



Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$



- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

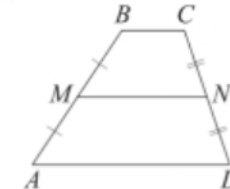
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции



MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

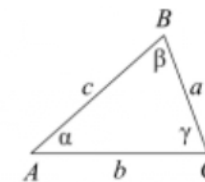
Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
 $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$



$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$
 $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$



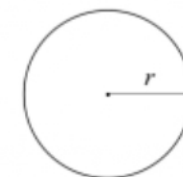
Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB = c, AC = b, BC = a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Часть 1

Площади фигур



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

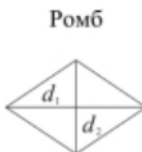


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



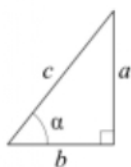
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

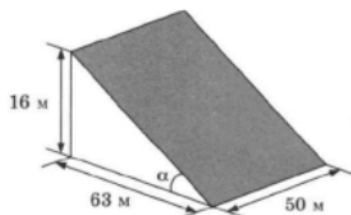
Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

В горных районах, особенно в южных широтах с влажным климатом, земледельцы на склонах гор устраивают террасы. Земледельческие террасы – это горизонтальные площадки, напоминающие ступени. Во время дождя вода стекает с верхних террас вниз по специальным каналам. Поэтому почва на террасах не размывается и урожай не страдает. Медленный сток воды с вершины склона вниз с террасы на террасу позволяет выращивать даже влаголюбивые культуры. В Юго-Восточной Азии террасное земледелие широко применяется для производства риса, а в Средиземноморье – для выращивания винограда и оливковых деревьев. Возделывание культур на террасах повышает урожайность, но требует тяжелого ручного труда.

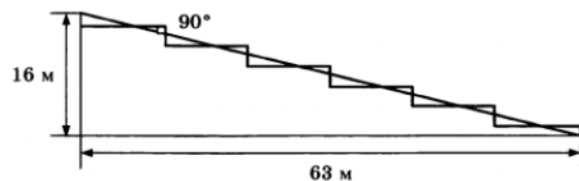


Земледелец владеет несколькими участками, один из которых расположен на склоне холма. Ширина участка 50 м, а верхняя точка находится на высоте 16 м от подножия.



1 Земледелец на расчищенном склоне холма выращивает мускатный орех. Какова площадь, отведённая под посеvy? Ответ дайте в квадратных метрах.

2 Земледелец решил устроить террасы на своём участке (см. рисунок ниже), чтобы выращивать рис, пшено или кукурузу. Строительство террас возможно, если угол склона (уклон) не больше 50% (тангенс угла склона α , умноженный на 100%). Удовлетворяет ли склон холма этим требованиям? Сколько процентов составляет уклон? Ответ округлите до десятых.



Ответ: _____.

3 На сколько процентов сократилась посевная площадь после того, как земледелец устроил террасы? Ответ округлите до десятых.

Ответ: _____.

4 Земледелец получает 700 г бурого риса с одного квадратного метра засеянной площади. При шлифовке из бурого риса получается белый рис, но при этом теряется 14% массы. Сколько килограммов белого риса получит земледелец со всего своего участка?

Ответ: _____.

5 В таблице дана урожайность культур, которые может засеять земледелец на своём террасированном участке. За год обычно собирают два урожая – летом и осенью. По данным таблицы посчитайте наибольшее число килограммов урожая, которое может собрать земледелец с участка за один год, если он может засеять разные культуры.

	Рис	Кукуруза	Пшено
1-й урожай (июнь)	700 г/м ²	600 г/м ²	не выращивают
2-й урожай (сентябрь)	600 г/м ²	не выращивают	650 г/м ²

Ответ: _____.



6 Найдите значение выражения

$$\left(\frac{17}{10} - \frac{1}{20}\right) \cdot \frac{2}{15}$$

Ответ: _____.

7 На координатной прямой отмечены числа p , q и r .



Какая из разностей $q - p$, $q - r$, $r - p$ положительна?

- 1) $q - p$
- 2) $q - r$
- 3) $r - p$
- 4) ни одна из них

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$x \cdot 5^{4x-1} \cdot 25^{-2x}$$

при $x = 0,1$.

Ответ: _____.

9 Найдите корень уравнения

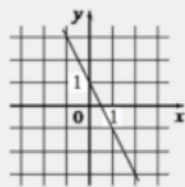
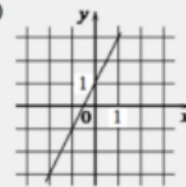
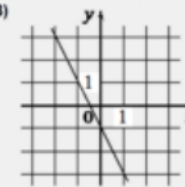
$$\frac{6}{x+5} = -5.$$

Ответ: _____.

10 На тарелке лежат одинаковые на вид пирожки: 4 с мясом, 8 с капустой и 3 с вишней. Петя наугад берёт один пирожок. Найдите вероятность того, что пирожок окажется с вишней.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ		
А) 	Б) 	В) 
ФОРМУЛЫ		
1) $y = -2x - 1$	2) $y = -2x + 1$	3) $y = 2x + 1$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

А	Б	В

12 Центробежное ускорение при движении по окружности (в $\text{м}/\text{с}^2$) вычисляется по формуле $a = \omega^2 R$, где ω – угловая скорость (в с^{-1}), R – радиус окружности (в метрах). Пользуясь этой формулой, найдите радиус R , если угловая скорость равна $9,5 \text{ с}^{-1}$, а центробежное ускорение равно $180,5 \text{ м}/\text{с}^2$. Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.



13 Укажите неравенство, которое **не имеет** решений.

- 1) $x^2 - 56 > 0$
- 2) $x^2 + 56 > 0$
- 3) $x^2 - 56 < 0$
- 4) $x^2 + 56 < 0$

Ответ:

14 Врач прописал больному капли по следующей схеме: в первый день 5 капель, а в каждый следующий день – на 5 капель больше, чем в предыдущий, до тех пор, пока дневная доза не достигнет 20 капель. Такую дневную дозу (20 капель) больной ежедневно принимает неделю, а затем уменьшает приём на 5 капель в день до последнего дня, когда больной принимает последние десять капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить на весь курс, если в каждом пузырьке 5 мл лекарства, то есть 150 капель?

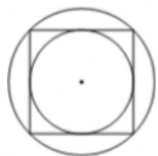
Ответ: _____.

15 Один из углов параллелограмма равен 41° . Найдите больший угол этого параллелограмма. Ответ дайте в градусах.



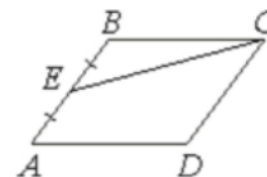
Ответ: _____.

16 Радиус окружности, описанной около квадрата, равен $24\sqrt{2}$. Найдите радиус окружности, вписанной в этот квадрат.



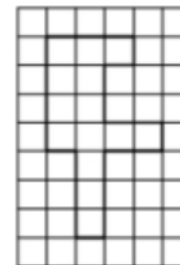
Ответ: _____.

17 Площадь параллелограмма $ABCD$ равна 180. Точка E – середина стороны AB . Найдите площадь трапеции $DAEC$.



Ответ: _____.

18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображена фигура. Найдите её площадь.



Ответ: _____.

19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Две прямые, параллельные третьей прямой, перпендикулярны.
- 2) Треугольник со сторонами 1, 2, 4 существует.
- 3) Сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение

$$x^4 = (x - 20)^2.$$

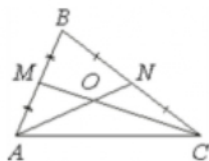
21 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставался 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

22 Постройте график функции

$$y = |x^2 - x - 2|.$$

Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

23 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 6$, $CM = 9$. Найдите ON .



24 Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .

25 Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	3250
2	25,4
3	3,1
4	1896,3
5	4252,5
6	0,22
7	2
8	0,02
9	-6,2
10	0,2
11	231
12	2
13	4
14	2
15	139
16	24
17	135
18	14
19	3
20	-5; 4
21	13
22	4
23	2
24	■
25	820

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите уравнение $x^4 = (x - 20)^2$.

BA23E9

$$(x^2)^2 - (x - 20)^2 = 0$$

$$(x^2 - (x - 20)) \cdot (x^2 + (x - 20)) = 0$$

$$x^2 - x + 20 = 0 \quad \text{или} \quad x^2 + x - 20 = 0$$

$$D = 1 - 4 \cdot 20 < 0 \quad D = 1 + 4 \cdot 20 = 81$$

нет корней

$$x = \frac{-1 \pm 9}{2}$$

$$x_1 = 4 \quad x_2 = -5$$

ОТВЕТ: -5; 4.

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущены отписка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21 Два бегуна одновременно стартовали в одном направлении из одного и того же места круговой трассы в беге на несколько кругов. Спустя один час, когда одному из них оставалось 1 км до окончания первого круга, ему сообщили, что второй бегун пробежал первый круг 20 минут назад. Найдите скорость первого бегуна, если известно, что она на 8 км/ч меньше скорости второго.

FEBFAB

$I \quad v = x$
 $t = 1 \text{ час}$
 $S = x_{\text{км}}$

$II \quad v = x + 8$
 $t = 40 \text{ мин} = \frac{2}{3} \text{ ч}$
 $S = \frac{2}{3} \cdot (x + 8)$

$S_{\text{I}} - S_{\text{II}} = 1$
 $x - \frac{2}{3}(x + 8) = 1$
 $x + \frac{16}{3} - x = 1$
 $\frac{16}{3} = \frac{1}{3}x$
 $x = 13$

ОТВЕТ: 13

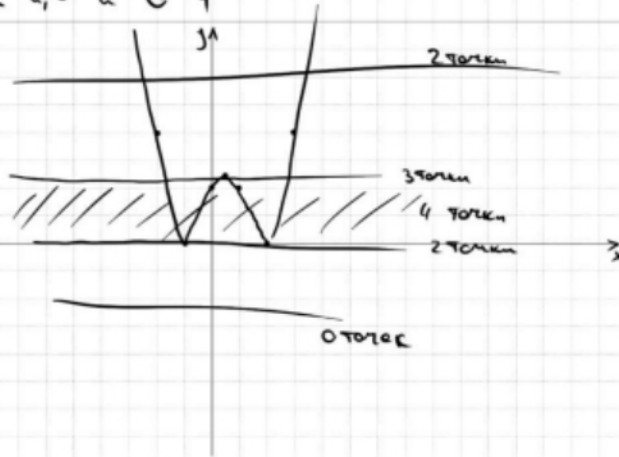
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущены отписка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл



22 Постройте график функции $y = |x^2 - x - 2|$.
 Какое наибольшее число общих точек график данной функции может иметь с прямой, параллельной оси абсцисс?

$$x_0 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{1}{2}$$

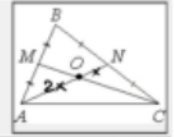
x	-2	-1	0	1/2	1	2	3
y	4	0	2	2,25	2	0	4



Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены частично или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 4 точки при $y(0,5; 2,5)$

23 Точки M и N являются серединами сторон AB и BC треугольника ABC соответственно. Отрезки AN и CM пересекаются в точке O , $AN = 6$, $CM = 9$. Найдите ON .

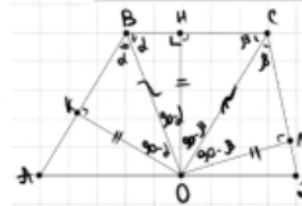


AN - медиана
 $\Rightarrow \frac{AO}{ON} = \frac{2}{1}$
 $\Rightarrow ON = \frac{1}{3} \cdot AN = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные обоснования, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 2

24 Биссектрисы углов B и C трапеции $ABCD$ пересекаются в точке O , лежащей на стороне AD . Докажите, что точка O равноудалена от прямых AB , BC и CD .



① $\triangle BOK = \triangle BOL$ по стороне и 2 углам
 $\Rightarrow KO = OL$

② $\triangle COL = \triangle COM$ — — —
 $\Rightarrow LO = OM$

$\Rightarrow KO = OL = OM$ ■

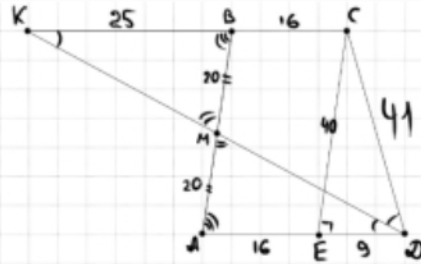
Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верно, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верно, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Боковые стороны AB и CD трапеции $ABCD$ равны соответственно 40 и 41, а основание BC равно 16. Биссектриса угла ADC проходит через середину стороны AB . Найдите площадь трапеции.

- ① $\angle ADM = \angle BKM$
(по второму углу)
- ② $\triangle BKM = \triangle ADM$
- ③ $\triangle CDK$ - равнобе.
 $\Rightarrow CK = 41 = 16 + BK$
 $\Rightarrow BK = 41 - 16 = 25$
- ④ Пусть $CE \perp AB$
Тогда $DE = 9$
 $AE = 16$
- ⑤ Рассмотрим $\triangle CDE$:
 $41^2 = 40^2 + 9^2$
 $\Rightarrow \angle CED = 90^\circ$
 $\Rightarrow CE = 40$ - высота трап.
- ⑥ $S = \frac{16+25}{2} \cdot 40 = 820$

ОТВЕТ: 820



Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущены опечатки или ошибки вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособрназора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.

