

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 395

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КИМ Ответ: -0,8 10 - 0, 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\begin{aligned}\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \\ \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ \sin(\alpha + \beta) &= \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \\ \cos(\alpha + \beta) &= \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta\end{aligned}$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\frac{2^{5x-1}}{9(2^{x+1} + 2^x)} = \frac{8^{x+2}}{27}$.

Ответ: _____.

2. В случайном эксперименте симметричную монету бросают 4 раза. Найдите вероятность того, что «орел» выпадет не менее одного, но не более двух раз.

Ответ: _____.

3. К окружности, вписанной в треугольник ABC, проведена касательная, параллельная стороне AB и пересекающая стороны AC и BC в точках M и N соответственно. Известно, что AB = 34, а периметр треугольника CMN равен 32. Найдите длину отрезка MN.

Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{13 \cdot \cos \alpha}}$, если $\operatorname{tg} \alpha = 5$ и $\alpha \in (\pi; 2\pi)$.

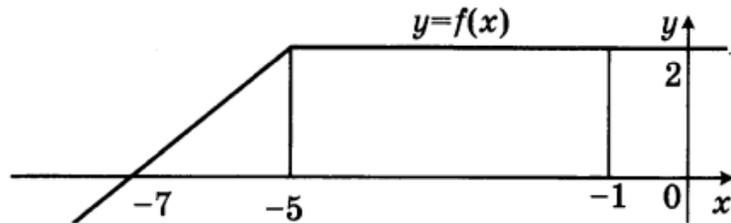
Ответ: _____.

5. Объем конуса равен 250. Через точку, делящую высоту конуса в отношении 3 : 2, считая от вершины, параллельно основанию конуса проведено сечение, которое является основанием меньшего конуса с той же вершиной. Найдите объем меньшего конуса.

Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график некоторой функции $y = f(x)$. Пользуясь рисунком,

найдите интеграл $\int_{-7}^{-1} f(x) dx$.



Ответ: _____.

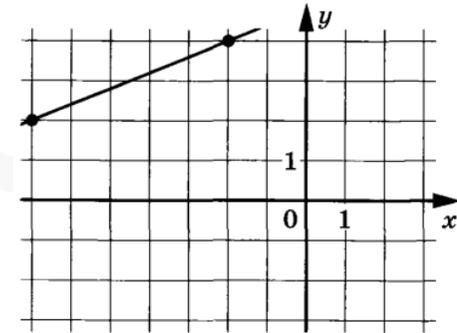
7. Расстояние от наблюдателя, находящегося на высоте h км над землёй, выраженное в километрах, до видимой им линии горизонта вычисляется по формуле $l = \sqrt{2Rh}$, где $R = 6400$ км — радиус Земли. Человек, стоящий на пляже, видит горизонт на расстоянии 3,2 км. К пляжу ведёт лестница, каждая ступенька которой имеет высоту 15 см. На какое наименьшее количество ступенек нужно подняться человеку, чтобы он увидел горизонт на расстоянии не менее 4,8 километров?

Ответ: _____.

8. Бассейн можно наполнять через четыре трубы. Если открыты вторая, третья и четвёртая трубы, то бассейн наполняется за 1 час, если открыты первая, третья и четвёртая трубы - за 1 час 15 минут, а если только первая и вторая - за 1 ч 40 минут. За сколько минут наполнится бассейн, если открыть все четыре трубы?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображена часть графика функции $f(x) = |kx + b|$. Найдите $f(-15)$.



Ответ: _____.

10. В таблице представлены оценки за контрольную работу по алгебре в 9 классах школы.

	9 «А» класс				9 «Б» класс			
Отметка	«2»	«3»	«4»	«5»	«2»	«3»	«4»	«5»
Число учащихся	2	14	9	3	1	12	10	3

Найдите вероятность того, что оценка наугад выбранного учащегося 9 «Б» будет отличаться от средней по школе оценки не более, чем на 0,5 балла. Ответ округлите до тысячных.

Ответ: _____.

11. Найдите точку максимума функции $y = -\frac{x^2 + 196}{x}$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\sin(3\pi - x) - \operatorname{tg}(\pi - x) = \frac{1 - \sin^2\left(\frac{7\pi}{2} + x\right)}{\sin 2x}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $[7\pi; 8,75\pi]$

13. Боковое ребро правильной четырехугольной пирамиды $SABCD$ образует с основанием угол 45° , сторона основания равна 4. Через среднюю линию треугольника ABD , не пересекающую BD и середину высоты пирамиды, проведена плоскость α .

А) Докажите, что плоскость α перпендикулярна ребру SC .

Б) Найдите объем пирамиды $SKLM$, где K , L и M – точки пересечения α соответственно с ребрами SB , SD и SC .

14. Решите неравенство: $\frac{\log_{x+1}^2(x-1) + \log_5^2(2x-5)}{\log_{x+1}^2(x-1) + \log_5^2(x-2)} > 1$

15. Паром грузоподъемностью 109 тонн перевозит джипы и грузовики. Количество перевозимых на пароме грузовиков не менее чем на 20 % превосходит количество перевозимых джипов. Вес и стоимость перевозки одного джипа составляют 3 тонны и 600 рублей, грузовика - 5 тонн и 700 рублей соответственно. Определите наибольшую возможную суммарную стоимость перевозки всех джипов и грузовиков при данных условиях.

16. Стороны BC и CD квадрата $ABCD$ являются сторонами равносторонних треугольников BCM и DCN соответственно, точки M и N лежат вне квадрата. Прямая AM пересекает BC в точке K .

А) Докажите, что $\angle AMC = 45^\circ$.

Б) Найдите KN , если $AB = \sqrt{8 + 3\sqrt{3}}$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система:

$$\begin{cases} y^2 - x^2 \geq 0, \\ (y - a^2 - 3a + 18)^2 + (x - 6a)^2 = 3 \cdot |a|^{-\frac{a}{2}} \end{cases}$$

имеет ровно 2 решения.

18. Для каждого натурального числа введем $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$ (например, $1! = 1$; $5! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 120$).

А) Найдите наибольшее возможное n , если $\left(\frac{n!}{8}\right)$ не является натуральным числом.

Б) Найдите наибольшее возможное n , если $(n+2)! - 42(n!) < 0$

В) Найдите наибольшее возможное n , если $((n!)^2 - 12n!)$ не делится на 13.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Задание	Ответ	Задание	Ответ
1	7	12	А) $\pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z$ Б) $\frac{22\pi}{3}; \frac{26\pi}{3}$
2	0,625	13	Б) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
3	10,88	14	$\left(\frac{5}{2}; 3\right), (3; \infty)$
4	-2	15	17100
5	54	16	Б) $\sqrt{37}$
6	10	17	-6
7	7	18	А) 3, Б) 4, В) 11
8	50		
9	1,2		
10	0,385		
11	14		