

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

Ответ: -0,8      10 - 0 , 8

КИМ

Бланк

При выполнении заданий 12-18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

***Желаем успеха!***

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

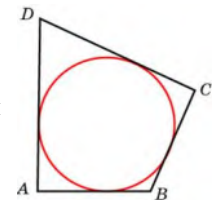
**1** Найдите корень уравнения  $\log_4(x^2 - 9) = \log_4(3 - x)$ . Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ укажите больший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** На олимпиаде по экономике 300 участников разместили в четырнадцати аудиториях. В первых тринадцати удалось разместить по 22 участника, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** В четырёхугольник ABCD вписана окружность, AB = 19, BC = 18 и CD = 32. Найдите длину четвёртой стороны четырёхугольника.

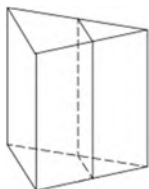


Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{6\frac{3}{7}} - \sqrt{2\frac{6}{7}}\right) : \sqrt{\frac{5}{63}}$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

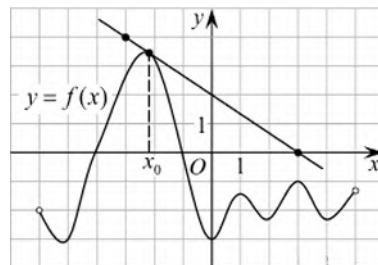
**5** Площадь поверхности правильной треугольной призмы равна 70, а боковой – 62. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6

На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = 6f(x) - 3x$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

7

В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H$  – высота столба воды в метрах,  $H_0 = 2$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{18}$  м/мин<sup>2</sup> и  $b = -\frac{2}{3}$  м/мин – постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: \_\_\_\_\_.

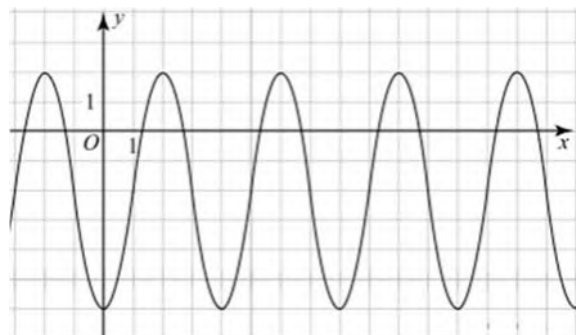
8

Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 175 кг, содержащий 20% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9

На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$ , где числа  $a, b, c$  и  $d$  — целые. Найдите  $f\left(-\frac{20}{3}\right)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

10

В ящике 14 красных и 12 синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счёту?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11

Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 10)^2 e^{-10-x}$  на отрезке  $[-12; -9]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

**Часть 2**

*Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12

а) Решите уравнение  $\sin 2x + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x - \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

13

В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $K$  является серединой ребра  $SD$ , а точка  $L$  — серединой стороны  $BC$  основания  $ABCD$ . Плоскость  $AKL$  пересекает ребро  $SC$  в точке  $N$ .

а) Докажите, что  $SN : NC = 2 : 1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $AKL$  и  $ABC$ , если  $AB = 10$ , а высота пирамиды равна 20.

14 Решите неравенство  $(\log_3^2 x - 2)^2 + 5 \leq 6 \cdot \log_3^2 x$ .

15 Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, – 200 рублей.

Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

16 Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , проходит через середину отрезка  $OA$  и касается сторон  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно.

а) Докажите, что  $\angle BOC = 120^\circ$ .

б) Прямая  $KO$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $Q$ . Найдите площадь треугольника  $LQO$ , если радиус окружности вписанной в треугольник  $ABC$  равен 6,  $\angle ABC = 45^\circ$ .

17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + a^2 + 10x \leq 0, \\ x^2 + a^2 < 2x + 6a \end{cases}$$

не имеет решений, а каждое из неравенств этой системы имеет хотя бы одно решение.

18 Для квадратичной функции  $f(x) = x^2 + bx + c$  уравнение  $f(x) = 0$  имеет два различных корня, каждый из которых является целым отрицательным числом.

а) Может ли быть верным равенство  $f(6) = 56$ ?

б) Может ли быть верным равенство  $f(6) = 52$ ?

в) Найдите наименьшее значение дискриминанта квадратного трёхчлена  $x^2 + bx + c$ , если  $f(6) = 144$ ?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

Ответ: -0,8      10 - 0 , 8

КИМ

Бланк

При выполнении заданий 12-18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

**Желаем успеха!**

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

**Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.**

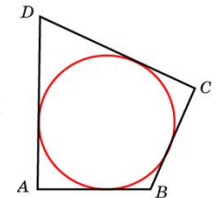
**1** Найдите корень уравнения  $\log_4(x^2 - 25) = \log_4(5 - x)$ . Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ укажите больший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** На олимпиаде по экономике 355 участников разместили в шестнадцати аудиториях. В первых пятнадцати удалось разместить по 23 участника, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** В четырёхугольник ABCD вписана окружность, AB = 18, BC = 17 и CD = 33. Найдите длину четвёртой стороны четырёхугольника.

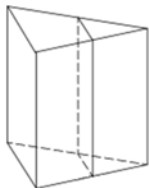


Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{6\frac{6}{7}} - \sqrt{1\frac{5}{7}}\right) : \sqrt{\frac{3}{28}}$ .

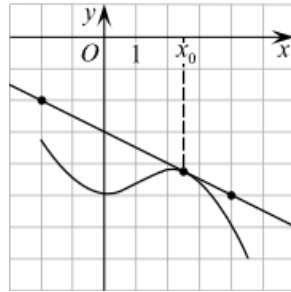
Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Площадь поверхности правильной треугольной призмы равна 102, а боковой – 78. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = 6f(x) + 5,6x$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

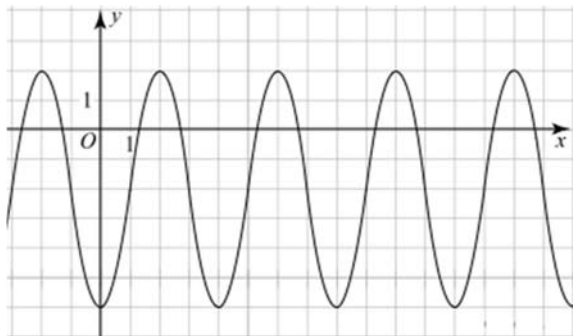
7 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H$  – высота столба воды в метрах,  $H_0 = 6$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{216}$  м/мин<sup>2</sup> и  $b = -\frac{1}{3}$  м/мин – постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Имеется два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй — 35% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 125 кг, содержащий 30% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$ , где числа  $a, b, c$  и  $d$  — целые. Найдите  $f\left(-\frac{34}{3}\right)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

10 В ящике 7 красных и 9 синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счёту?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 34)^2 e^{-34-x}$  на отрезке  $[-37; -33]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

**Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.**

### Часть 2

**Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.**

12 а) Решите уравнение  $\sin 2x + \cos 2x - \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi\right]$ .

13 В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $K$  является серединой ребра  $SD$ , а точка  $L$  — серединой стороны  $BC$  основания  $ABCD$ . Плоскость  $AKL$  пересекает ребро  $SC$  в точке  $N$ .  
 а) Докажите, что  $SN : NC = 2 : 1$ .  
 б) Найдите угол между плоскостями  $AKL$  и  $ABC$ , если  $AB = 9$ , а высота пирамиды равна 15.

14 Решите неравенство  $(\log_2^2 x - 3)^2 + 7 \leq 11 \cdot \log_2^2 x$ .

15 Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара.

За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 600 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, – 300 рублей.

Антон готов выделять 720 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

16 Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , проходит через середину отрезка  $OA$  и касается сторон  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно.

а) Докажите, что  $\angle BOC = 120^\circ$ .

б) Прямая  $KO$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $Q$ . Найдите площадь треугольника  $LQO$ , если радиус окружности вписанной в треугольник  $ABC$  равен 4,  $\angle ABC = 45^\circ$ .

17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} x^2 + a^2 \leq 8x - 6a, \\ x^2 + a^2 < 4a - 2x \end{cases}$$

не имеет решений, а каждое из неравенств этой системы имеет хотя бы одно решение.

18 Для квадратичной функции  $f(x) = x^2 + bx + c$  уравнение  $f(x) = 0$  имеет два различных корня, каждый из которых является целым отрицательным числом.

а) Может ли быть верным равенство  $f(5) = 42$ ?

б) Может ли быть верным равенство  $f(5) = 26$ ?

в) Найдите наименьшее значение дискриминанта квадратного трёхчлена  $x^2 + bx + c$ , если  $f(5) = 96$ ?

**Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.**

**Единый государственный экзамен  
по МАТЕМАТИКЕ  
Профильный уровень**

**Инструкция по выполнению работы**

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 18 заданий. Часть 1 содержит 11 заданий с кратким ответом базового и повышенного уровня сложности. Часть 2 содержит 7 заданий с развернутым ответом повышенного и высокого уровней сложности.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 1-11 записываются по приведенному ниже образцу в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Числа запишите в поля ответов в тексте работы, а затем перенесите их в бланк ответов №1.

Ответ: -0,8      10 - 0 , 8

КИМ

Бланк

При выполнении заданий 12-18 требуется записать полное решение и ответ в бланке ответов №2.

Все бланки ЕГЭ заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

При выполнении заданий можно пользоваться черновиком. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

*Желаем успеха!*

**Справочные материалы**

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

**Часть 1**

*Ответом к заданиям 1-11 является целое число или конечная десятичная дробь. Во всех заданиях числа предполагаются действительными, если отдельно не указано иное. Запишите число в поле ответа в тексте работы, затем перенесите его в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак «минус» и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

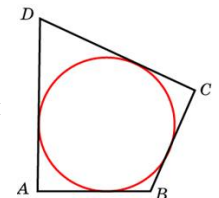
**1** Найдите корень уравнения  $\log_4(x^2 - 36) = \log_4(6 - x)$ . Если уравнение имеет более одного корня, то в ответ укажите больший из них.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**2** На олимпиаде по экономике 310 участников разместили в четырнадцати аудиториях. В первых тринадцати удалось разместить по 23 участника, оставшихся перевели в запасную аудиторию в другом корпусе. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал олимпиаду в запасной аудитории? Ответ округлите до сотых.

Ответ: \_\_\_\_\_.

**3** В четырёхугольник ABCD вписана окружность, AB = 17, BC = 16 и CD = 34. Найдите длину четвёртой стороны четырёхугольника.

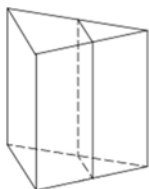


Ответ: \_\_\_\_\_.

**4** Найдите значение выражения  $\left(\sqrt{3\frac{3}{5}} - \sqrt{1\frac{3}{5}}\right) : \sqrt{\frac{2}{125}}$ .

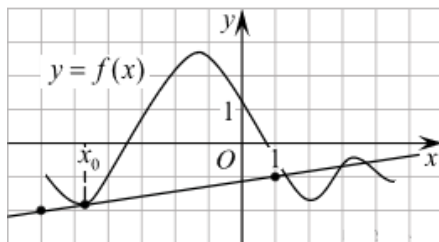
Ответ: \_\_\_\_\_.

**5** Площадь поверхности правильной треугольной призмы равна 88, а боковой – 72. Через среднюю линию основания призмы проведена плоскость, параллельная боковому ребру. Найдите площадь поверхности отсечённой треугольной призмы.



Ответ: \_\_\_\_\_.

6 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику, проведённая в точке  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $g(x) = 14f(x) - 5,8x$  в точке  $x_0$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

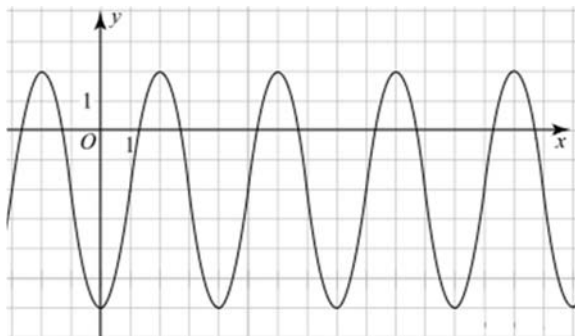
7 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём меняется по закону  $H(t) = at^2 + bt + H_0$ , где  $H$  – высота столба воды в метрах,  $H_0 = 6$  м — начальный уровень воды,  $a = \frac{1}{54}$  м/мин<sup>2</sup> и  $b = -\frac{2}{3}$  м/мин – постоянные,  $t$  — время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. Сколько минут вода будет вытекать из бака?

Ответ: \_\_\_\_\_.

8 Имеется два сплава. Первый содержит 5% никеля, второй — 40% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 175 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава была меньше массы второго?

Ответ: \_\_\_\_\_.

9 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = a \cos\left(\frac{\pi x}{b} + c\right) + d$ , где числа  $a, b, c$  и  $d$  — целые. Найдите  $f\left(-\frac{16}{3}\right)$ .



Ответ: \_\_\_\_\_.

10 В ящике 9 красных и 7 синих фломастеров. Фломастеры вытаскивают по очереди в случайном порядке. Какова вероятность того, что первый раз синий фломастер появится третьим по счету?

Ответ: \_\_\_\_\_.

11 Найдите наименьшее значение функции  $y = (x + 40)^2 e^{-40-x}$  на отрезке  $[-43; -39]$ .

Ответ: \_\_\_\_\_.

*Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов №1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.*

### Часть 2

*Для записи решений и ответов на задания 12-18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ №2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.*

12 а) Решите уравнение  $\sin 2x + \cos^2\left(x + \frac{\pi}{2}\right) = \cos 2x - \sin^2\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)$ .

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

13 В правильной четырёхугольной пирамиде  $SABCD$  точка  $K$  является серединой ребра  $SD$ , а точка  $L$  — серединой стороны  $BC$  основания  $ABCD$ . Плоскость  $AKL$  пересекает ребро  $SC$  в точке  $N$ .

а) Докажите, что  $SN : NC = 2 : 1$ .

б) Найдите угол между плоскостями  $AKL$  и  $ABC$ , если  $AB = 10$ , а высота пирамиды равна 20.

14 Решите неравенство  $(\log_3^2 x - 2)^2 + 5 \leq 6 \cdot \log_3^2 x$ .



- 15 Антон является владельцем двух заводов в разных городах. На заводах производятся абсолютно одинаковые товары при использовании одинаковых технологий. Если рабочие на одном из заводов трудятся суммарно  $t^2$  часов в неделю, то за эту неделю они производят  $t$  единиц товара. За каждый час работы на заводе, расположенном в первом городе, Антон платит рабочему 250 рублей, а на заводе, расположенном во втором городе, – 200 рублей. Антон готов выделять 900 000 рублей в неделю на оплату труда рабочих. Какое наибольшее количество единиц товара можно произвести за неделю на этих двух заводах?

- 16 Окружность с центром  $O$ , вписанная в треугольник  $ABC$ , проходит через середину отрезка  $OA$  и касается сторон  $AB$  и  $AC$  в точках  $K$  и  $L$  соответственно.
- а) Докажите, что  $\angle BOC = 120^\circ$ .
- б) Прямая  $KO$  пересекает прямую  $BC$  в точке  $Q$ . Найдите площадь треугольника  $LQO$ , если радиус окружности вписанной в треугольник  $ABC$  равен 6,  $\angle ABC = 45^\circ$ .

- 17 Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система неравенств
- $$\begin{cases} x^2 + a^2 + 10x \leq 0, \\ x^2 + a^2 < 2x + 6a \end{cases}$$
- не имеет решений, а каждое из неравенств этой системы имеет хотя бы одно решение.

- 18 Для квадратичной функции  $f(x) = x^2 + bx + c$  уравнение  $f(x) = 0$  имеет два различных корня, каждый из которых является целым отрицательным числом.
- а) Может ли быть верным равенство  $f(6) = 56$ ?
- б) Может ли быть верным равенство  $f(6) = 52$ ?
- в) Найдите наименьшее значение дискриминанта квадратного трёхчлена  $x^2 + bx + c$ , если  $f(6) = 144$ ?

*Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.*