = 4857$?

в) Пусть $S_4 = 4785$. Найдите все значения, которые может принимать S_2 .

Пусть e - кол-во единиц,
 d - кол-во двоек,
 t - кол-во троек,
 c - кол-во четверок

Источники:

ФИПИ (старый банк)
 Основная волна (Резерв) 2013

$$\begin{cases} e + d + t + c = 350 & \text{кол-во чисел} \\ e + 2d + 3t + 4c = 569 & S_1 \\ e + 4d + 9t + 16c = 1307 & S_2 \\ e + 16d + 81t + 64c = 3953 & S_3 \end{cases} \begin{cases} -6d - 12t - 18c = -1314 & \cdot (-1) \\ 6d + 24t + 60c = 3384 & \cdot 1 \end{cases} \begin{cases} -12d - 54t - 144c = -1938 & \cdot (-1) \\ 12d + 32t + 60c = 3384 & \cdot 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2d + 2t + 3c = 219 & \text{②} - \text{①} \\ 4d + 18t + 48c = 2646 & \text{④} - \text{②} \\ 6d + 24t + 60c = 3384 & \text{④} - \text{②} \\ 3d + 8t + 15c = 957 & \text{③} - \text{①} \end{cases} \cdot (-3) \begin{cases} 6t + 21c = 1035 & | \cdot 4 \\ -22t - 84c = -4110 & \end{cases}$$

ОТВЕТ:	а) 13835
	б) нет
	в) 1041 и 1053

$$\begin{cases} e + d + t + c = 350 \\ e + 2d + 3t + 4c = 569 \\ e + 16d + 81t + 256c = 4857 \end{cases} \begin{cases} 2t = 30 \\ t = 15 \\ c = 45 \\ d = 54 \\ e = 236 \end{cases} S_4 = e + 16d + 81t + 256c = 13835$$

$$\begin{cases} d + 2t + 3c = 219 & \text{②} - \text{①} \\ 15d + 80t + 255c = 4507 & \text{③} - \text{①} \end{cases} \cdot (-15) \begin{cases} d + 2t + 3c = 219 \\ 15d + 80t + 255c = 4507 \end{cases} + \begin{cases} -15d - 30t - 45c = -3285 \\ 15d + 80t + 255c = 4507 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 50t + 210c = 1222 & | :2 \\ 25t + 105c = 611 \end{cases}$$

д) Ответ: нет, т.к. нет решений этого уравнения в целых числах.

$$\begin{cases} d + 2t + 3c = 219 & \text{②} - \text{①} \\ 15d + 80t + 255c = 4435 & \text{③} - \text{①} \\ 3d + 16t + 51c = 887 & \end{cases}$$

$$\begin{cases} -3d - 6t - 9c = -657 \\ 3d + 16t + 51c = 887 \end{cases} \begin{cases} 10t + 42c = 230 \\ 5t + 21c = 115 \\ 21c = 115 - 5t \\ c = \frac{115 - 5t}{21} \\ c = \frac{5 \cdot (23 - t)}{21} \end{cases}$$

c должно быть целым, поэтому есть 2 варианта

$t_1 = 2 \quad t_2 = 23$
 $c_1 = 5 \quad c_2 = 0$
 $\dots \quad \dots$
 $S_2 = 1041 \quad S_2 = 1053$