Тренировочный вариант № 23. ФИПИ.

Часть 1.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине. Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рис. 2).

Рис. 1

Второе число (число 65 в приведённом примере) – процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$. Последующая буква обозначает тип конструкции шины.

В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

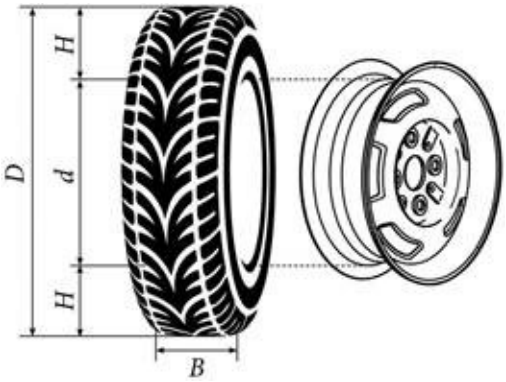


Рис. 2

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 215/65 R16.

Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	**Диаметр диска (дюймы)**		
	17	18	20
215	215/65	215/60	–
225	225/65; 225/60	225/55	–
235	235/60	235/55; 235/50	235/50

1. Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 17 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

2. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

3. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 235/50 R18?

Ответ: _____.

4. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 215/55 R17 меньше, чем радиус колеса с шиной маркировки 275/50 R17?

Ответ: _____.

5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 225/65 R16? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(\frac{5}{26}-\frac{3}{25}\right)\cdot\frac{13}{2}$. Ответ: _____.

7. Одно из чисел отмечено на прямой точкой. Какое это число?

1) $\frac{127}{22}$ 2) $\frac{141}{22}$ 3) $\frac{153}{22}$ 4) $\frac{173}{22}$ Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{a^{20}\cdot a^{-8}}{a^{14}}$ при $a=2$. Ответ: _____.

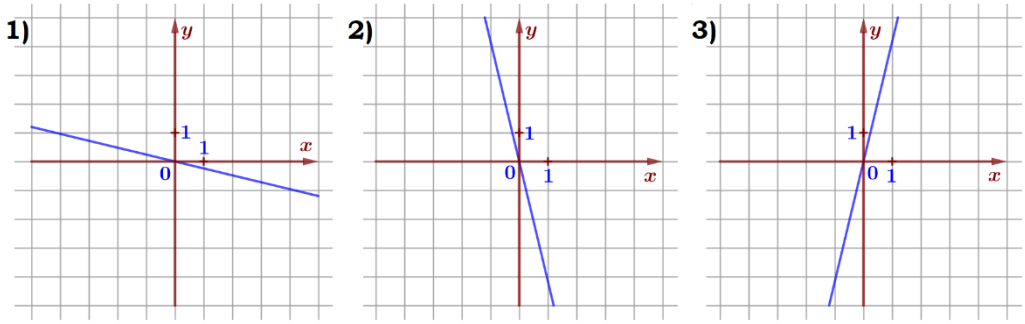
9. Найдите корень уравнения $x^2+9x-52=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

10. Дима, Леша, Ярик, Катя и Оля бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет девочка.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



А) $y=-4x$

Б) $y=-\frac{1}{4}x$

В) $y=4x$

Ответ:

А	Б	В

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

12. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S=\frac{d_1 d_2 \sin a}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, a – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2, если $d_1=12$, $\sin a=\frac{8}{9}$, а $S=32$.

Ответ: _____.

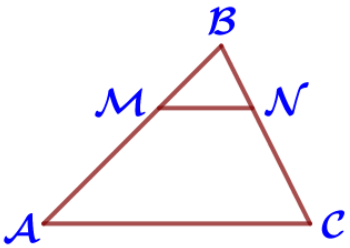
13. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

1) $x^2-53>0$ 2) $x^2-53<0$ 3) $x^2+53<0$ 4) $x^2+53>0$

Ответ: _____.

14. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на 5° С. Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 8 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла -11° С.

Ответ: _____.

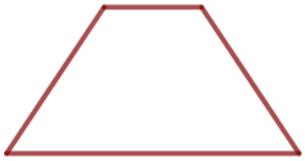


15. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB=48$, $AC=42$, $MN=28$. Найдите AM.

Ответ: _____.

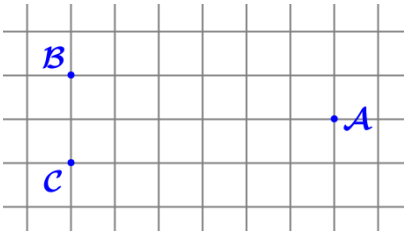
16. Площадь круга равна 216. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 110°.

Ответ: _____.



17. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 58°. Найдите больший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см×1см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC. *Ответ выразите в сантиметрах.*

Ответ: _____.

19. Какое из следующих утверждений верно?
1) Смежные углы всегда равны.
2) Средняя линия трапеции равна полусумме её оснований.
3) Две окружности пересекаются, если радиус одной окружности больше радиуса другой окружности.
В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2.

20. Решите уравнение $(x-9)(x^2+12x+36)=16(x+6)$.

21. Имеются два сосуда, содержащие 30 кг и 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 81% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 83% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

22. Постройте график функции $y=\frac{(0,5x^2-1,5x)|x|}{x-3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

23. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если диаметр окружности равен 4,8, а AB=1.

24. На средней линии трапеции KLMN с основаниями KN и LM выбрали произвольную точку E. Докажите, что сумма площадей треугольников LEM и KEN равна половине площади трапеции.

25. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если BC=18, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 119° и 91°.

Тренировочный вариант № 24. ФИПИ.

Часть 1.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1–5.

Автомобильное колесо, как правило, представляет из себя металлический диск с установленной на него резиновой шиной. Диаметр диска совпадает с диаметром внутреннего отверстия в шине. Для маркировки автомобильных шин применяется единая система обозначений. Например, 195/65 R15 (рис. 1). Первое число (число 195 в приведённом примере) обозначает ширину шины в миллиметрах (параметр B на рис. 2).

Рис. 1

Второе число (число 65 в приведённом примере) – процентное отношение высоты боковины (параметр H на рисунке 2) к ширине шины, то есть $100 \cdot \frac{H}{B}$. Последующая буква обозначает тип конструкции шины.

В данном примере буква R означает, что шина радиальная, то есть нити каркаса в боковине шины расположены вдоль радиусов колеса. На всех легковых автомобилях применяются шины радиальной конструкции.

За обозначением типа конструкции шины идёт число, указывающее диаметр диска колеса d в дюймах (в одном дюйме 25,4 мм). Таким образом, общий диаметр колеса D легко найти, зная диаметр диска и высоту боковины.

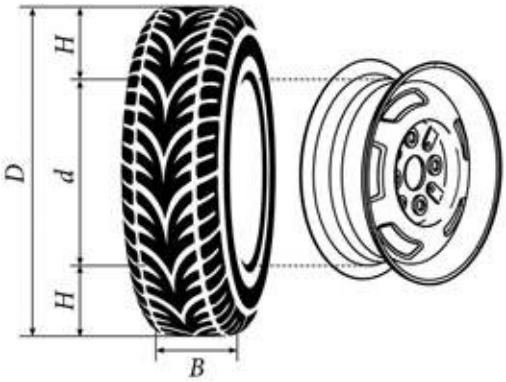


Рис. 2

Возможны дополнительные маркировки, обозначающие допустимую нагрузку на шину, сезонность использования, тип дорожного покрытия и другие параметры.

Завод производит легковые автомобили определённой модели и устанавливает на них колёса с шинами маркировки 235/65 R17.

Завод допускает установку шин с другими маркировками. В таблице показаны разрешённые размеры шин.

Ширина шины (мм)	**Диаметр диска (дюймы)**		
	18	19	20
235	235/65	235/60	–
245	245/65	245/60; 245/55	245/50
255	–	255/55	255/50; 255/45

1. Шины какой наименьшей ширины можно устанавливать на автомобиль, если диаметр диска равен 19 дюймам? Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

2. Найдите диаметр колеса автомобиля, выходящего с завода. Ответ дайте в миллиметрах.

Ответ: _____.

3. На сколько миллиметров увеличится диаметр колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 255/50 R19?

Ответ: _____.

4. На сколько миллиметров радиус колеса с шиной маркировки 220/60 R16 меньше, чем радиус колеса с шиной маркировки 245/55 R16?

Ответ: _____.

5. На сколько процентов увеличится пробег автомобиля при одном обороте колеса, если заменить колёса, установленные на заводе, колёсами с шинами маркировки 245/65 R17? Результат округлите до десятых.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(\frac{10}{13}+\frac{15}{4}\right)\cdot\frac{26}{5}$. Ответ: _____.

7. Одно из чисел отмечено на прямой точкой. Какое это число?

1) $\frac{115}{24}$ 2) $\frac{123}{24}$ 3) $\frac{139}{24}$ 4) $\frac{155}{24}$ Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{a^{17}\cdot a^{-9}}{a^{10}}$ при $a=5$. Ответ: _____.

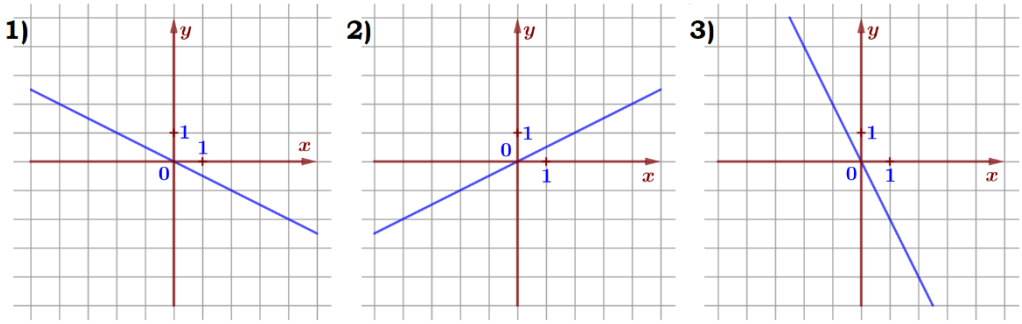
9. Найдите корень уравнения $x^2-6x-55=0$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

10. Дима, Леша, Ярик, Катя и Оля бросили жребий – кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должна будет мальчик.

Ответ: _____.

11. Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.



А) $y=\frac{1}{2}x$

Б) $y=-\frac{1}{2}x$

В) $y=-2x$

Ответ:

А	Б	В

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

12. Площадь четырёхугольника можно вычислить по формуле $S=\frac{d_1 d_2 \sin a}{2}$, где d_1 и d_2 – длины диагоналей четырёхугольника, a – угол между диагоналями. Пользуясь этой формулой, найдите длину диагонали d_2, если $d_1=6$, $\sin a=\frac{6}{7}$, а $S=36$.

Ответ: _____.

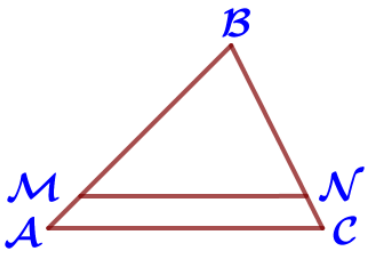
13. Укажите неравенство, решением которого является любое число.

1) $x^2+45>0$ 2) $x^2-45>0$ 3) $x^2+45<0$ 4) $x^2-45<0$

Ответ: _____.

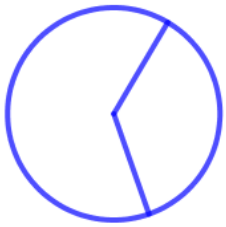
14. При проведении опыта вещество равномерно охлаждали в течение 10 минут. При этом каждую минуту температура вещества уменьшалась на $6°$ С. Найдите температуру вещества (в градусах Цельсия) через 7 минут после начала проведения опыта, если его начальная температура составляла $-10°$ С.

Ответ: _____.



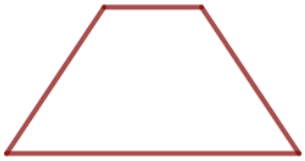
15. Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC, пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB=54$, $AC=48$, $MN=40$. Найдите AM.

Ответ: _____.



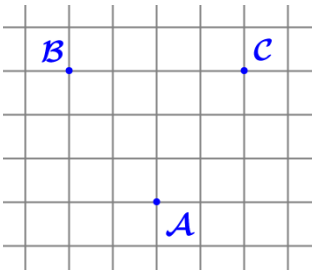
16. Площадь круга равна 144. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 130°.

Ответ: _____.



17. Сумма двух углов равнобедренной трапеции равна 262°. Найдите меньший угол трапеции. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.



18. На клетчатой бумаге с размером клетки 1см×1см отмечены точки A, B и C. Найдите расстояние от точки A до середины отрезка BC. *Ответ выразите в сантиметрах.*

Ответ: _____.

19. Какое из следующих утверждений верно?
1) Вертикальные углы равны.
2) Боковые стороны любой трапеции равны.
3) Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен отношению гипотенузы к прилежащему к этому углу катету.
В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Часть 2.

20. Решите уравнение $(x-7)(x^2+18x+81)=17(x+9)$.

21. Имеются два сосуда, содержащие 24 кг и 26 кг раствора кислоты различной концентрации. Если их слить вместе, то получится раствор, содержащий 39% кислоты. Если же слить равные массы этих растворов, то полученный раствор будет содержать 40% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом растворе?

22. Постройте график функции $y=\frac{(0,5x^2+1,5x)|x|}{x+3}$ и определите, при каких значениях m прямая $y=m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

23. Окружность с центром на стороне AC треугольника ABC проходит через вершину C и касается прямой AB в точке B. Найдите AC, если диаметр окружности равен 7,5, а AB=2.

24. На средней линии трапеции KLMN с основаниями KN и LM выбрали произвольную точку G. Докажите, что сумма площадей треугольников LGM и KGN равна половине площади трапеции.

25. Середина M стороны AD выпуклого четырёхугольника ABCD равноудалена от всех его вершин. Найдите AD, если $BC=16$, а углы B и C четырёхугольника равны соответственно 107° и 118°.