Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 393

Профильный уровень
Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровней сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развёрнутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1–11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1.

При выполнении заданий 12–18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов № 2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

Справочные материалы

$$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$$
$$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$$
$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cdot\cos\beta+\cos\alpha\cdot\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cdot\cos\beta-\sin\alpha\cdot\sin\beta$$

Часть 1

Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительные, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.

1. Решите уравнение $\log_{1945}(x+2)=\log_{1945}(x^2-3x-10)$.

Ответ: ________________________.

2. Грамоты призеров математического конкурса хранятся в трех коробках – по 400 грамот в первых двух, а остальные грамоты в третьей. Участник Б. приходит за своей грамотой. Найдите вероятность того, что его грамота найдется в третьей или второй коробках, если всего в конкурсе 1945 призеров. Ответ округлите до сотых.

Ответ: ________________________.

3. В прямоугольном треугольнике PBD с прямым углом при вершине B сторона PD равна 1945, а котангенс угла P равен 0,75. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник PBD.

Ответ: ________________________.

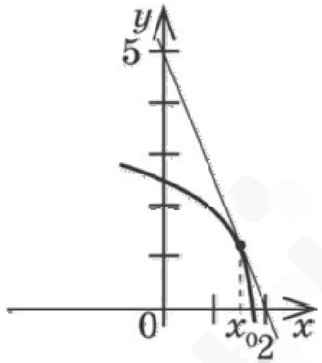
4. Вычислите $\dfrac{-4tg137^0\cdot tg47^0\cdot\sin1945^0}{\cos55^0}$.

Ответ: ________________________.

5. Дана правильная треугольная призма со стороной основания $\sqrt{3}$ и высотой $\dfrac{1945}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.

Ответ: ________________________.

6. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной в точке x_0.



Ответ: ________________________.

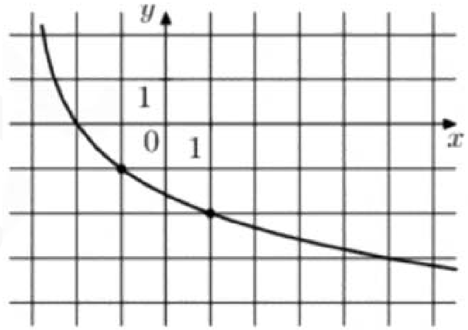
7. Камень брошен вертикально вверх. Пока камень не упал, высота, на которой он находится, описывается формулой $h(\mathrm{t}) = -5\mathrm{t}^2 + 18t$, где h – высота в метрах, t – время в секундах, прошедшее с момента броска. Сколько секунд камень находился на высоте не менее 9 метров?

Ответ: ________________________.

8. Семен приобрел костюм со скидкой 20% и плащ со скидкой 40%, заплатив за обе покупки 9180 руб., что на 32% меньше их суммарной первоначальной стоимости. Найдите первоначальную стоимость плаща.

Ответ: ________________________.

9. На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x+b)$. Найдите значение x, при котором $f(x) = -5$.



Ответ: ________________________.

10. Найдите вероятность того, что в случайном семизначном телефонном номере последняя цифра не больше 3, а две цифры перед ней не больше 2.

Ответ: ________________________.

11. Найдите точку максимума функции $y = 1945 + \ln(-x^2 + 18x + 1945)$.

Ответ: ________________________.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы.
Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12. А) Решите уравнение $\sqrt{\sin x\cos x}=1945^{\log_{1945}(\cos x)}$

Б) Найдите все корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[6\pi;\dfrac{15\pi}{2}\right]$

13. В правильной четырехугольной пирамиде SABCD боковое ребро $SA=5$, а высота $SH=\sqrt{15}$. Точки M и N – середины ребер CD и AB соответственно. Точка N – вершина пирамиды NSCD, NT – ее высота.
А) Докажите, что точка T делит SM пополам.
Б) Найдите расстояние между прямыми NT и SC

14. Решите неравенство: $\dfrac{\log_{\sqrt{1945}}\sqrt{x+4}+\log_{1945^{-1}}(13-x)}{\left|x^2+2x-3\right|-\left|2x^2-10x+8\right|}\ge 0$

15. Инвестору предлагаются два проекта для вложения денежных средств. В каждом проекте зависимость прибыли y (в тыс. рублей) от вложений x (тыс. рублей) определяется квадратичной функцией $y(x)=ax^2+bx$ с коэффициентами a и b, зависящими от проекта. Известно, что при инвестировании средств только в первый проект максимальная прибыль в 200 тыс. рублей достигается при вложении 100 тыс. рублей, а при инвестировании только во второй проект максимальная прибыль в 150 тыс. рублей достигается при вложении 150 тыс. рублей. Инвестор решил вложить 290 тыс. рублей в оба проекта. Какую сумму (в тыс. рублей) ему следует вложить в каждый из проектов, чтобы общая прибыль была максимальной? Найдите максимальную общую прибыль (в тыс. рублей).

16. Точки A_1, B_1, C_1 – середины сторон соответственно BC, AC и AB остроугольного треугольника ABC.
А) Докажите, что окружности, описанные около треугольников A_1CB_1, A_1BC_1, и B_1AC_1, пересекаются в одной точке.
Б) Известно, что AB = AC = 13 и BC = 10. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершины которого - центры окружностей, описанных около треугольников A_1CB_1, A_1BC_1, и B_1AC_1.

17. Найдите все значения параметра *a,* при каждом из которых система:

$$\begin{cases}\dfrac{9}{\sqrt{x+a}}+\dfrac{16}{\sqrt{y-a}}\le 22-\sqrt{x+a}-4\sqrt{y-a},\\ 2^{x-11}\cdot\log_2(4-y)=1.\end{cases}$$

имеет решения.

18. Для действительного числа x обозначим через [x] наибольшее целое число, не превосходящее x. Например, $\left[\dfrac{11}{4}\right]=2$, так как $2\le\dfrac{11}{4}<3$.

а) Существует ли такое натуральное число n, что $\left[\dfrac{n}{2}\right]+\left[\dfrac{n}{4}\right]+\left[\dfrac{n}{7}\right]=n$?

б) Существует ли такое натуральное число n, что $\left[\dfrac{n}{2}\right]+\left[\dfrac{n}{3}\right]+\left[\dfrac{n}{4}\right]=n+2$?

в) Сколько существует различных натуральных n, для которых $\left[\dfrac{n}{2}\right]+\left[\dfrac{n}{3}\right]+\left[\dfrac{n}{9}\right]+\left[\dfrac{n}{17}\right]=n+1945$?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Задание	Ответ
1	6
2	0,79
3	389
4	4
5	1945
6	-2,5
7	2,4
8	8100
9	29
10	0,036
11	9

Задание	Ответ
12	А) $\frac{\pi}{4}+2\pi n;\ n\in Z$ Б) $\frac{25\pi}{4}$;
13	Б) 1
14	$(-4;1),\left(1;\frac{5}{3}\right),\left[\frac{9}{2};11\right)$
15	110 тыс. рублей в первый проект, 180 тыс. рублей во второй проект; максимальная общая прибыль 342 тыс. рублей
16	Б) $\frac{5}{3}$
17	-2
18	А) нет, Б) да, В) 306