АЛГЕБРА (ЕГЭ база)

ТАБЛИЦА КВАДРАТОВ

Десятки \ Единицы	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

ТАБЛИЦА СТЕПЕНЕЙ

2^n	3^n	4^n	5^n	6^n	7^n	8^n	9^n
$2^0=1$	$3^0=1$	$4^0=1$	$5^0=1$	$6^0=1$	$7^0=1$	$8^0=1$	$9^0=1$
$2^1=2$	$3^1=3$	$4^1=4$	$5^1=5$	$6^1=6$	$7^1=7$	$8^1=8$	$9^1=9$
$2^2=4$	$3^2=9$	$4^2=16$	$5^2=25$	$6^2=36$	$7^2=49$	$8^2=64$	$9^2=81$
$2^3=8$	$3^3=27$	$4^3=64$	$5^3=125$	$6^3=216$	$7^3=343$	$8^3=512$	$9^3=729$
$2^4=16$	$3^4=81$	$4^4=256$	$5^4=625$				
$2^5=32$	$3^5=243$	$4^5=1024$					
$2^6=64$	$3^6=729$						
$2^7=128$							
$2^8=256$							
$2^9=512$							
$2^{10}=1024$							

СТЕПЕНИ

a^n – это степень
a – это основание
n – это показатель

1	2	3	4	5	6	7	8
$a^n\cdot a^m=a^{n+m}$	$a^n:a^m=a^{n-m}$	$(a^n)^m=a^{n\cdot m}$	$a^n\cdot b^n=(a\cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n}=\left(\frac{a}{b}\right)^n$	$a^0=1$	$a^{-n}=\frac{1}{a^n}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n}=\left(\frac{b}{a}\right)^n$

КОРНИ

1	2	3	4	5
$\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{ab}$	$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$	$\left(\sqrt{a}\right)^2=a$	$\sqrt{a^2}=\lvert a\rvert$	$\sqrt[n]{a^m}=a^{\frac{m}{n}}$

ФОРМУЛЫ СОКРАЩЁННОГО УМНОЖЕНИЯ

Разность квадратов	Квадрат разности	Квадрат суммы	Разность кубов	Сумма кубов
$a^2-b^2=(a-b)(a+b)$	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$	$a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

ЛОГАРИФМЫ

$\log_a b$ – логарифм b по основанию a
a – основание
b – подлогарифмическое выражение

Определение логарифма	ОДЗ	1	2
Если $\log_a b=c$, то $a^c=b$	Для $\log_a b$ $\begin{cases}a>0\\a\neq 1\\b>0\end{cases}$	$\log_a b+\log_a c=\log_a b\cdot c$	$\log_a b-\log_a c=log_a\frac{b}{c}$

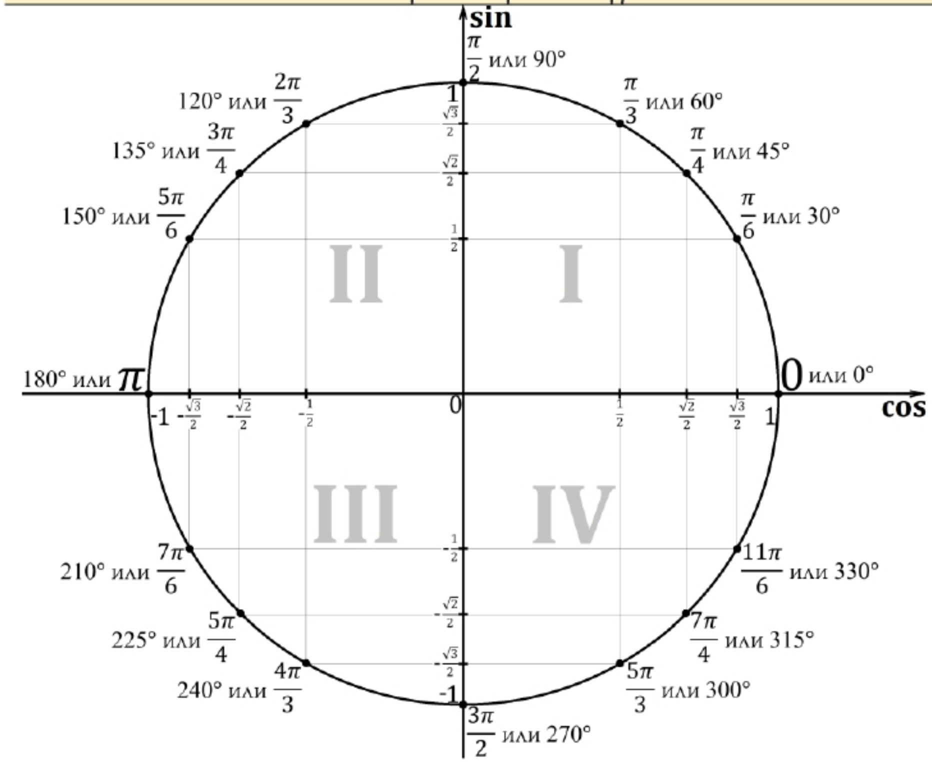
3	4	5	6	7
$a^{\log_a b}=b$	$\log_a b^m=m\cdot\log_a b$	$\log_{a^n} b=\frac{1}{n}\cdot\log_a b$	$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$	$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

Элементы прогрессии	1	2	3	4
d – это разность (на сколько изменяется каждый следующий член прогрессии) a_n – это какой-либо член прогрессии S_n – это сумма какого-либо количества членов прогрессии	$a_n=a_1+d(n-1)$	$S_n=\frac{(a_1+a_n)n}{2}$	$d=a_{n+1}-a_n$	$d=\frac{a_n-a_m}{n-m}$

ТРИГОНОМЕТРИЯ

Тригонометрическая окружность



Формулы приведения

1

Если в аргументе есть $\frac{\pi}{2}$ или $\frac{3\pi}{2}$ или $\frac{5\pi}{2}$ и т.д., то функция меняется на кофункцию

Если в аргументе есть π или 2π или 3π и т.д., то функция не меняется на кофункцию

Пример:

$\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) = \cos\alpha$

$\mathrm{tg}(\pi + \alpha) = \mathrm{tg}\,\alpha$

2

Чтобы определить знак, необходимо понять в какой четверти находится аргумент и смотреть на изначальную функцию, а не на изменившуюся

Пример:

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right)$

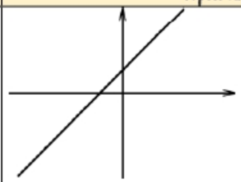
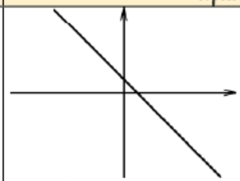
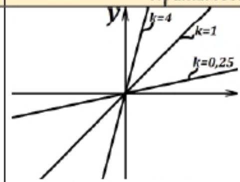
Это IV четверть, в ней синус имеет знак минус, поэтому

$\sin\left(\frac{3\pi}{2} + \alpha\right) = -\cos\alpha$

ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФОРМУЛЫ

Синус	Косинус	Тангенс	Котангенс
$\sin = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\cos = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{гипотенуза}}$	$\mathrm{tg} = \frac{\text{противолежащий катет}}{\text{прилежащий катет}}$	$\mathrm{ctg} = \frac{\text{прилежащий катет}}{\text{противолежащий катет}}$
		$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$	$\mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$
1	**2**	**3**	**4**
$\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$	$1 + \mathrm{tg}^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$	$1 + \mathrm{ctg}^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$	$\mathrm{tg}\,\alpha \cdot \mathrm{ctg}\,\alpha = 1$
5	**6**	**7**	**8**
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$	$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$	$\cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$	$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2\alpha$
9	**10**	**11**	**12**
$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$	$\sin(\alpha-\beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$	$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$	$\cos(\alpha-\beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

ПРЯМАЯ

Геометрический смысл производной	Прямая возрастает	Прямая убывает	Прижатость прямой к осям
$f'(x_0) = k = \operatorname{tg}\alpha$	 $k > 0$	 $k < 0$	 Чем больше k (по модулю) — тем больше прямая прижата к оси Oy

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

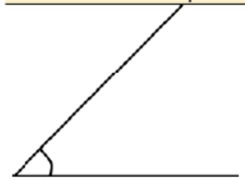
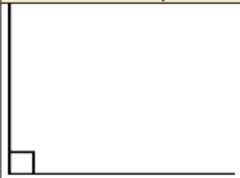
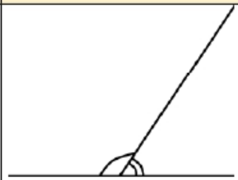
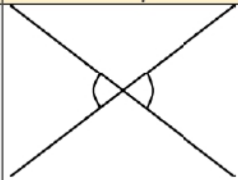
Признак делимости на 2	Признак делимости на 3	Признак делимости на 4	Признак делимости на 5	Признак делимости на 8	Признак делимости на 9	Признак делимости на 10	Признак делимости на 11
Число делится на 2, если его последняя цифра чётная (0 или 2 или 4 или 6 или 8) **Пример:** 1268 делится на 2 (т.к. последняя цифра 8 является чётной)	Число делится на 3, если сумма его цифр также делится на 3 **Пример:** 201432 делится на 3 (т.к. сумма цифр $2+0+1+4+3+2=12$ также делится на 3)	Число делится на 4, если две его последние цифры нули или составляют число, которое делится на 4 **Пример:** 18394735980274372 делится на 4 (т.к. последние две цифры составляют число 72, которое делится на 4)	Число делится на 5, если его последняя цифра 0 или 5 **Пример:** 32557245 делится на 5 (т.к. последняя цифра 5)	Число делится на 8, если три его последние цифры нули или составляют число, которое делится на 8 **Пример:** 12335862160 делится на 8 (т.к. последние три цифры составляют число 160, которое делится на 8)	Число делится на 9, если сумма его цифр также делится на 9 **Пример:** 27531828 делится на 9 (т.к. сумма цифр $2+7+5+3+1+8+2+8=36$ также делится на 9)	Число делится на 10, если его последняя цифра 0 **Пример:** 465756870 делится на 10 (т.к. последняя цифра 0)	Число делится на 11, если сумма цифр, которые стоят на чётных местах равна сумме цифр, стоящих на нечётных местах, либо разность этих сумм делится на 11 **Пример:** 1232 делится на 11 (т.к. сумма цифр, которые стоят на чётных местах равна сумме цифр, стоящих на нечётных местах) $1+3=2+2$ **Пример:** 1925 делится на 11 (т.к. разность сумм цифр, стоящих на чётных и на нечётных местах, равна 11) $(9+5)-(1+2)=11$

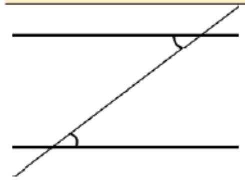
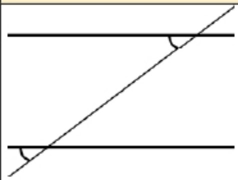
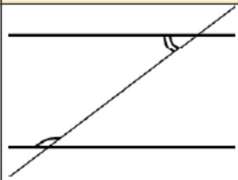
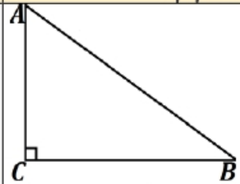
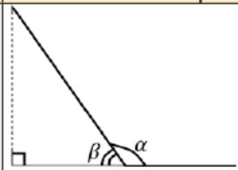
ВЕРОЯТНОСТЬ

Определение вероятности	Кубик бросают дважды	Сложение и умножение вероятностей	Вероятность суммы двух несовместных событий
Вероятность – это отношение благоприятных исходов ко всем исходам $p = \dfrac{\text{благоприятные исходы}}{\text{все исходы}}$	11 21 31 41 51 61 12 22 32 42 52 62 13 23 33 43 53 63 14 24 34 44 54 64 15 25 35 45 55 65 16 26 36 46 56 66	Складываем вероятности если нам подходит **или** одно событие, **или** другое Умножаем вероятности если нам подходит **и** одно событие, **и** другое	$p(A+B) = p(A) + p(B)$

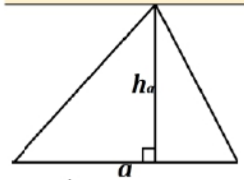
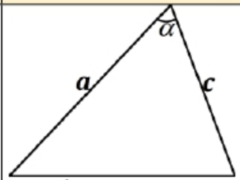
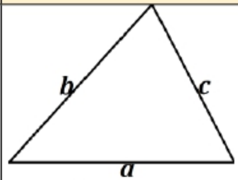
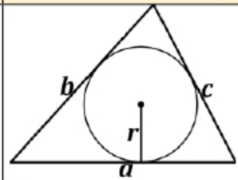
Геометрия

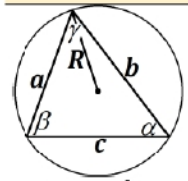
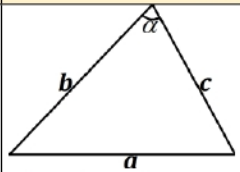
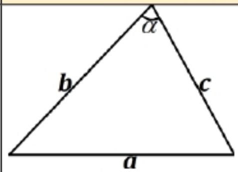
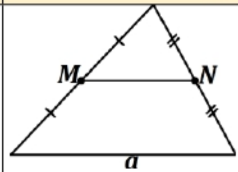
УГЛЫ

Острый	Прямой	Тупой	Смежные	Вертикальные	Сумма углов
 Меньше 90°	 Равен 90°	 Больше 90°	 В сумме 180°	 Равны	У треугольника 180° У четырёхугольника 360° У пятиугольника 540° У шестиугольника 720° У n —угольника $180°(n-2)$

Накрест лежащие	Соответственные	Односторонние	Свойство острых углов прямоугольного треугольника	Синус, косинус, тангенс и котангенс тупых углов
 Равны при параллельных прямых (первый признак параллельности прямых)	 Равны при параллельных прямых (второй признак параллельности прямых)	 В сумме 180° при параллельных прямых (третий признак параллельности прямых)	 $\sin A = \cos B$ $\sin B = \cos A$ $\operatorname{tg} A = \operatorname{ctg} B$ $\operatorname{tg} B = \operatorname{ctg} A$	 $\sin\alpha = \sin\beta$ $\cos\alpha = -\cos\beta$ $\operatorname{tg}\alpha = -\operatorname{tg}\beta$ $\operatorname{ctg}\alpha = -\operatorname{ctg}\beta$

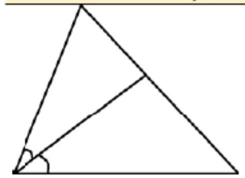
ТРЕУГОЛЬНИК

Площадь (через высоту)	Площадь (через угол)	Формула Герона	Площадь (через радиус)
 $S = \frac{1}{2}ah_a$	 $S = \frac{1}{2}ac \cdot \sin\alpha$	 $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$	 $S = pr$ p — полупериметр

Теорема синусов	Теорема косинусов	Следствие из теоремы косинусов	Средняя линия
 $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$	 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos\alpha$	 $\cos\alpha = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$	 – лежит на серединах сторон – параллельна основанию – равна половине основания $MN = \frac{a}{2}$

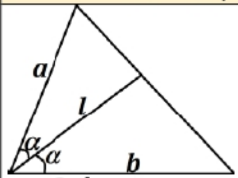
БИССЕКТРИСА

Определение



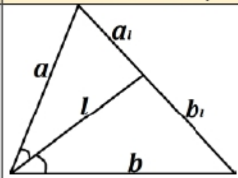
Биссектриса – это луч, делящий угол пополам

Длина (через угол)



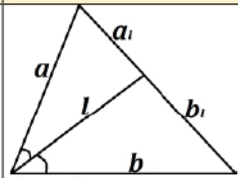
$$l = \frac{2ab \cdot \cos\alpha}{a+b}$$

Длина (через отрезки)



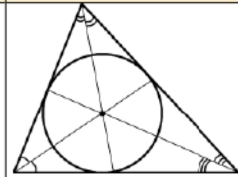
$$l = \sqrt{ab - a_l \cdot b_l}$$

Свойство



$$\frac{a_l}{b_l} = \frac{a}{b}$$

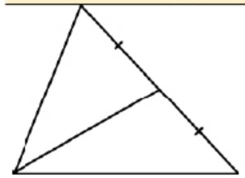
Свойство



Центр вписанной в треугольник окружности – это точка пересечения биссектрис

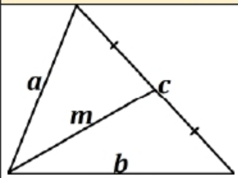
МЕДИАНА

Определение



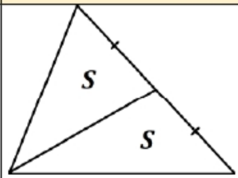
Медиана – это отрезок, делящий противоположную сторону треугольника пополам

Длина



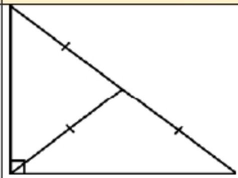
$$m^2 = \frac{a^2}{2} + \frac{b^2}{2} - \frac{c^2}{4}$$

Свойство



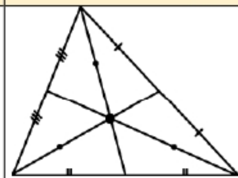
Медиана разбивает треугольник на два равновеликих (с одинаковыми площадями)

Свойство



В прямоугольном треугольнике медиана, проведённая к гипотенузе, равна половине гипотенузы

Свойство



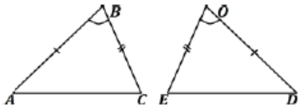
Медианы треугольника пересекаются в одной точке и точкой пересечения делятся в отношении 2:1 считая от вершины

ПОДОБИЕ И РАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Признаки равенства

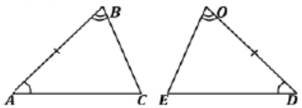
1

По двум сторонам и углу между ними



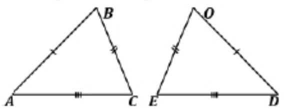
2

По стороне и двум, прилежащим к ней углам



3

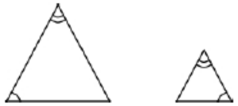
По трём сторонам



Признаки подобия

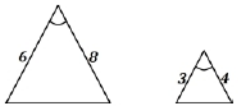
1

По двум углам



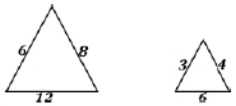
2

По двум пропорциональным сторонам и углу между ними



3

По трём пропорциональным сторонам



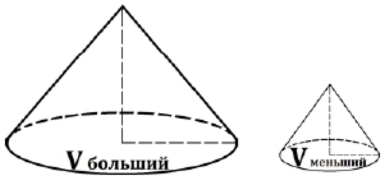
Отношение площадей

Отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия

$$\frac{S_{\text{большого треугольника}}}{S_{\text{маленького треугольника}}} = k^2$$

Отношение объёмов

Отношение объёмов подобных фигур равно кубу коэффициента подобия

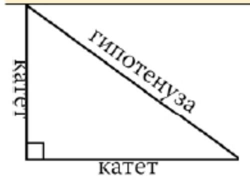
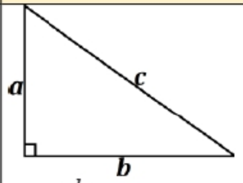
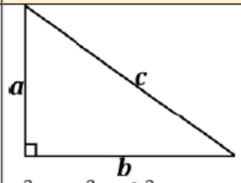
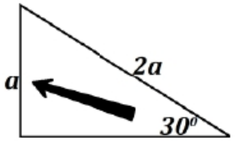
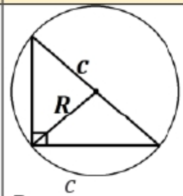
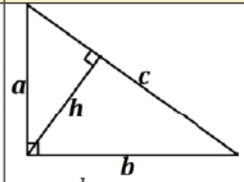
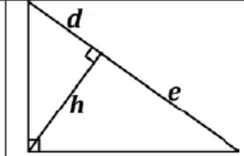


$$\frac{V_{\text{большой фигуры}}}{V_{\text{маленькой фигуры}}} = k^3$$

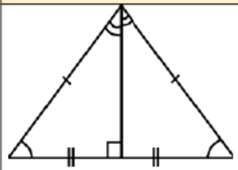
Отношение элементов

В подобных треугольниках отношение периметров, биссектрис, медиан, высот и серединных перпендикуляров равно коэффициенту подобия

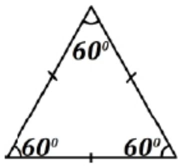
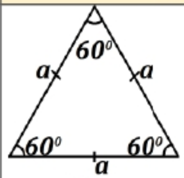
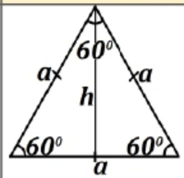
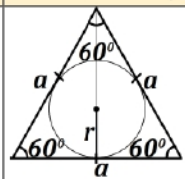
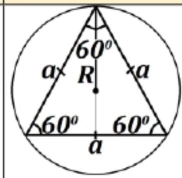
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Рисунок	Площадь	Теорема Пифагора	Катет напротив угла 30 градусов	Радиус	Высота	Высота
	 $S = \frac{ab}{2}$	 $c^2 = a^2 + b^2$	 Катет, лежащий напротив угла 30°, равен половине гипотенузы	 $R = \frac{c}{2}$	 $h = \frac{ab}{c}$	 $h^2 = de$

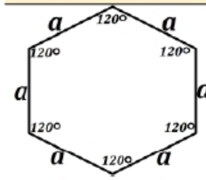
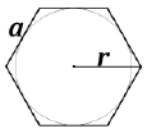
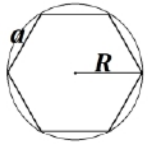
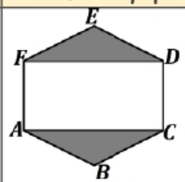
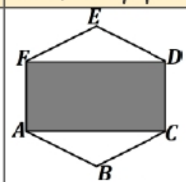
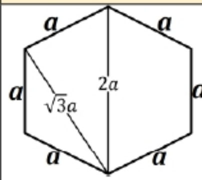
РАВНОБЕДРЕННЫЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Определение	Свойство
 Равнобедренный треугольник – это треугольник, у которого две стороны равны и углы при основании равны	 Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, равны

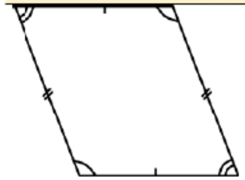
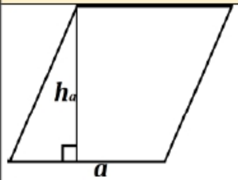
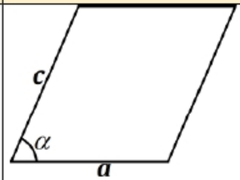
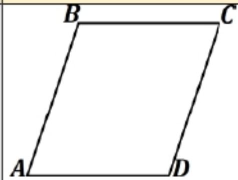
РАВНОСТОРОННИЙ ТРЕУГОЛЬНИК

Определение	Площадь	Высота	Радиус	Радиус
 Равносторонний треугольник – это треугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 60°	 $S = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$	 $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$	 $r = \frac{\sqrt{3}a}{6}$ $r = \frac{1}{3} \cdot h$	 $R = \frac{\sqrt{3}a}{3}$ $R = \frac{2}{3} \cdot h$

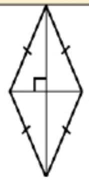
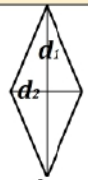
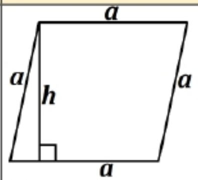
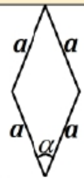
РАВНОСТОРОННИЙ ШЕСТИУГОЛЬНИК

Рисунок	Площадь	Радиус	Радиус	Площадь внутреннего треугольника	Площадь внутреннего прямоугольника	Диагонали
 Равносторонний шестиугольник – это шестиугольник, у которого все стороны равны и все углы равны 120°	 $S = \frac{3\sqrt{3}a^2}{2}$	 $r = \frac{\sqrt{3}a}{2}$	 $R = a$	 $S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}a^2}{4}$ $S_{ABC} = \frac{1}{6} S_{\text{шестиугольника}}$	 $S_{ACDF} = \sqrt{3}a^2$ $S_{ACDF} = \frac{2}{3} S_{\text{шестиугольника}}$	

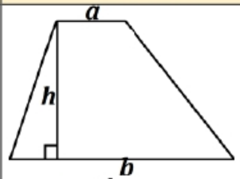
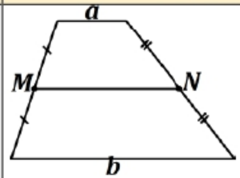
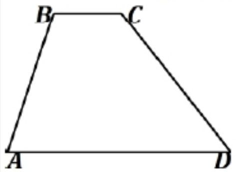
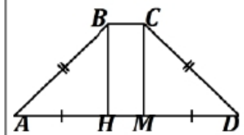
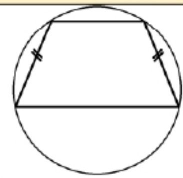
ПАРАЛЛЕЛОГРАММ

Определение	Площадь	Площадь	Свойство	Признаки параллелограмма
 Параллелограмм – это четырёхугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны	 $S = ah_a$	 $S = ac \cdot \sin\alpha$	 В параллелограмме сумма углов, прилежащих к любой стороне, равна 180°	1) Если две стороны равны и параллельны 2) Если противоположные углы попарно равны 3) Если противоположные стороны попарно равны 4) Если все противоположные стороны попарно параллельны

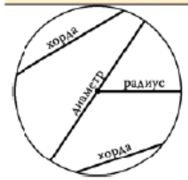
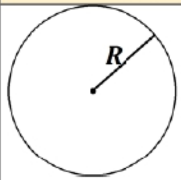
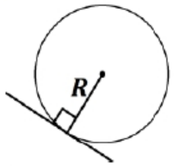
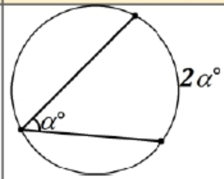
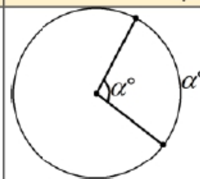
РОМБ

Определение	Площадь	Площадь	Площадь	Площадь	Признаки ромба
 Ромб – это параллелограмм, у которого все стороны равны	 $S = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$	 $S = ah$	 $S = a^2 \cdot \sin\alpha$	 $S = 2ar$	1) Если в четырёхугольнике все стороны равны, то он – ромб 2) Если в параллелограмме две смежные стороны равны, то он – ромб 3) Если в параллелограмме диагонали пересекаются под прямым углом, то он – ромб 4) Если в параллелограмме одна из диагоналей является биссектрисой его углов, то он – ромб

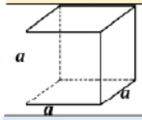
ТРАПЕЦИЯ

Определение	Площадь	Средняя линия	Свойство	Свойство	Свойство
 Трапеция – это четырёхугольник, у которого две стороны параллельны, а две нет	 $S = \frac{a+b}{2} \cdot h$	 – лежит на серединах сторон – параллельна основаниям – равна полусумме оснований $MN = \frac{a+b}{2}$	 В трапеции сумма углов, прилежащих к боковой стороне, равна 180°	 $AH = DM$	 Если трапеция вписана в окружность, то она - равнобедренная

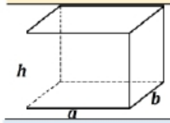
ОКРУЖНОСТЬ

Элементы круга	Площадь круга	Свойство касательной	Вписанный угол	Центральный угол
	 $S = \pi R^2$	 Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведённом в точку касания	 Вписанный угол равен половине дуги, на которую он опирается	 Центральный угол равен градусной мере дуги, на которую он опирается

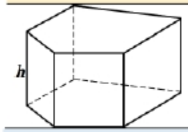
КУБ

Рисунок	Объём	Площадь поверхности	Диагональ
	$V = a^3$	$S_{\text{поверхности}} = 6a^2$	$d = \sqrt{3}a$

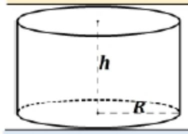
ПРЯМОУГОЛЬНЫЙ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Рисунок	Объём	Площадь поверхности	Диагональ
	$V = abh$	$S_{\text{поверхности}} = 2ab + 2ah + 2bh$	$d^2 = a^2 + b^2 + h^2$

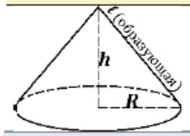
ПРИЗМА

Рисунок	Объём	Площадь поверхности	Площадь боковой поверхности
	$V = S_{\text{основания}} \cdot h$	$S_{\text{поверхности}} = 2S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой поверхности}}$	$S_{\text{боковой поверхности}} = P_{\text{основания}} \cdot h$

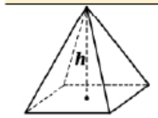
ЦИЛИНДР

Рисунок	Объём	Площадь поверхности	Площадь боковой поверхности
	$V = \pi R^2 h$	$S_{\text{поверхности}} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh$	$S_{\text{боковой поверхности}} = 2\pi Rh$

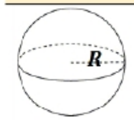
КОНУС

Рисунок	Объём	Площадь поверхности	Площадь боковой поверхности
	$V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$	$S_{\text{поверхности}} = \pi R^2 + \pi Rl$	$S_{\text{боковой поверхности}} = \pi Rl$

ПИРАМИДА

Рисунок	Объём	Площадь поверхности
	$V = \frac{1}{3}S_{\text{основания}} \cdot h$	$S_{\text{поверхности}} = S_{\text{основания}} + S_{\text{боковой поверхности}}$

ШАР

Рисунок	Объём	Площадь поверхности
	$V = \frac{4}{3}\pi R^3$	$S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2$