

**Вариант 1**

1. Упростите выражение  $\left(\frac{6}{a^2-9} + \frac{1}{3-a}\right) \cdot \frac{a^2+6a+9}{5}$  и найдите его значение при  $a = -4$ .

2. Выполните действия:  $(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + \sqrt{24}(6 - 5\sqrt{6})$ .

3. При каких значениях  $x$  функция  $y = \frac{3x-2}{4} - \frac{5x+1}{2}$  принимает положительные значения?

4. Сократите дробь  $\frac{2a^2 - 2b^2 - a + b}{1 - 2a - 2b}$ .

5. Поезд должен был пройти 420 км за определенное время. Однако по техническим причинам выехал на 30 мин позже. Чтобы прибыть вовремя, он увеличил скорость на 2 км/ч. Какова была скорость поезда?

6. При каких значениях  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - (4a+3)x + 3a^2 + 3a}{x-1} = 0$

а) имеет один корень;

б) имеет только отрицательные корни?

### Вариант 2 .

1. Упростите выражение  $\left(\frac{4}{a^2 - 4} + \frac{1}{2 - a}\right) \cdot \frac{a^2 + 4a + 4}{3}$  и найдите его значение при  $a = -2, 3$ .

2. Выполните действия:  $(4\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + \sqrt{54}(8 - 7\sqrt{6})$ .

3. При каких значениях  $x$  функция  $y = \frac{2x + 3}{4} - \frac{6x - 5}{3}$  принимает отрицательные значения?

4. Сократите дробь  $\frac{b - a - 3b^2 + 3a^2}{3a + 3b - 1}$ .

5. Из одного пункта в другой, расстояние между которыми 120 км, выехали велосипедист и мотоциклист. Скорость мотоциклиста на 10 км/ч больше скорости велосипедиста, поэтому он затратил на путь на 6 ч меньше. Какова скорость мотоциклиста?

6. При каких значениях  $a$  уравнение  $\frac{x^2 - (3a + 3)x + 2a^2 + 3a}{x - 2} = 0$ :

а) имеет один корень;

б) имеет только отрицательные корни?

## ОТВЕТЫ на контрольную работу

### Вариант 1

№ 1.  $-(a + 3)/5$ ; 0,2.

№ 2. -30.

№ 3.  $x < -4/7$ .

№ 4.  $b - a$ .

№ 5. 42 км/ч.

№ 6. а)  $a = 1$  и  $a = -2/3$ ; б)  $a < -1$ .

Смотреть РЕШЕНИЯ заданий Варианта 1

**Вариант 1**

① Приведем дроби в скобках к общему знаменателю и сложим их. Учтем формулу квадрата суммы чисел. Получаем

$$\left(\frac{6}{a^2-9} + \frac{1}{3-a}\right) \cdot \frac{a^2+6a+9}{5} = \left(\frac{6}{(a-3)(a+3)} - \frac{1}{a-3}\right) \cdot \frac{(a+3)^2}{5} =$$

$$= \frac{6-a-3}{(a-3)(a+3)} \cdot \frac{(a+3)^2}{5} = \frac{(3-a)(a+3)}{(a-3)(a+3)5} = -\frac{a+3}{5}.$$

Найдем значение этого выражения при  $a = -4$  и получим

$$\frac{-4+3}{5} = \frac{1}{5} = 0,2.$$

$$\text{Ответ: } -\frac{a+3}{5}; 0,2.$$

② Учтем свойства квадратных корней и формулу квадрата разности чисел. Имеем

$$(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + \sqrt{24}(6 - 5\sqrt{6}) = (2\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 +$$

$$+ 2\sqrt{6}(6 - 5\sqrt{6}) = 12 - 12\sqrt{6} + 18 + 12\sqrt{6} - 60 = -30.$$

Ответ:  $-30$ .

③ Преобразуем данную функцию. Для этого приведем дроби к общему знаменателю и вычтем их. Получаем

$$y = \frac{3x-2}{4} - \frac{5x+1}{2} = \frac{3x-2-2(5x+1)}{4} = \frac{3x-2-10x-2}{4} =$$

$$= \frac{-7x-4}{4}.$$

Так как функция принимает положительные значения, то имеем неравенство  $\frac{-7x-4}{4} > 0$ , или  $-7x-4 > 0$ , или  $-4 > 7x$ , откуда  $-\frac{4}{7} > x$ .

$$\text{Ответ: } x < -\frac{4}{7}.$$

④ Для сокращения дроби разложили ее числитель на множители, используя формулу разности квадратов и группировку членов. Тогда дробь имеет вид

$$\frac{2a^2 - 2b^2 - a + b}{1 - 2a - 2b} = \frac{2(a-b)(a+b) - (a-b)}{1 - 2a - 2b} =$$

$$\frac{(a-b)(2a+2b-1)}{1 - 2a - 2b} = -(a-b) = b - a.$$

Ответ:  $b - a$ .

⑤ Пусть  $x$  (км/ч) — реальная скорость поезда, тогда планируемая скорость  $(x - 2)$  (км/ч). Расстояние 420 км поезд преодолел за  $\frac{420}{x}$  (ч), а должен был за  $\frac{420}{x-2}$  (ч). По условию задачи

получаем уравнение  $\frac{420}{x-2} = \frac{1}{2} + \frac{420}{x}$ . Умножим все члены уравнения на  $2(x-2)x$ . Имеем  $420 \cdot 2x = x(x-2) + 420 \cdot 2(x-2)$ , или  $840x = x^2 - 2x + 840x - 1680$ , или  $x^2 - 2x - 1680 = 0$ . Корни этого уравнения  $x_1 = 42$  и  $x_2 = -40$  (не подходит). Итак, реальная скорость поезда 42 км/ч.

Ответ: 42 км/ч.

⑥ Сначала решим уравнение  $\frac{x^2 - (4a+3)x + 3a^2 + 3a}{x-1} = 0$ .

Дробь равна нулю, если ее числитель  $x^2 - (4a+3)x + 3a^2 + 3a = 0$ , а знаменатель  $x - 1 \neq 0$ . Решим квадратное уравнение. Найдем его дискриминант:  $D = (4a+3)^2 - 4(3a^2+3a) = 16a^2 + 24a + 9 - 12a^2 - 12a = 4a^2 + 12a + 9 = (2a+3)^2$ . Тогда корни уравнения  $x_{1,2} = \frac{4a+3 \pm (2a+3)}{2}$ , т. е.  $x_1 = a$  и  $x_2 = 3a+3$ .

а) Если данное уравнение имеет один корень, то другой корень равен запрещенному значению  $x = 1$ . Поэтому или  $a = 1$ , или  $3a+3 = 1$  (т. е.  $a = -\frac{2}{3}$ ). Итак, при  $a = 1$  и  $a = -\frac{2}{3}$  данное уравнение имеет один корень.

б) Если уравнение имеет отрицательные корни, то выполнены неравенства  $\begin{cases} a < 0, \\ 3a+3 < 0. \end{cases}$  Решение этой системы неравенств  $a < -1$ .

$$\text{Ответ: а) } a = 1 \text{ и } a = -\frac{2}{3}; \text{ б) } a < -1.$$

**Вариант 2**

**№ 1.**  $-(a+2)/3; 0,1$ .

**№ 2.**  $-60$ .

№ 3.  $x > 29/18$ .

№ 4.  $a - b$ .

№ 5. 20 км/ч.

№ 6. а)  $a = 2$  и  $a = -1/2$ ; б)  $a > 0$ .

**Смотреть РЕШЕНИЯ заданий Варианта 2**

**Вариант 2**

① Приведем дроби в скобках к общему знаменателю и сложим их. Учтем формулу квадрата суммы чисел. Получаем

$$\left(\frac{4}{a^2-4} + \frac{1}{2-a}\right) \cdot \frac{a^2+4a+4}{3} = \left(\frac{4}{(a-2)(a+2)} - \frac{1}{a-2}\right) \cdot \frac{(a+2)^2}{3} =$$

$$= \frac{4-a-2}{(a-2)(a+2)} \cdot \frac{(a+2)^2}{3} = \frac{(2-a)(a+2)^2}{(a-2)(a+2)3} = -\frac{a+2}{3}.$$

Найдем значение этого выражения при  $a = -2,3$  и получим

$$\frac{-2,3+2}{3} = \frac{0,3}{3} = 0,1.$$

**Ответ:**  $-\frac{a+2}{3}; 0,1.$

② Учтем свойства квадратных корней и формулу квадрата разности чисел. Имеем

$$(4\sqrt{3} - 3\sqrt{2})^2 + \sqrt{54}(8 - 7\sqrt{6}) = (4\sqrt{3})^2 - 2 \cdot 4\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{2} + (3\sqrt{2})^2 +$$

$$+ 3\sqrt{6}(8 - 7\sqrt{6}) = 48 - 24\sqrt{6} + 18 + 24\sqrt{6} - 126 = -60.$$

**Ответ:**  $-60.$

③ Преобразуем данную функцию. Для этого приведем дроби к общему знаменателю и вычтем их. Получаем

$$y = \frac{2x+3}{4} - \frac{6x-5}{3} = \frac{3(2x+3) - 4(6x-5)}{12} = \frac{6x+9-24x+20}{12} =$$

$$= \frac{-18x+29}{12}.$$

Так как функция принимает положительные значения, то имеем неравенство  $\frac{-18x+29}{12} < 0$ , или  $-18x + 29 < 0$ , или  $29 < 18x$ , откуда  $\frac{29}{18} < x$ .

**Ответ:**  $x > \frac{29}{18}.$

④ Для сокращения дроби разложили ее числитель на множители, используя формулу разности квадратов и группировку членов. Тогда дробь имеет вид

$$\frac{b-a-3b^2+3a^2}{3a+3b-1} = \frac{(b-a)-3(b-a)(b+a)}{3a+3b-1} =$$

$$= \frac{(b-a)(1-3b-3a)}{3a+3b-1} = -(b-a) = a-b.$$

**Ответ:**  $a-b.$

⑤ Пусть  $x$  (км/ч) – скорость мотоциклиста, тогда скорость велосипедиста  $(x-10)$  (км/ч). Расстояние 120 км мотоциклист преодолеет за время  $\frac{120}{x}$  (ч), велосипедист – за время  $\frac{120}{x-10}$  (ч).

По условию задачи получаем уравнение  $\frac{120}{x-10} = \frac{120}{x} + 6$ . Умножим все члены уравнения на  $\frac{1}{6}(x-10)x$ . Имеем  $20x = 20(x-10) +$

$+(x-10)x$ , или  $20x = 20x - 200 + x^2 - 10x$ , или  $x^2 - 10x - 200 = 0$ . Корни этого уравнения  $x_1 = 20$  и  $x_2 = -10$  (не подходит). Итак, реальная скорость мотоциклиста 20 км/ч.

**Ответ:** 20 км/ч.

⑥ Сначала решим уравнение  $\frac{x^2 - (3a+3)x + 2a^2 + 3a}{x-2} = 0$ .

Дробь равна нулю, если ее числитель  $x^2 - (3a+3)x + 2a^2 + 3a = 0$ , а знаменатель  $x-2 \neq 0$ . Решим квадратное уравнение. Найдем его дискриминант:  $D = (3a+3)^2 - 4(2a^2+3a) = 9a^2 + 18a + 9 - 8a^2 - 12a = a^2 + 6a + 9 = (a+3)^2$ . Тогда корни уравнения  $x_{1,2} = \frac{3a+3 \pm (a+3)}{2}$ , т. е.  $x_1 = a$  и  $x_2 = 2a+3$ .

а) Если данное уравнение имеет один корень, то другой корень равен запрещенному значению  $x = 2$ . Поэтому или  $a = 2$ , или  $2a+3 = 2$  (т. е.  $a = -\frac{1}{2}$ ). Итак, при  $a = 2$  и  $a = -\frac{1}{2}$  данное уравнение имеет один корень.

б) Если уравнение имеет положительные корни, то выполнены неравенства  $\begin{cases} a > 0, \\ 2a+3 > 0. \end{cases}$  Решение этой системы неравенств  $a > 0$ .

**Ответ:** а)  $a = 2$  и  $a = -\frac{1}{2}$ ; б)  $a > 0$ .