

Часть 1

Основной государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Тренировочный вариант №321

Уровень 2

Инструкция по выполнению работы

Работа состоит из двух модулей: «Алгебра» и «Геометрия». Всего в работе 25 заданий. Модуль «Алгебра» содержит семнадцать заданий: в части 1 — четырнадцать заданий; в части 2 — три задания. Модуль «Геометрия» содержит восемь заданий: в части 1 — пять заданий; в части 2 — три задания.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 записываются в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа. Эту цифру запишите в поле ответа в тексте работы.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр, которые нужно записать в поле ответа в тексте работы. Если в ответе получена обыкновенная дробь, обратите её в десятичную.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на отдельном листе или бланке. Задания можно выполнять в любом порядке, начиная с любого модуля. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования и т.д. выполняйте в черновике. Записи в черновике не учитываются при оценивании работы. Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами.

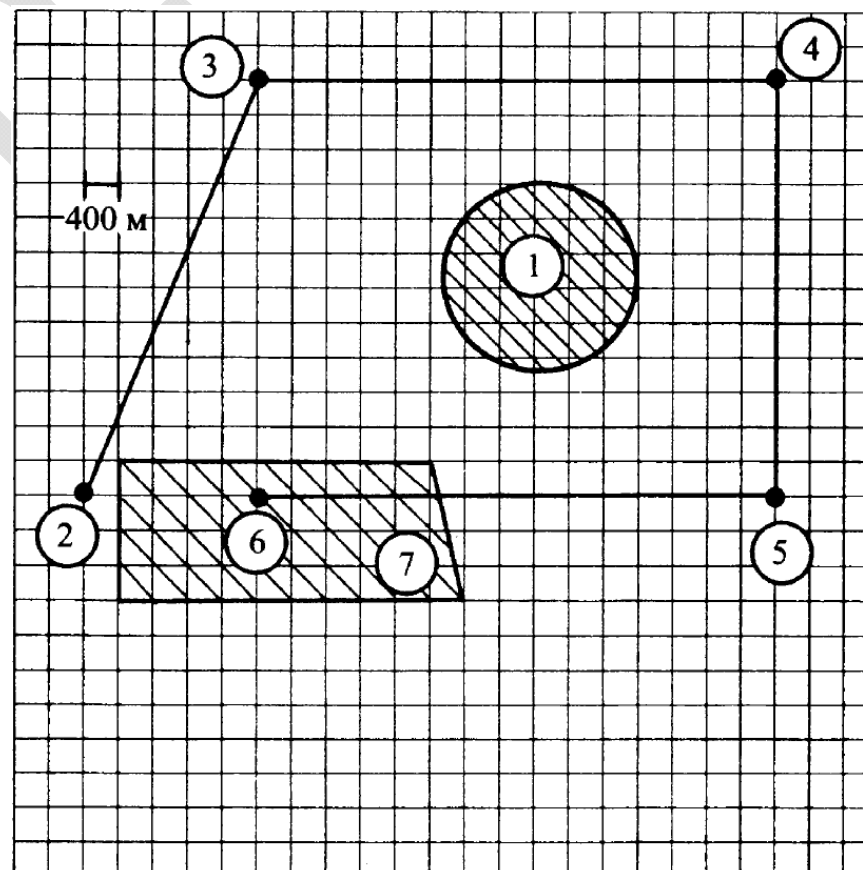
Баллы, полученные Вами за выполненные верно задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Желаем успеха!

Ответами к заданиям 1 – 19 являются цифра, число или последовательность цифр, которые следует вписать в БЛАНК ОТВЕТОВ №1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами.

Модуль «Алгебра»

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На листке бумаги в клетку (см. рис. выше) изображён план местности, прилегающий к круглому пруду. Сторона каждой клетки на плане соответствует 400 м.

Населённые пункты обозначены на плане жирными точками.

Рядом с прудом находится старая роща, обозначенная на плане цифрой 7. В роще расположена деревня Дубовка. Недалеко от озера находится деревня Боярская, соединённая прямыми дорогами с деревнями Дубовка и Неурожайка. Ближе всего к Дубовке находится деревня Ясная, но короткой дороги без промежуточных населённых пунктов между Дубовкой и Ясной нет. Ясная соединена прямой дорогой с деревней Дождливая.

Большая часть изображённой на плане местности – это поля, используемые в сельском хозяйстве.

1. Для объектов, указанных в таблице, определите, какими цифрами они обозначены на плане. Заполните таблицу. В ответе запишите последовательность четырёх цифр без пробелов, запятых и других разделительных символов.

Объекты	Пруд	д. Ясная	д. Неурожайка	д. Дождливая
Цифры				

Ответ: _____.

2. Найдите площадь (в км²) рощи.

Ответ: _____.

3. Найдите расстояние (в метрах) по дороге от деревни Дождливая до деревни Ясная.

Ответ: _____.

4. Автомобиль расходует 8 л топлива на путь 100 км. Сколько литров топлива израсходует автомобиль при поездке из деревни Дубовка в деревню Дождливая?

Ответ: _____.

5. Для улучшения сообщения между населёнными пунктами планируется построить ещё одну дорогу: либо от деревни Дубовка до деревни Дождливая, либо от Деревни Дубовка до деревни Ясная. Дорога должна соединить населённые пункты по прямой. Цена прокладки дороги по роще – 11 млн рублей за 1 км, прокладка дороги по полю – 3 млн руб. за 1 км. Из указанных вариантов строительства дорог выберите тот, стоимость которого будет ниже. В ответ запишите стоимость (в млн рублей) выбранного варианта дороги.

Ответ: _____.

6. Найдите значение выражения $\left(4\frac{2}{3}-2\right)\cdot 6\frac{3}{4}$.

Ответ: _____.

7. Пусть a, b, c, d – действительные положительные числа. Найдите наибольшее значение выражения:

$$\frac{\sqrt{\frac{a}{b+c}} + \sqrt{\frac{b}{c+a}} + \sqrt{\frac{c}{a+b}}}{\sqrt{\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}}}$$

В ответе запишите номер правильного варианта ответа.

1) $\sqrt{3}$

2) $\sqrt{2}$

3) $\sqrt{1,5}$

4) 1

Ответ: _____.

8. Найдите значение выражения $\frac{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}} \cdot \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right) : \frac{a-b-c}{abc}$ при $a = 0,02$,

$b = -11,05$ и $c = 1,07$.

Ответ: _____.

9. Решите в действительных числах уравнение:

$$3\left(x - \frac{1}{x}\right) + 2\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 4.$$

В ответе запишите значение выражения $-3x_1 + 4x_2 - x_3 + 5x_4$, где x_i – корни этого уравнения, причём $x_i < x_{i+1}$.

Ответ: _____.

10. На окружной железной дороге n станций. Иногда дежурные по станциям связываются друг с другом по радио. В каждый момент времени сеанс связи ведут только два человека. За сутки между каждыми двумя станциями произошёл ровно один радиосеанс. Для каждой станции (если учесть только её сеансы) оказалось, что она общалась с другими станциями по очереди в порядке их расположения на железной дороге (по или против часовой стрелки, у разных станций эти направления могут быть разными), начиная с одной из соседних и заканчивая другой. Чему может равняться n ?

Ответ: _____.

11. На множестве действительных чисел $x \neq \pm 1$ задана функция $f(x)$. Также известно, что эта функция при любых действительных значениях $x \neq \pm 1$ удовлетворяет уравнению:

$$f\left(\frac{x-3}{x+1}\right) + f\left(\frac{x+3}{1-x}\right) = x.$$

Установите соответствие между выражениями для значений функции $f(x)$ и значениями этой функции. В ответе укажите последовательность трёх цифр, соответствующих А, Б, В, без пробелов, запятых и других разделительных символов.

А) $f(12)$

Б) $f(4)$

В) $f(18)$

1) $\frac{2979}{323}$

2) $\frac{906}{143}$

3) $\frac{46}{15}$

Ответ: _____.

12. Второй закон Ньютона можно записать в виде $F = ma$, где F — сила (в ньютонах), действующая на тело, m — его масса (в килограммах), a — ускорение, с которым движется тело (в м/с^2). Найдите m (в килограммах), если $F = 188$ Н и $a = 47$ м/с^2 .

Ответ: _____.

13. Решите в действительных числах неравенство:

$$\left(x + \frac{2}{x}\right) \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 1}{\sqrt{4 - x} - 1}\right)^2 \geq 3 \cdot \left(\frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4} - 1}{\sqrt{4 - x} - 1}\right)^2.$$

В ответе укажите номер правильного варианта ответа.

- 1) \emptyset 2) $(0; 1] \cup [2; 3) \cup (3; 4]$
3) $(0; 1]$ 4) $(0; 1] \cup [2; 4]$

Ответ: _____.

14. Ваня, Миша, Алик и Вадим ловили рыбу. Оказалось, что количества рыб, пойманных каждым из них, образуют в указанном порядке арифметическую прогрессию. Если бы Алик поймал столько же рыб, сколько Вадим, а Вадим поймал бы на 16 рыб больше, то количества рыб, пойманных юношами, образовали бы в том же порядке геометрическую прогрессию. Сколько рыб поймал Миша?

Ответ: _____.

Модуль «Геометрия»

15. Пусть P и Q – середины сторон AB и CD четырёхугольника $ABCD$, а M и N – середины диагоналей AC и BD . Причём MN перпендикулярна PQ . Известно, что $AD = 10$. Найдите длину отрезка BC .

Ответ: _____.

16. Около прямоугольного треугольника ABC с гипотенузой AB описана окружность. Расстояния от точек A и B до прямой, касающейся окружности в точке C , равны 256 и 105 соответственно. Найдите длину катета AC .

Ответ: _____.

17. На каждой стороне ромба находится по одной вершине квадрата, стороны которого параллельны диагоналям ромба. Найдите сторону квадрата, если диагонали ромба равны 8 и 12.

Ответ: _____.

18. Площадь треугольника ABC равна 820. Угол BAC острый. Найдите длину стороны BC , если $AB = 8\sqrt{41}$, $AC = 13\sqrt{41}$.

Ответ: _____.

19. Какие из следующих утверждений верны? Если верных утверждений несколько, запишите их номера в порядке возрастания без пробелов, запятых и других разделительных символов.

- 1) Если две стороны одного треугольника соответственно равны двум сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.
- 2) Средняя линия трапеции параллельна её основаниям.
- 3) Длина гипотенузы прямоугольного треугольника меньше суммы длин его катетов.

Ответ: _____.

Часть 2

При выполнении заданий 20–25 используйте бланк ответов №2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво. Обращаем Ваше внимание на то, что записи в черновике не будут учитываться при оценивании работы.

Модуль «Алгебра»

20. Найдите значение выражения $x^8 + y^8 + z^8$, где x, y, z – комплексные числа, удовлетворяющие системе:

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ xy + yz + zx = 2 \\ xyz = 3 \end{cases}$$

21. Конечная последовательность a_1, a_2, \dots, a_n состоит из $n \geq 3$ необязательно различных натуральных чисел, причём при всех натуральных $k \leq n-2$ выполнено равенство $a_{k+2} = 2a_{k+1} - a_k - 1$. При каком наибольшем n такая последовательность может состоять только из двузначных чисел?

22. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|1 - ax| = 1 + (1 - 2a)x + ax^2$$

имеет ровно одно действительное решение.

Модуль «Геометрия»

23. Дан треугольник ABC с длинами сторон $BC = a, AC = b, AB = c$ и углом BAC , равным α . Известно, что $\operatorname{ctg} \frac{\alpha}{2} = \frac{b+c}{a}$. Найдите градусную меру большего внутреннего угла треугольника ABC .

24. Дан выпуклый многоугольник $A_1A_2\dots A_n$. На стороне A_1A_2 взяты точки B_1 и D_2 , на стороне A_2A_3 – точки B_2 и D_3 и т. д. таким образом, что если построить параллелограммы $A_1B_1C_1D_1, A_2B_2C_2D_2, \dots, A_nB_nC_nD_n$, то прямые $A_1C_1, A_2C_2, \dots, A_nC_n$ пересекутся в одной точке O . Докажите, что $A_1B_1 \cdot A_2B_2 \cdot \dots \cdot A_nB_n = A_1D_1 \cdot A_2D_2 \cdot \dots \cdot A_nD_n$.

25. Дан выпуклый равносторонний шестиугольник $ABCDEF$, в котором $\angle BAF + \angle BCD + \angle DEF = \angle ABC + \angle CDE + \angle AFD$. На сторонах AB, BC, CD, DE, EF, AF отмечены точки $A_1, B_1, C_1, D_1, E, F_1$ соответственно. Найдите сумму градусных мер углов $AA_1D_1, BB_1E_1, CC_1F_1, ED_1A_1, FE_1B_1, AF_1C_1$.

Задание	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Ответ	1243	6,08	5200	1,344	17,6	18	3	0,1	6,5	4	231	4	2	8	10	304	4,8	41	23	53	26	0;1	90	-	540