

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 394

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

КММ Ответ: -0,8 10 - 0 , 8 Бланк

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $x^2 + 3x - 18 + 4\sqrt{x^2 + 3x - 6} = 0$. В ответе укажите сумму действительных корней этого уравнения.

Ответ: _____.

2. На фабрике керамической посуды 10% произведённых кувшинов имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 90% дефектных кувшинов. Остальные кувшины поступают в продажу. Найдите вероятность того, что произведённый кувшин попадёт в продажу.

Ответ: _____.

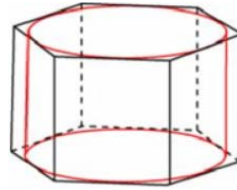
3. Параллелограмм и прямоугольник имеют одинаковые стороны. Найдите острый угол параллелограмма, если его площадь равна половине площади прямоугольника. Ответ дайте в градусах.

Ответ: _____.

4. Найдите значение выражения $3 \cdot 6^{\frac{2}{\log_3 6} + 1} - 2 \cdot 6^{\log_6 3 + 1} \cdot 3^{\log_3 6 + 1}$

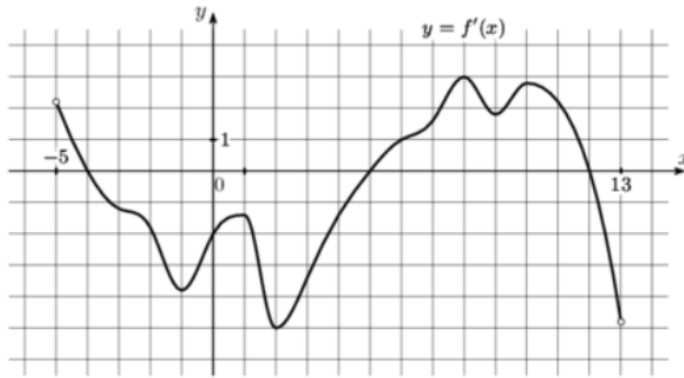
Ответ: _____.

5. Цилиндр вписан в правильную шестиугольную призму. Радиус основания цилиндра равен $\sqrt{0,03}$, а высота равна 1. Найдите площадь боковой поверхности призмы.



Ответ: _____.

6. На рисунке изображен график функции $y = f'(x)$ - производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5; 13)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: _____.

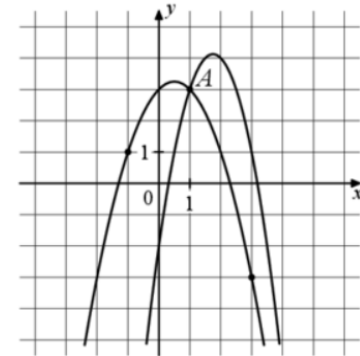
7. На верфи инженеры проектируют новый аппарат для погружения на небольшие глубины. Конструкция имеет кубическую форму, а значит, действующая на аппарат выталкивающая (архимедова) сила, выражаемая в ньютонах, будет определяться по формуле: $F_A = \rho g l^3$, где l - длина ребра куба в метрах, $\rho = 1000 \text{ кг/м}^3$ - плотность воды, а g - ускорение свободного падения (считайте $g = 10 \text{ Н/кг}$). Какой может быть максимальная длина ребра куба, чтобы обеспечить его эксплуатацию в условиях, когда выталкивающая сила при погружении будет не больше, чем 33750 Н? Ответ выразите в метрах.

Ответ: _____.

8. Из пункта А в В выехал велосипедист. Спустя 3 часа вслед за велосипедистом выехал турист на мопеде, скорость которого была на 20% больше скорости велосипедиста. Спустя некоторое время из города А в В выехал вдогонку мотоциклист, скорость которого была на 50% больше скорости мопеда. Через сколько часов после выезда велосипедиста выехал мотоциклист из А в В, если все трое прибыли в В одновременно?

Ответ: _____.

9. На рисунке изображены графики функций $f(x) = -2x^2 + 7x - 2$ и $g(x) = ax^2 + bx + c$, которые пересекаются в точках А и В. Найдите абсциссу точки В.



Ответ: _____.

10. Страховая компания в некотором регионе страхует сельские дома. Цена годового страхового полиса равна 8000 рублей. Исследования показали, что в течение года в среднем 1% застрахованных домов подвергается небольшому ущербу (например, ущерб от упавшего дерева или протекания крыши) и средняя сумма страховой выплаты при этом равна 120 тыс. рублей. В среднем 0,01 % страхователей несут серьезные убытки (ущерб от пожара, обрушения), и средняя сумма выплаты при этом равна 2,1 млн рублей. Вычислите математическое ожидание дохода страховой компании от продажи одного полиса. Ответ дайте в тысячах рублей.

Ответ: _____.

11. Найдите наименьшее значение функции $f(x) = x^4 - 4x^2 - 5$ на отрезке $[-3; 1]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\frac{\sin 2x \cdot \cos 2x + 2 \sin 2x}{\log_4(\cos x + 1)} = 0$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}\right]$

13. Дана правильная треугольная призма $ABCA_1B_1C_1$, сторона AB основания которой равна 32, а боковое ребро BB_1 , равно $4\sqrt{3}$. На рёбрах AB и B_1C_1 отмечены точки K и L соответственно, причём $AK=2$; $B_1L=28$. Точка M — середина ребра A_1C_1 . Плоскость γ проходит через точки K и L и параллельна прямой AC .

А) Докажите, что плоскость γ перпендикулярна прямой MB .

Б) Найдите объём пирамиды, вершиной которой является точка M , а основанием — сечение данной призмы плоскостью γ .

14. Решите неравенство: $\log_{0,2}^2(5x^2) + \frac{2 \log_{0,2}^2 x - 9 \log_{0,2} x + 2}{\log_{0,2}(25x)} \leq 0$

15. В июле 2023 года планируется взять кредит в банке на сумму 800 тыс. рублей на 8 лет. Условия его возврата таковы:

— каждый январь с 2024 по 2027 год долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;

— каждый январь с 2028 по 2031 год долг возрастает на 15% по сравнению с концом предыдущего года;

— с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;

— в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;

— к июлю 2031 года кредит должен быть полностью погашен.

Найдите r , если общая сумма выплат по кредиту должна составить 1444 тысяч рублей.

16. В равнобедренном тупоугольном треугольнике ABC на продолжение боковой стороны BC опущена высота AN . Из точки N на сторону AB и основание AC опущены перпендикуляры NK и NM соответственно.

А) Докажите, что отрезки AM и MK равны

Б) Найдите MK , если $AB = 5$, $AC = 8$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} (x-a)^2 + \left(y - \frac{1}{a}\right)^2 = \frac{1}{4} \\ |y| \leq 1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. Возьмем три любые (не обязательно различные) цифры a, b, c , отличные от 0, и всевозможными перестановками составим шесть трехзначных чисел $\{\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bac}, \overline{bca}, \overline{cab}, \overline{cba}\}$. Сумму этих чисел обозначим $f(a, b, c)$.

А) Может ли $f(a, b, c)$ равняться 1754 при каких-либо значениях a, b, c ?

Б) Сколько существует различных значений $f(a, b, c)$?

В) Сколько трехзначных чисел $n = \overline{abc}$ совпадают со средним арифметическим чисел $\{\overline{abc}, \overline{acb}, \overline{bac}, \overline{bca}, \overline{cab}, \overline{cba}\}$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.