

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

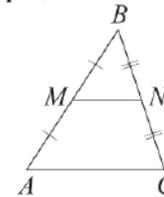
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

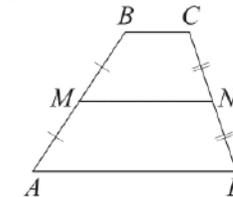
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

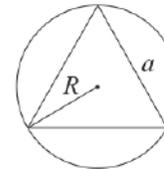


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



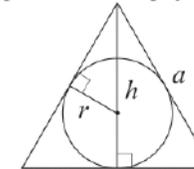
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



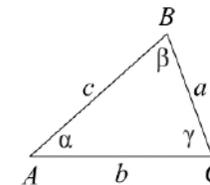
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



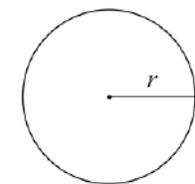
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

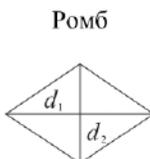


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



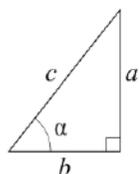
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

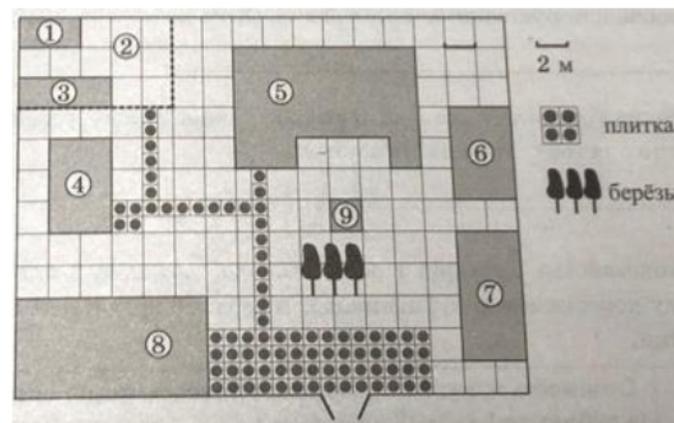
Некоторые значения тригонометрических функций

α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5



На плане изображено домохозяйство, находящееся по адресу: с. Малые Всегодичи, д. 26. Сторона каждой клетки на плане равна 2 м. Участок имеет форму прямоугольника. Выезд и въезд осуществляются через единственные ворота.

При входе на участок справа от ворот находится коровник, а слева – курятник. Площадь, занятая курятником, равна 72 кв. м. Рядом с курятником расположен пруд площадью 24 кв. м.

Жилой дом расположен в глубине территории. Перед домом имеется фонтан, а между фонтаном и воротами – небольшая берёзовая рощица. Между жилым домом и коровником построена баня. За домом находится огород (его границы отмечены на плане пунктирной линией), на котором есть теплица, а также (в самом углу и огорода, и всего домохозяйства) – компостная яма. Все дорожки внутри участка имеют ширину 1 м и вымощены тротуарной плиткой размером 1 м × 1 м. Между коровником и курятником имеется площадка площадью 56 кв. м, вымощенная такой же плиткой.



- 1 Сопоставьте объекты, указанные в таблице, с цифрами, которыми эти объекты обозначены на плане. Заполните таблицу, а в бланк ответов перенесите последовательность из пяти цифр.

Объекты	теплица	коровник	компостная яма	огород	пруд
Цифры					

- 2 Тротуарная плитка продаётся в упаковках по 5 штук. Сколько упаковок понадобилось купить владельцам домохозяйства для того, чтобы выложить все дорожки и площадку между коровником и курятником?

Ответ: _____.

- 3 Найдите площадь, которую занимает компостная яма. Ответ дайте в квадратных метрах.

Ответ: _____.

- 4 Найдите расстояние от жилого дома до огорода (расстояние между двумя ближайшими точками объектов по прямой). Ответ дайте в метрах.

Ответ: _____.

- 5 Владельцы домохозяйства планируют обновить всю тротуарную плитку (и дорожки, и площадку между коровником и курятником). В таблице представлены условия трёх поставщиков плитки.

Поставщик	Стоимость плитки (в рублях за 1 кв. м)	Доставка (в рублях)	Работы по демонтажу старой плитки и по укладке новой (в рублях)
1	430	5000	10 000
2	425	6000	бесплатно
3	500	бесплатно	5000

Во сколько рублей обойдётся владельцам самый выгодный вариант?

Ответ: _____.

- 6 Найдите значение выражения

$$8 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^2 - 14 \cdot \frac{1}{4}$$

Ответ: _____.

- 7 Какое из данных чисел принадлежит промежутку $[6; 7]$?

- 1) $\sqrt{6}$
- 2) $\sqrt{7}$
- 3) $\sqrt{40}$
- 4) $\sqrt{51}$

Ответ:

- 8 Найдите значение выражения

$$6x \cdot (8x^6)^2 : (8x^4)^3$$

при $x = 60$.

Ответ: _____.

- 9 Решите уравнение

$$5x^2 + 15x = 0.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите меньший из корней.

Ответ: _____.

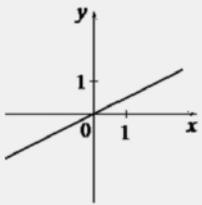
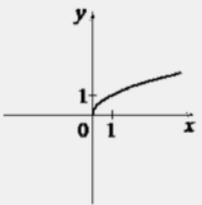
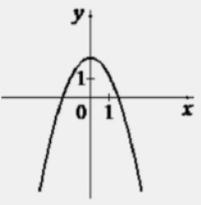


10 Вероятность того, что новая шариковая ручка пишет плохо (или не пишет), равна 0,19. Покупатель в магазине выбирает одну шариковую ручку. Найдите вероятность того, что эта ручка пишет хорошо.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

ГРАФИКИ

А)  Б)  В) 

ФОРМУЛЫ

1) $y = \frac{1}{2}x$ 2) $y = 2 - x^2$ 3) $y = \sqrt{x}$

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

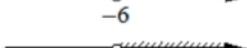
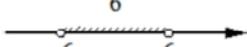
Ответ:

А	Б	В

12 Мощность постоянного тока (в ваттах) вычисляется по формуле $P = I^2 R$, где I – сила тока (в амперах), R – сопротивление (в омах). Пользуясь этой формулой, найдите сопротивление R , если мощность составляет 147 Вт, а сила тока равна 3,5 А. Ответ дайте в омах.

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства $x^2 > 36$.

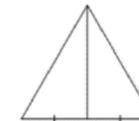
- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ:

14 Врач прописал больному капли по следующей схеме: в первый день 10 капель, а в каждый следующий день – на 10 капель больше, чем в предыдущий, до тех пор, пока дневная доза не достигнет 80 капель. Такую дневную дозу (80 капель) больной ежедневно принимает три дня, а затем уменьшает приём на 10 капель в день до последнего дня, когда больной принимает последние десять капель. Сколько пузырьков лекарства нужно купить на весь курс, если в каждом пузырьке 5 мл лекарства, то есть 150 капель?

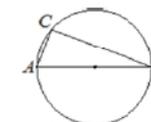
Ответ: _____.

15 Медиана равностороннего треугольника равна $9\sqrt{3}$. Найдите сторону этого треугольника.

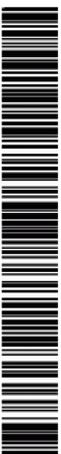


Ответ: _____.

16 Центр окружности, описанной около треугольника ABC , лежит на стороне AB . Найдите угол ABC , если угол BAC равен 75° . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

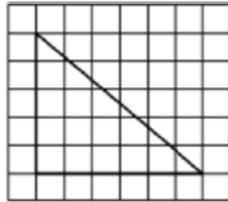


- 17 Два катета прямоугольного треугольника равны 6 и 7. Найдите площадь этого треугольника.



Ответ: _____.

- 18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён прямоугольный треугольник. Найдите длину его большего катета.



Ответ: _____.

- 19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все хорды одной окружности равны между собой.
- 2) Диагональ равнобедренной трапеции делит её на два равных треугольника.
- 3) Сумма углов равнобедренного треугольника равна 180 градусам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

- 20 Решите систему уравнений

$$\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases}$$

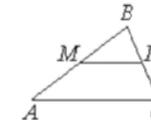
- 21 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

- 22 Постройте график функции

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & \text{при } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x} & \text{при } x < -4. \end{cases}$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.

- 23 Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB = 9$, $AC = 18$, $MN = 8$. Найдите AM .



- 24 Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

- 25 В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O – центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



**Система оценивания экзаменационной работы по математике****Часть 1**

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	37124
2	17
3	8
4	4
5	41275
6	-3
7	3
8	45
9	-3
10	0,81
11	132
12	12
13	1
14	6
15	18
16	15
17	21
18	6
19	3
20	$(-1; 1); (1; 1)$
21	14
22	$\{0\} \cup [4; +\infty)$
23	5
24	■
25	26

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20 Решите систему уравнений $\begin{cases} 3x^2 + y = 4, \\ 2x^2 - y = 1. \end{cases} \Rightarrow y = 4 - 3x^2$

$$5x^2 + 0 = 5$$

$$5x^2 = 5$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \quad \text{или} \quad x = -1$$

$$y = 4 - 3 \cdot 1^2 = 1 \quad \text{или} \quad y = 4 - 3 \cdot (-1)^2 = 1$$

$(1; 1)$ $(-1; 1)$

Баллы	Содержание критерия
2	Обоснованно получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $(-1; 1); (1; 1)$

21 Первая труба пропускает на 6 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объёмом 140 литров она заполняет на 3 минуты дольше, чем вторая труба?

Призв.	Время	Кол-во литров
I	x	$\frac{140}{x}$
II	$x+6$	$\frac{140}{x+6}$

$$t_{\text{медл}} - t_{\text{быстр}} = 3$$

$$\frac{140}{x} - \frac{140}{x+6} = 3$$

$$\frac{140(x+6) - 140x}{x^2+6x} = 3$$

$$x^2 + 6x = +280$$

$$x^2 + 6x - 280 = 0$$

$$x_1 = -20 \quad x_2 = 14$$

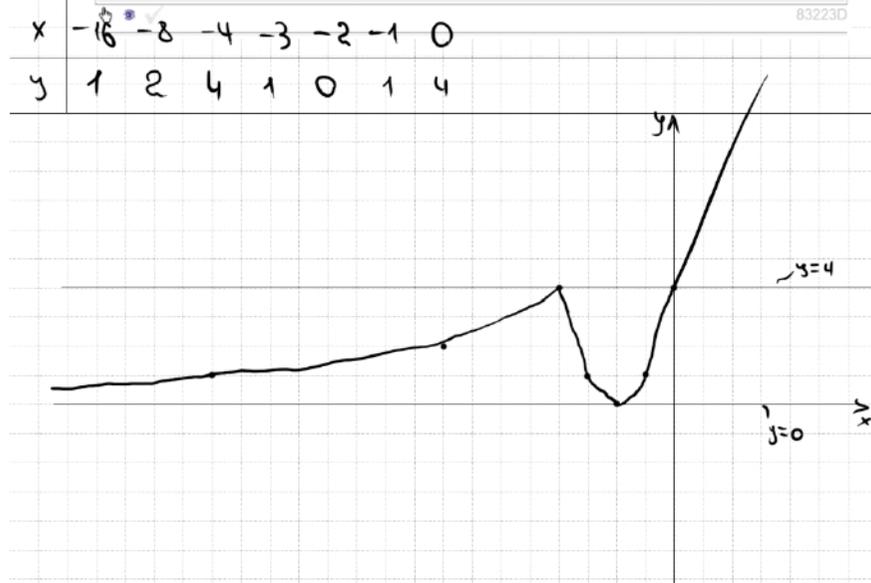
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущены описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 14

22 Постройте график функции $x_0 = \frac{-b}{2 \cdot a} = \frac{-1}{2} = -2$

$$y = \begin{cases} x^2 + 4x + 4 & \text{при } x \geq -4, \\ -\frac{16}{x} & \text{при } x < -4. \end{cases}$$

и определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком одну или две общие точки.



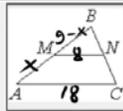
Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: $\{0\} \cup [4; +\infty)$



23

Прямая, параллельная стороне AC треугольника ABC , пересекает стороны AB и BC в точках M и N соответственно, $AB = 9$, $AC = 18$, $MN = 8$. Найдите AM .



D60018

$\triangle BMN \sim \triangle ABC$ по 2 углам
($\angle B$ - общий и $\angle BMN = \angle BAC$)

$$\frac{8}{18} = \frac{9-x}{9}$$

$$9-x = 4$$

$$x = 5$$

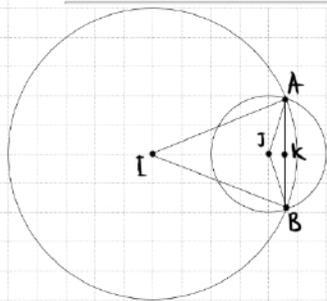
Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 5

24

Окружности с центрами в точках I и J пересекаются в точках A и B , причём точки I и J лежат по одну сторону от прямой AB . Докажите, что прямые AB и IJ перпендикулярны.

C60AED



① $\triangle IAB$ - равнобе (IA и IB - радиусы)
Пусть k - середина AB
Тогда IK - медиана и высота

② $\triangle JAB$ - равнобе (JA и JB - радиусы)
 JK - медиана и высота

$\Rightarrow IK \perp AB$
 $JK \perp AB$

$\Rightarrow IK$ и JK - параллельны или совпадают

Учитывая, что обе прямые проходят через K , они совпадают

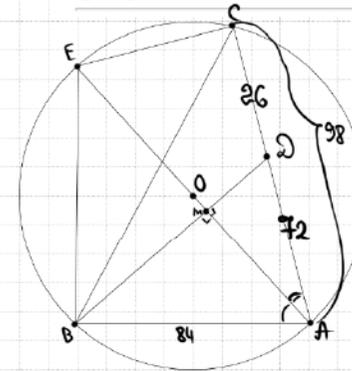
$\Rightarrow IJ \perp AB$

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

В треугольнике ABC известны длины сторон $AB = 84$, $AC = 98$, точка O — центр окружности, описанной около треугольника ABC . Прямая BD , перпендикулярная прямой AO , пересекает сторону AC в точке D . Найдите CD .

CBF1A6



① $\angle ACE = 90^\circ$
 $\angle ABE = 90^\circ$ *опт на гномесф.*

② $\triangle ABE \sim \triangle ABM \sim \triangle ACF \sim \triangle AMD$
 $\frac{BM}{BE} = \frac{AB}{AE} = \frac{AM}{AB}$ $\frac{DM}{CE} = \frac{AD}{AE} = \frac{AM}{AC}$

$$AM \cdot AE = AB^2$$

$$AM \cdot AE = AC \cdot AD$$

$$AB^2 = AC \cdot AD$$

$$84 \cdot 84 = 98 \cdot AD$$

$$AD = \frac{84 \cdot 84}{98} = 72$$

$$CD = 98 - 72 = 26$$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

ОТВЕТ: 26



В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.

