1

Найдите корень уравнения $6^{1+3x} = 36^{2x}$.

93C4F3

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Демо 2021
Демо 2020
Основная волна 2021
Основная волна 2020
Основная волна 2019
Демо 2019
Демо 2018
Демо 2017
Основная волна 2017
Основная волна 2016
Демо 2016
Демо 2015
Основная волна 2013

$$6^{1+3x} = (6^2)^{2x}$$

$$6^{1+3x} = 6^{4x}$$

$$1+3x = 4x$$

$$x = 1$$

Ответ: 1

2

Вероятность того, что на тестировании по физике учащийся А. верно решит больше 6 задач, равна 0,61. Вероятность того, что А. верно решит больше 5 задач, равна 0,66. Найдите вероятность того, что А. верно решит ровно 6 задач.

5BDD2B

Источники:

FIPI (старый банк)
Пробный ЕГЭ 2017

...
3
4
5
6 ?
7
8
...

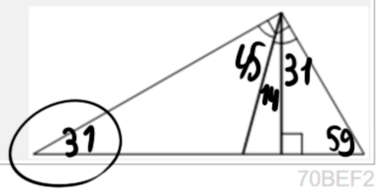
0,61

0,66

Ответ: 0,05

3

В прямоугольном треугольнике угол между высотой и биссектрисой, проведёнными
из вершины прямого угла, равен 14°. Найдите меньший угол прямоугольного треугольника. Ответ дайте в градусах.



70BEF2

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)

Ответ: 31

4

Найдите значение выражения
$6\log_7\sqrt[3]{7}$.

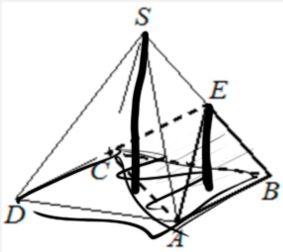
$6\cdot\frac{1}{3}\cdot\log_7 7 = 2$

Источники:
Досрочная волна 2021
Демо 2021
Демо 2020
Основная волна 2019

Ответ: 2

5

Объём правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$ равен 116. Точка E — середина ребра SB. Найдите объём треугольной пирамиды $EABC$.



943A2F

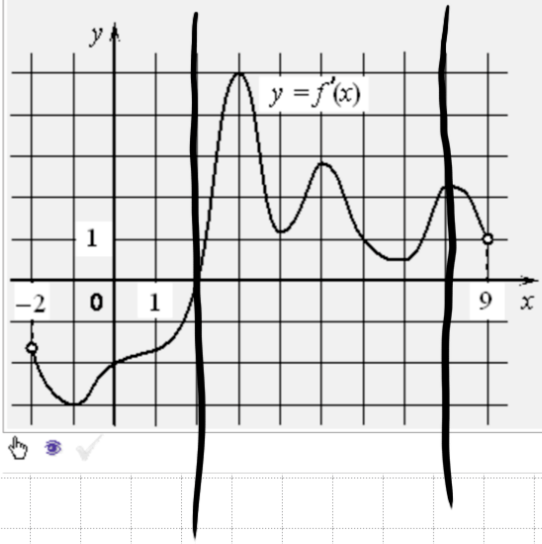
Источники:

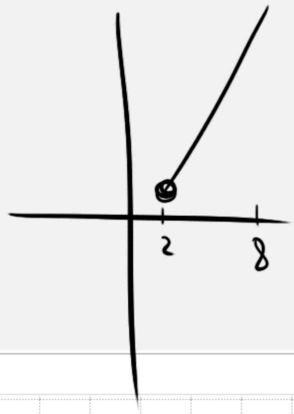
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Пробный ЕГЭ 2018

Ответ: 29

6

На рисунке изображён график $y = f'(x)$ производной функции $f(x)$, определённой на интервале $(-2;\ 9)$. В какой точке отрезка $[2;\ 8]$ функция $f(x)$ принимает наименьшее значение?





12659F

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2021
Основная волна 2018
Досрочная волна 2014
Основная волна 2013

Ответ: 2

7

Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с фокусным расстоянием $f = 56$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 90 см до 110 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана — в пределах от 100 см до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

На каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким? Ответ дайте в сантиметрах.

90C7A3

Источники:
FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Пробный ЕГЭ 2018
Основная волна 2017

При $d_2 = 100$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{100}^{(56} = \frac{1}{56}^{(100}$$

$$\frac{1}{d_1} = \frac{44}{56 \cdot 100}$$

$$d_1 = \frac{5600}{44} = \ldots$$

При $d_2 = 120$

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{120}^{(56} = \frac{1}{56}^{(120}$$

$$\frac{1}{d_1} = \frac{\cancel{64}\ 8}{\cancel{56} \cdot \cancel{120}}\ \begin{matrix}15 \\ 7\end{matrix}$$

$$d_1 = 105$$

Ответ: 105

8

Введите ответ в поле ввода

Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объёмом 112 литров она заполняет на 6 минут быстрее, чем первая труба?

Введите ответ

i Номер: 5097 Статус задания: НЕ РЕШЕНО ОТВЕТИТЬ

Источники:
FIPI (новый банк)
Основная волна 2018

	Пр-ть	Время	Кол-во литров
$I_{медл}$	$x-6$	$\frac{112}{x-6}$	112
II	x	$\frac{112}{x}$	112

$$t_{медл} - t_{быстр} = 6 \text{ мин}$$

$$\frac{112}{x-6}^{(x} - \frac{112}{x}^{(x-6} = 6$$

$$\frac{\cancel{112x} - \cancel{112x} + 112 \cdot \cancel{6}}{x^2 - 6x} = \cancel{6}$$

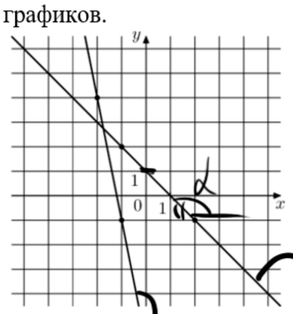
$$x^2 - 6x - 112 = 0$$

$$x = 14 \qquad x = -8$$

Ответ: 14

9 На рисунке изображены графики двух линейных функций. Найдите абсциссу точки пересечения графиков.

Источники: Mathege



$y = -x + 1$

$y = -5 \cdot x - 6$

$-x + 1 = -5x - 6$

$4x = -7$

$x = -1{,}75$

Ответ: $-1{,}75$

10 Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется положительным. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,02. Известно, что 77% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет положительным.

Источники: Mathege

P(Признали больным)

P(человек болен, при этом система нашла больного) P(человек здоров, при этом система ошиблась)

$0{,}77 \cdot 0{,}9 \quad + \quad 0{,}23 \cdot 0{,}02$

$0{,}6930 \qquad 0{,}0046$

Ответ: $0{,}6976$

11 Найдите наименьшее значение функции $y = e^{2x} - 5e^{x} - 2$ на отрезке $[-2; 1]$.

4B49EA

Источники:
FIPI (старый банк)
Пробный ЕГЭ 2018
Досрочная волна 2013

① $y' = 2e^{2x} - 5 \cdot e^{x} = 0$

$e^{x} \cdot (2e^{x} - 5) = 0$

$e^{x} = 0$ $\quad\quad$ $e^{x} = 2{,}5$

$\varnothing$ $\quad\quad$ $x = \ln 2{,}5$

② $y(-2) = \ldots$

$y(\ln 2{,}5) = e^{2\ln 2{,}5} - 5e^{\ln 2{,}5} - 2 = 6{,}25 - 5 \cdot 2{,}5 - 2 = -8{,}25$

$y(1) = \ldots$

Ответ: -8,25

12 а) Решите уравнение

$$\frac{\sin x}{\cos x + 1} = 1 - \cos x.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right]$.

Источники:
Досрочная волна 2018

а) $\frac{\sin x}{\cos x + 1} - \frac{1}{1} + \frac{\cos x}{1} = 0$ $\quad (\cos x+1$ $\quad (\cos x+1$

$\frac{\sin x - \cancel{\cos x} - 1 + \cos^2 x + \cancel{\cos x}}{\cos x + 1} = 0$

$\frac{\sin x - \cancel{1} + \cancel{1} - \sin^2 x}{\cos x + 1} = 0$

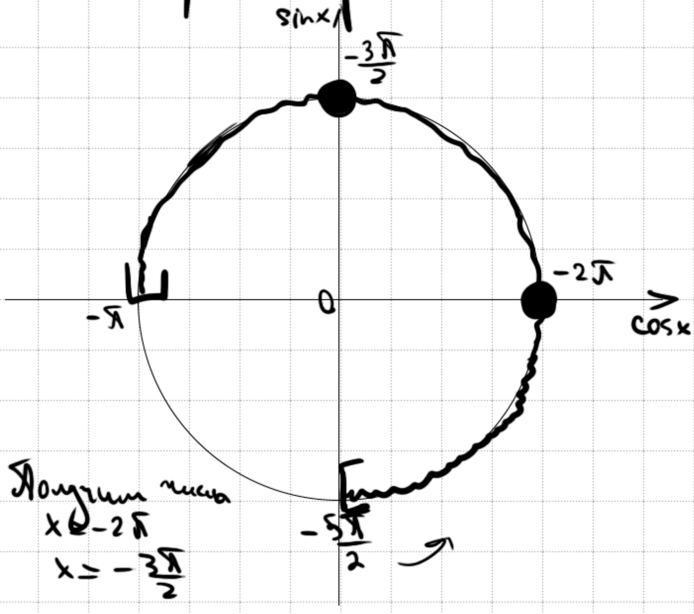
$\frac{\sin x \cdot (1 - \sin x)}{\cos x + 1} = 0$

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \sin x = 0 \\ \sin x = 1 \end{array}\right. \\ \cos x \neq -1 \end{cases}$ $\quad$ $\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x = \pi n \\ x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n \end{array}\right. \\ x \neq \pi + 2\pi n \end{cases}$

$x = 2\pi n$

$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n$

б) Отберём корни с помощью окр.:



Получим числа
$x = -2\pi$
$x = -\frac{3\pi}{2}$

Ответ: а) $2\pi n$, $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$; $n \in Z$
б) -2π; $-\frac{3\pi}{2}$

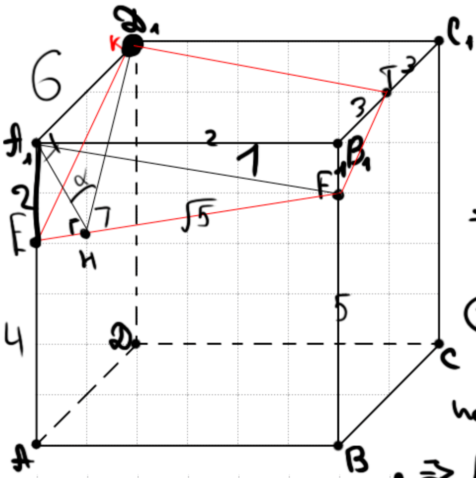
13

На ребре AA_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ взята точка E так, что $A_1E : EA = 1 : 2$, на ребре BB_1 — точка F так, что $B_1F : FB = 1 : 5$, а точка T — середина ребра B_1C_1. Известно, что $AB = 2$, $AD = 6$, $AA_1 = 6$.

а) Докажите, что плоскость EFT проходит через вершину D_1.

б) Найдите угол между плоскостью EFT и плоскостью AA_1B_1.

E95564



а) ① Пл. сеч. пересекает парал. грани по пар. прямым

$\Rightarrow FT \parallel EK$

② $\triangle B_1FT \sim \triangle A_1EK$ по 2 углам

$\Rightarrow A_1K = 6$

$A_1D_1 = 6$

$\Rightarrow K$ и D_1 совпадают

Точ.

ИО

б) ① EF – прямая пересеч. пл-тей

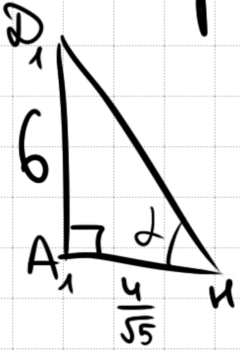
Пусть $A_1H \perp EF$

A_1H – проекция на (AA_1B_1)

D_1H – наклонная

$\Rightarrow \angle A_1HD_1$ – искомый

② Рассмотрим $\triangle A_1D_1H$ – прямоуг.



$$tg\alpha = \frac{6\sqrt{5}}{4}$$

③ Рассмотрим $\triangle A_1EF$

$$S_{A_1EF} = 3 - 1 = 2 = \frac{1}{2} \cdot EF \cdot A_1H$$

$$2 = \frac{1}{2}\sqrt{5} \cdot A_1H$$

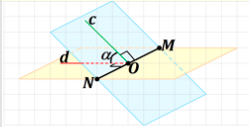
$$A_1H = \frac{4}{\sqrt{5}}$$

Ответ: $arctg(1{,}5\sqrt{5})$

Источники:

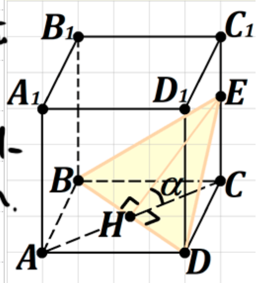
FIPI (старый банк)
Ященко 2021 (10 вар)
Ященко 2020 (10 вар)
Ященко 2020 (14 вар)
Ященко 2020 (36 вар)
Ященко 2020 (50 вар)
Ященко 2019 (50 вар)
Ященко 2019 (14 вар)

УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ



Угол между плоскостями – это угол между перпендикулярами к линии их пересечения, проведённым в этих плоскостях

УГОЛ МЕЖДУ ПЛОСКОСТЯМИ



Находим угол между плоскостью сечения и плоскостью проекции сечения

$$\cos\alpha = \frac{S_{проекции}}{S_{сечения}}$$

14 Решите неравенство

$$1+\frac{14}{3^x-9}+\frac{48}{9^x-2\cdot 3^{x+2}+81}\geq 0.$$

Источники:
Основная волна 2017

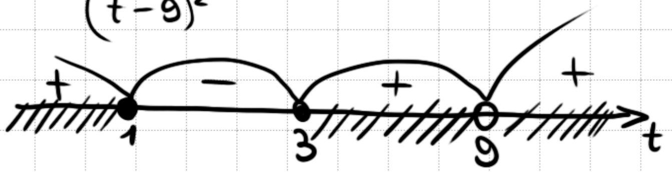
$$\frac{1}{1}+\frac{14}{3^x-9}+\frac{48}{9^x-2\cdot 3^x\cdot 3^2+81}\geq 0$$

Пусть $3^x=t$

$$\frac{1}{1}+\frac{14}{t-9}+\frac{48}{t^2-18t+81}\geq 0$$

$$\frac{t^2-18t+81+14t-126+48}{(t-9)^2}\geq 0$$

$$\frac{t^2-4t+3}{(t-9)^2}\geq 0$$



$$\left[\begin{array}{l} t\leq 1 \\ 3\leq t<9 \\ t>9 \end{array}\right.$$

$3^x\leq 3^0$ $\quad$ $3^1\leq 3^x<3^2$ $\quad$ $3^x>3^2$

$x\leq 0$ $\quad$ $1\leq x<2$ $\quad$ $x>2$

ОТВЕТ: $(-\infty;0]\cup[1;2)\cup(2;+\infty)$

15 В июле 2016 года планируется взять кредит в банке на пять лет в размере S тыс. рублей. Условия его возврата таковы:

– каждый январь долг возрастает на 20% ($\cdot 1{,}2$) по сравнению с концом предыдущего года;
– с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
–в июле 2017, 2018 и 2019 годов долг остаётся равным S тыс. рублей;
– выплаты в 2020 и 2021 годах равны по 360 тыс. рублей;
– к июлю 2021 года долг будет выплачен полностью.

Найдите общую сумму выплат за пять лет.

Источники:
FIPI (старый банк)
Основная волна 2020
Основная волна 2016

Пусть март - месяц платежа

Дата	Сумма долга
и 16	S
я 17	$1{,}2\cdot S$
м 17	$\Rightarrow$ была выплата $0{,}2S$
и 17	S
я 18	$1{,}2S$
м 18	$\Rightarrow$ б.в. $0{,}2S$
и 18	S
я 19	$1{,}2S$
м 19	$\Rightarrow$ б.в. $0{,}2S$
и 19	S

я 20	$1{,}2S$
м 20	была выпл. 360
и 20	$1{,}2S-360$
я 21	$1{,}2^2\cdot S-1{,}2\cdot 360$
м 21	б.в. 360
и 21	$1{,}2^2\cdot S-1{,}2\cdot 360-360=0$

$1{,}44S=360\cdot 2{,}2$

$S=\frac{\cancel{360}\cdot\cancel{22}\cdot 10\cancel{0}}{\cancel{10}\cdot\cancel{144}\cdot\cancel{12}}=550$ тыс

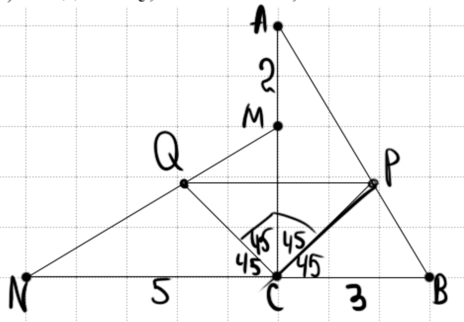
О.С.В. $=3\cdot 0{,}2S+2\cdot 360=0{,}6\cdot 550+720$
$=1050$ тыс

ОТВЕТ: 1050 тыс.

16 В прямоугольном треугольнике ABC точка M лежит на катете AC, а точка N лежит на продолжении катета BC за точку C, причём $CM = BC$ и $CN = AC$. Отрезки CP и CQ — биссектрисы треугольников ACB и NCM соответственно.

Источники: Основная волна 2019

а) Докажите, что CP и CQ перпендикулярны.
б) Найдите PQ, если $BC = 3$, а $AC = 5$.



а) $\angle ACP = 45^\circ = \frac{1}{2}\angle ACB$

$\angle ACQ = 45^\circ = \frac{1}{2}\angle NCM$

$\angle QCP = 45 + 45 = 90^\circ$

$\Rightarrow CP \perp CQ$ ■

б) ① $AB = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$

② $S_{ABC} = \frac{3\cdot 5}{2} = \frac{15}{2} = S_{APC} + S_{BPC}$

$S_{APC} = \frac{1}{2}\cdot 5\cdot PC\cdot\frac{\sqrt2}{2} = \frac{5\sqrt2\,PC}{4}$

$S_{BPC} = \frac{1}{2}\cdot 3\cdot PC\cdot\frac{\sqrt2}{2} = \frac{3\sqrt2\,PC}{4}$

$\frac{15}{2} = \frac{{}^{2}\cancel{8}\sqrt2\,PC}{\cancel{4}}$ $\quad PC = \frac{15}{4\sqrt2}$

Аналогично $CQ = \frac{15}{4\sqrt2}$

③ $PQ = \sqrt{\left(\frac{15}{4\sqrt2}\right)^2 + \left(\frac{15}{4\sqrt2}\right)^2} = \sqrt{\frac{450}{32}} = \frac{15}{4}$

по т. Пиф.

Ответ: $\frac{15}{4}$.

17

Найдите все значения a, при каждом из которых уравнение

$$\frac{x^3+x^2-9a^2x-2x+a}{x^3-9a^2x}=1$$

имеет ровно один корень.

7F0FA8

Источники:

FIPI (старый банк)
FIPI (новый банк)
Основная волна 2016

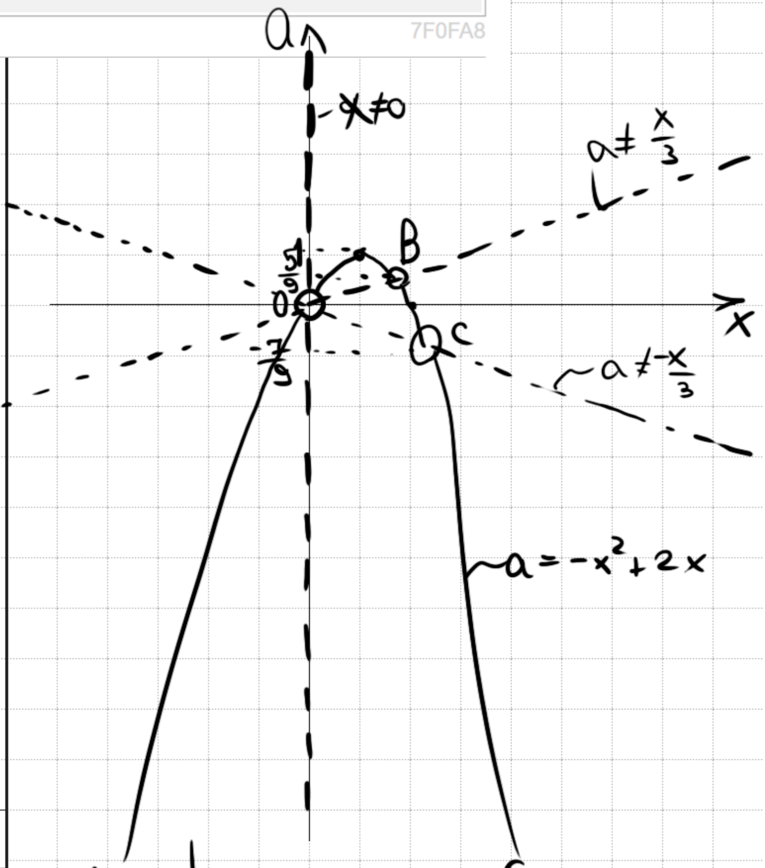
$$\frac{x^3+x^2-9a^2x-2x+a}{x^3-9a^2x}-\frac{1}{1}=0$$

$$\frac{\cancel{x^3}+x^2-\cancel{9a^2x}-2x+a-\cancel{x^3}+\cancel{9a^2x}}{x\cdot(x^2-9a^2)}=0$$

$$\frac{x^2-2x+a}{x(x-3a)(x+3a)}=0$$

$$\begin{cases} x^2-2x+a=0 \\ x\neq 0 \\ x\neq 3a \\ x\neq -3a \end{cases} \qquad \begin{cases} a=-x^2+2x \\ x\neq 0 \\ a\neq \frac{x}{3} \\ a\neq -\frac{x}{3} \end{cases}$$

$x_B=1$
$a_B=1$



Ответ: $\left\{-\frac{7}{9};0;\frac{5}{9};1\right\}$

Найдём ординату точки B.

$$-x^2+2x=\frac{x}{3}$$
$$x^2-\frac{5}{3}x=0$$
$$3x^2-5x=0$$
$$x\cdot(3x-5)=0$$
$$x=0 \qquad x=\frac{5}{3}$$
$$a_B=\frac{5}{3}:3=\frac{5}{9}$$

Найдём ординату точки C.

$$-x^2+2x=-\frac{x}{3}$$
$$x^2-\frac{7}{3}x=0$$
$$x=\frac{7}{3}$$
$$a_C=-\frac{7}{9}$$

18 Есть синие и красные карточки. Всего карточек 50 штук. На каждой написаны натуральные числа, среднее арифметическое которых равно 16. Все числа на синих карточках разные. При этом любое число на синей карточке больше, чем любое на красной. Числа на синих увеличили в 2 раза, после чего среднее арифметическое стало равно 31,2.

а) Может ли быть 10 синих карточек?
б) Может ли быть 10 красных карточек?
в) Какое наибольшее количество синих карточек может быть?

Источники:
Основная волна 2019

Пусть $\left.\begin{matrix} c \text{ – число синих карточек} \\ k \text{ – число красных} \end{matrix}\right\} 50_{шт}$

$$\text{Ср.ар.} = \frac{\text{Сумма всех}}{50} = 16$$

$\Rightarrow$ Сумма всех $= 800$

$$\text{Новое ср.ар.} = \frac{\text{Новая сумма всех}}{50} = 31{,}2$$

$\Rightarrow$ Новая сумма всех $= 1560$
$\Rightarrow$ Изначальная сумма синих $= 760$
$\Rightarrow$ Изначальная сумма красных $= 40$

ОТВЕТ:	а) Да
	б)
	в)

а) Может ли быть $c = 10$, $k = 40$?

Пусть на каждой красной единица.
Тогда $\underbrace{2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 706}_{760}$

$\Rightarrow$ Да, можно

б) $k = 10$? $c = 40$.

Ср.ар. на красных карточках $= 4$
$\Rightarrow$ Наиб. число на красной карточке ≥ 4

$\Rightarrow$ числа на синих карточках начинаются от 5 или выше

$$S_{min} = \frac{5 + 44}{2} \cdot 40 = 980$$
40 разных натур. чисел, начиная с 5

$980 > 760$
$\Rightarrow$ б) Не можно.

в) $c < 40$ (см. п. б)

Если $c = 39$, $k = 11$, то

$\frac{40}{11} = 3\frac{7}{11}$ – среднее красное число
$\Rightarrow$ среди красных есть 4
$\Rightarrow$ синие нач. с 5

$\varnothing$ $\frac{5+43}{2} \cdot 39 = 936$

Если $c = 38$, $k = 12$, то

$\frac{40}{12} = 3\frac{1}{3}$

$\varnothing$ $\frac{5+42}{2} \cdot 38 = 893$

Если $c = 37$, $k = 13$, то

$\frac{40}{13} = 3\frac{1}{13}$

$\varnothing$ $\frac{5+41}{2} \cdot 37 = 851$

Если $c = 36$, $k = 14$, то

$\frac{40}{14} = 2\frac{12}{14}$
$\Rightarrow$ среди красных может быть 3 наиб.
$\Rightarrow$ синие можно начать с 4

$$\frac{4+39}{2} \cdot 36 = 774$$

Если $\boxed{c = 35}$ $k = 15$, то

$\frac{40}{15} = 2,\ldots$
$\Rightarrow$ среди красных может быть 3 наиб.
$\Rightarrow$ синие можно начать с 4

$$\frac{4 + 38}{2} \cdot 35 = 735$$

Приведём пример для $C = 35$

На синих карточках
$\underbrace{\underbrace{4 \ldots 37}_{\frac{4+37}{2} \cdot 34 = 697}\quad 63}_{760}$