

Основной Государственный Экзамен по МАТЕМАТИКЕ

Инструкция по выполнению работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, включающих в себя 25 заданий. Часть 1 содержит 19 заданий, часть 2 содержит 6 заданий с развёрнутым ответом.

На выполнение экзаменационной работы по математике отводится 3 часа 55 минут (235 минут).

Ответы к заданиям 7 и 13 запишите в бланк ответов № 1 в виде одной цифры, которая соответствует номеру правильного ответа.

Для остальных заданий части 1 ответом является число или последовательность цифр. Ответ запишите в поле ответа в тексте работы, а затем перенесите в бланк ответов № 1. Если получилась обыкновенная дробь, ответ запишите в виде десятичной.

Решения заданий части 2 и ответы к ним запишите на бланке ответов № 2. Задания можно выполнять в любом порядке. Текст задания переписывать не надо, необходимо только указать его номер.

Все бланки заполняются яркими чёрными чернилами. Допускается использование гелевой или капиллярной ручки.

Сначала выполняйте задания части 1. Начать советуем с тех заданий, которые вызывают у Вас меньше затруднений, затем переходите к другим заданиям. Для экономии времени пропускайте задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходите к следующему. Если у Вас останется время, Вы сможете вернуться к пропущенным заданиям.

При выполнении части 1 все необходимые вычисления, преобразования выполняйте в черновике. **Записи в черновике, а также в тексте контрольных измерительных материалов не учитываются при оценивании работы.**

Если задание содержит рисунок, то на нём непосредственно в тексте работы можно выполнять необходимые Вам построения. Рекомендуем внимательно читать условие и проводить проверку полученного ответа.

При выполнении работы Вы можете воспользоваться справочными материалами, выданными вместе с вариантом КИМ.

Баллы, полученные Вами за выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать наибольшее количество баллов.

Для прохождения аттестационного порога необходимо набрать не менее 8 баллов, из которых не менее 2 баллов должны быть получены за решение заданий по геометрии (задания 15–19, 23–25).

После завершения работы проверьте, чтобы ответ на каждое задание в бланках ответов №1 и №2 был записан под правильным номером.

Желаем успеха!

СПРАВОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

АЛГЕБРА

- Формула корней квадратного уравнения:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}, \text{ где } D = b^2 - 4ac.$$

- Если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет два корня x_1 и x_2 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2);$$

- если квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$ имеет единственный корень x_0 , то

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_0)^2.$$

- Абсцисса вершины параболы, заданной уравнением $y = ax^2 + bx + c$:

$$x_0 = -\frac{b}{2a}.$$

- Формула n -го члена арифметической прогрессии (a_n) , первый член которой равен a_1 и разность равна d :

$$a_n = a_1 + d(n - 1).$$

- Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии:

$$S_n = \frac{(a_1 + a_n)n}{2}.$$

- Формула n -го члена геометрической прогрессии b_n , первый член которой равен b_1 , а знаменатель равен q :

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

- Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии:

$$S_n = \frac{(q^n - 1)b_1}{q - 1}.$$

- Формулы сокращённого умножения:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2;$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2;$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b).$$

- Свойства арифметического квадратного корня:

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0;$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0.$$

- Свойства степени при $a > 0, b > 0$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n};$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m};$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m};$$

$$(a^n)^m = a^{nm};$$

$$(ab)^n = a^n \cdot b^n;$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}.$$

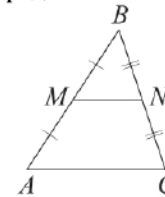
Таблица квадратов двузначных чисел

		Единицы									
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Десятки	1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
	2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
	3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
	4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
	5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
	6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
	7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
	8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
	9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

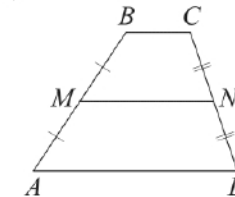
ГЕОМЕТРИЯ

Сумма углов выпуклого n -угольника равна $180^\circ(n-2)$.

Средняя линия треугольника и трапеции

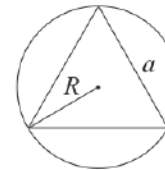


MN — ср. лин.
 $MN \parallel AC$
 $MN = \frac{AC}{2}$



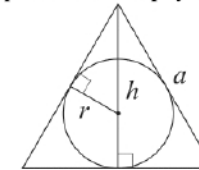
$BC \parallel AD$
 MN — ср. лин.
 $MN \parallel AD$
 $MN = \frac{BC + AD}{2}$

Описанная и вписанная окружности правильного треугольника



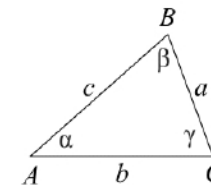
$$R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$



$$r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$



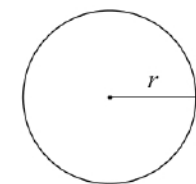
Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R,$$

где R — радиус описанной окружности.

Для треугольника ABC со сторонами $AB=c$, $AC=b$, $BC=a$:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$



Длина окружности $C = 2\pi r$

Площадь круга $S = \pi r^2$



Площади фигур



$$S = ah_a$$

$$S = ab \sin \gamma$$

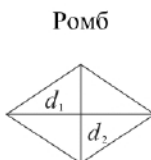


$$S = \frac{1}{2} ah_a$$

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$



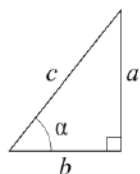
$$S = \frac{a+b}{2} \cdot h$$



d_1, d_2 — диагонали

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Прямоугольный треугольник



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Теорема Пифагора: $a^2 + b^2 = c^2$

Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

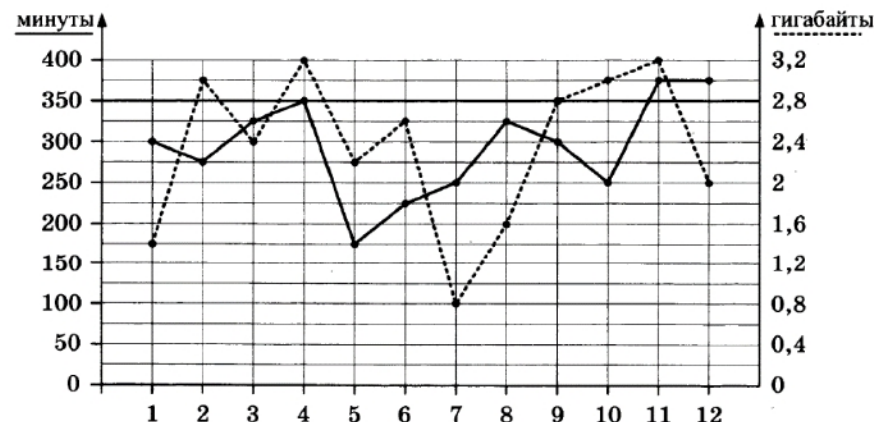
α	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Часть 1

Ответами к заданиям 1–20 являются число или последовательность цифр, которые следует записать в БЛАНК ОТВЕТОВ № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки. Если ответом является последовательность цифр, то запишите её без пробелов, запятых и других дополнительных символов. Каждый символ пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами.

Прочитайте внимательно текст и выполните задания 1-5

На графике точками изображено количество минут, потраченных на исходящие вызовы, и количество гигабайтов мобильного интернета, израсходованных абонентом в процессе пользования смартфоном, за каждый месяц 2018 года. Для удобства точки, соответствующие минутам и гигабайтам, соединены сплошными и пунктирными линиями соответственно.



В течение года абонент пользовался тарифом «Стандартный», абонентская плата по которому составляет 400 рублей в месяц. При условии нахождения абонента на территории РФ в абонентскую плату тарифа «Стандартный» входит:

- пакет минут, включающий 350 минут исходящих вызовов на номера, зарегистрированные на территории РФ;
- пакет интернета, включающий 2,8 гигабайта мобильного интернета;
- пакет SMS, включающий 150 SMS в месяц;
- безлимитные бесплатные входящие вызовы.



Стоимость минут, интернета и SMS сверх пакета указана в таблице.

Исходящие вызовы	3 руб./мин.
Мобильный интернет: дополнительные пакеты по 0,4 Гб	90 руб. за пакет
SMS	3 руб./шт.

Абонент не пользовался услугами связи в роуминге и не звонил на номера, зарегистрированные за рубежом. За весь год абонент отправил 140 SMS.

- 1 Определите, какие месяцы соответствуют указанному в таблице количеству израсходованных минут.

Израсходованные минуты	175 мин	225 мин	275 мин	350 мин
Номера месяцев				

Заполните таблицу, в ответ запишите подряд числа, соответствующие номерам месяцев, без пробелов, запятых и других дополнительных символов (например, для месяцев май, январь, ноябрь, август в ответ нужно записать число 51118).

- 2 Сколько рублей потратил абонент на услуги связи в ноябре?

Ответ: _____.

- 3 Сколько месяцев в 2018 году абонент превышал лимит по пакету мобильного интернета?

Ответ: _____.

- 4 Сколько месяцев в 2018 году абонент превышал лимит либо по пакету минут, либо по пакету мобильного интернета?

Ответ: _____.

- 5 В конце 2018 года оператор связи предложил абоненту перейти на новый тариф. Его условия приведены в таблице.

Стоимость перехода на тариф	0 руб.
Абонентская плата в месяц	350 руб.
в абонентскую плату ежемесячно включены:	
пакет исходящих минут	300 мин
пакет мобильного интернета	3 Гб
пакет SMS	100 SMS
после расходования пакетов:	
входящие вызовы	0 руб./мин
исходящие вызовы*	3 руб./мин
мобильный интернет: дополнительные пакеты по 1 Гб интернет	200 руб. за пакет
SMS	2 руб./шт.

*исходящие вызовы на номера, зарегистрированные на территории РФ.

Абонент решает, перейти ли ему на новый тариф, посчитав, сколько бы он потратил на услуги связи за 2018 г., если бы пользовался им. Если получится меньше, чем он потратил фактически за 2018 г., то абонент примет решение сменить тариф.

Перейдет ли абонент на новый тариф? В ответе запишите ежемесячную абонентскую плату по тарифу, который выберет абонент на 2019 год.

Ответ: _____.





6 Найдите значение выражения

$$\frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3}$$

Ответ: _____.

7 Какое из следующих чисел заключено между числами $\frac{18}{17}$ и $\frac{17}{15}$?

- 1) 1
- 2) 1,1
- 3) 1,2
- 4) 1,3

Ответ:

8 Найдите значение выражения

$$\frac{x^9 \cdot x^5}{x^{10}}$$

при $x = 3$.

Ответ: _____.

9 Решите уравнение

$$x^2 + 3x = 10.$$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ: _____.

10 Родительский комитет закупил 20 пазлов для подарков детям в связи с окончанием учебного года, из них 10 с машинами и 10 с видами городов. Подарки распределяются случайным образом между 20 детьми, среди которых есть Коля. Найдите вероятность того, что Коле достанется пазл с машиной.

Ответ: _____.

11 Установите соответствие между функциями и их графиками.

ФУНКЦИИ

А) $y = \frac{12}{x}$ Б) $y = -\frac{12}{x}$ В) $y = -\frac{1}{12x}$

ГРАФИКИ

1)

2)

3)

В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Ответ:

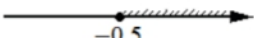
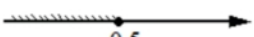
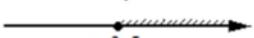
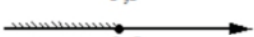
А	Б	В

12 Перевести значение температуры по шкале Фаренгейта в шкалу Цельсия позволяет формула $t_C = \frac{5}{9}(t_F - 32)$, где t_C – температура в градусах Цельсия, t_F – температура в градусах Фаренгейта. Скольким градусам по шкале Цельсия соответствует 149 градусов по шкале Фаренгейта?

Ответ: _____.

13 Укажите решение неравенства

$$4x - 2 \geq -2x - 5.$$

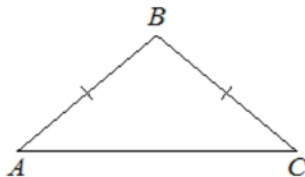
- 1) 
- 2) 
- 3) 
- 4) 

Ответ:

14 Курс воздушных ванн начинают с 15 минут в первый день и увеличивают время этой процедуры в каждый следующий день на 10 минут. В какой по счёту день продолжительность процедуры достигнет 1 часа 35 минут?

Ответ: _____.

15 В треугольнике ABC известно, что $AB = BC$, $\angle ABC = 108^\circ$. Найдите угол BCA . Ответ дайте в градусах.



Ответ: _____.

16 Площадь круга равна 90. Найдите площадь сектора этого круга, центральный угол которого равен 60° .



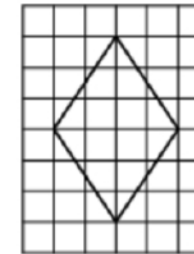
Ответ: _____.

17 Периметр ромба равен 24, а один из углов равен 30° . Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

18 На клетчатой бумаге с размером клетки 1×1 изображён ромб. Найдите площадь этого ромба.



Ответ: _____.

19 Какое из следующих утверждений верно?

- 1) Все равнобедренные треугольники подобны.
- 2) Существует прямоугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.
- 3) Сумма углов прямоугольного треугольника равна 90 градусам.

В ответ запишите номер выбранного утверждения.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.



Часть 2

При выполнении заданий 21–26 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Сначала укажите номер задания, а затем запишите его решение и ответ. Пишите чётко и разборчиво.

20 Решите уравнение

$$\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0.$$

21 Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

22 Постройте график функции

$$y = \frac{(x^2 + 3x)|x|}{x + 3}.$$

Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

23 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 71° и 79° . Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8.

24 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.

25 Окружности радиусов 25 и 100 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D – на второй. При этом AC и BD – общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.



Система оценивания экзаменационной работы по математике

Часть 1

За правильный ответ на каждое из заданий 1–19 ставится 1 балл.

Номер задания	Правильный ответ
1	5624
2	565
3	4
4	5
5	400
6	1,2
7	2
8	81
9	2
10	0,5
11	231
12	65
13	1
14	9
15	36
16	15
17	18
18	12
19	2
20	$\frac{2}{3}; 2$
21	80
22	-9
23	8
24	■
25	80

Часть 2

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

20

Решите уравнение $\frac{1}{(x-1)^2} + \frac{2}{x-1} - 3 = 0$.

$$\text{Пусть } \frac{1}{x-1} = t$$

$$t^2 + 2t - 3 = 0$$

$$t_1 = 1 \quad t_2 = -3$$

$$\frac{1}{x-1} = 1 \quad \frac{1}{x-1} = -3$$

$$x-1 = 1 \quad (x-1)(-3) = 1$$

$$x = 2 \quad -3x + 3 = 1$$

$$\quad \quad -3x = -2$$

$$\quad \quad x = \frac{2}{3}$$

ОТВЕТ: $\frac{2}{3}; 2$

Баллы	Содержание критерия
2	Обосновано получен верный ответ
1	Решение доведено до конца, но допущена описка или ошибка вычислительного характера, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

21

Два автомобиля одновременно отправляются в 240-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 20 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 1 ч раньше второго. Найдите скорость первого автомобиля.

$$t_{\text{пер}} - t_{\text{втор}} = 1$$

$$\frac{240}{x-20} - \frac{240}{x} = 1$$

$$\frac{240x - 240x + 4800}{x^2 - 20x} = 1$$

$$x^2 - 20x = 4800$$

$$x^2 - 20x - 4800 = 0$$

$$x_1 = 80 \quad x_2 = -60$$

ОТВЕТ: 80

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения задачи верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена описка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл





22 Постройте график функции
 $y = \frac{(x^2 + 3x) |x|}{x + 3}$.
 Определите, при каких значениях m прямая $y = m$ не имеет с графиком ни одной общей точки.

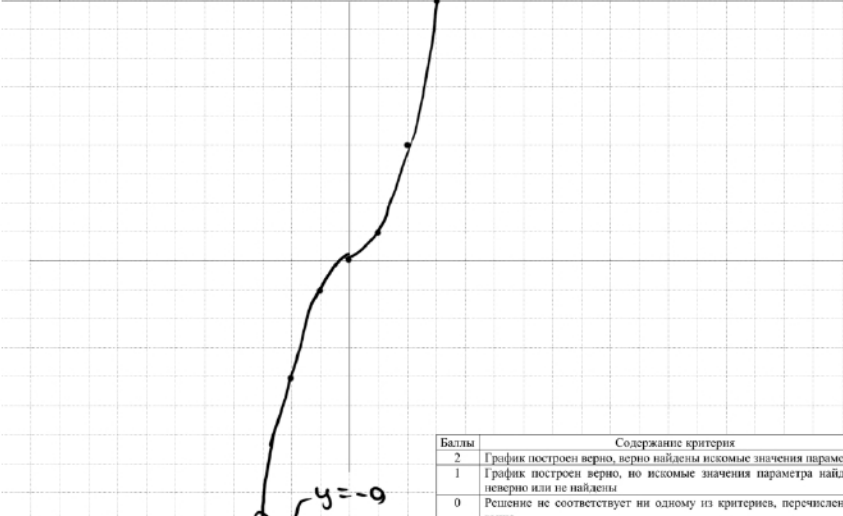
$y = \frac{x \cdot (x+3) \cdot |x|}{x+3}$
 ООЗ: $x+3 \neq 0$
 $x \neq -3$

$y = x \cdot |x|$
 ① Если $x \geq 0$
 $y = x^2$

② Если $x < 0$
 $y = -x^2$

$y = \begin{cases} x^2 & \text{при } x \geq 0 \\ -x^2 & \text{при } x < 0 \end{cases}$

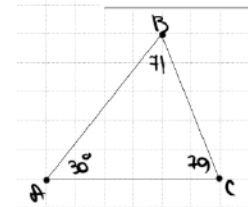
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-9	-4	-1	0	1	4	9



ОТВЕТ: -9

Баллы	Содержание критерия
2	График построен верно, верно найдены искомые значения параметра
1	График построен верно, но искомые значения параметра найдены неверно или не найдены
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

23 Углы B и C треугольника ABC равны соответственно 71° и 79° .
 Найдите BC , если радиус окружности, описанной около треугольника ABC , равен 8.



① $\angle A = 180 - 79 - 71 = 30^\circ$

② $\frac{BC}{\sin A} = 2R$ по $r \cdot \sin$

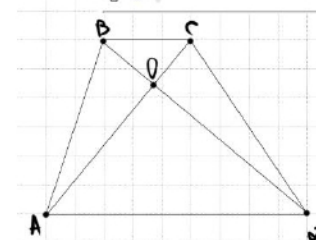
$\frac{BC}{\frac{1}{2}} = 2R$

$BC = 8$

ОТВЕТ: 8

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги выполнены правильно, но даны неполные объяснения, или допущена одна вычислительная ошибка
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

24 В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC диагонали пересекаются в точке O . Докажите, что площади треугольников AOB и COD равны.



Пусть h - высота трапеции

$S_{\triangle ABO} = \frac{1}{2} \cdot AO \cdot h$

$S_{\triangle COO} = \frac{1}{2} \cdot CO \cdot h$

$\Rightarrow S_{\triangle ABO} = S_{\triangle COO}$

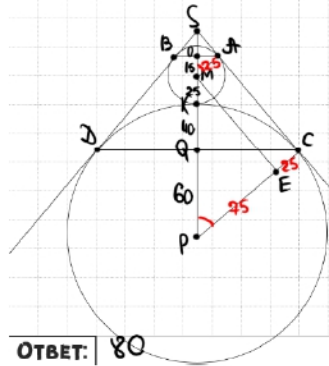
~~$S_{\triangle ABO} + S_{\triangle AOD} = S_{\triangle COO} + S_{\triangle AOD}$~~

Баллы	Содержание критерия
2	Доказательство верное, все шаги обоснованы
1	Доказательство в целом верное, но содержит неточности
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

25

Окружности радиусов 25 и 100 касаются внешним образом. Точки A и B лежат на первой окружности, точки C и D — на второй. При этом AC и BD — общие касательные окружностей. Найдите расстояние между прямыми AB и CD .

057560



ОТВЕТ: 80

- ① Построим $ME \parallel AC$
 $CE = AM = 25$
 $PE = 75$
 $MP = 100 + 25 = 125$
- ② $\triangle MPE$: $\cos \angle MPE = \frac{75}{125} = \frac{3}{5}$
- ③ $\angle ONA = \angle MPE$ (соств.)
 $\cos \angle ONA = \frac{3}{5} = \frac{ON}{25} \Rightarrow ON = 15$
- ④ $\triangle PQC$: $\cos \angle MPF = \frac{3}{5} = \frac{PQ}{100} \Rightarrow PQ = 60$
- ⑤ $OQ = 15 + 25 + 40 = 80$

Баллы	Содержание критерия
2	Ход решения верный, получен верный ответ
1	Ход решения верный, все его шаги присутствуют, но допущена опечатка или ошибка вычислительного характера
0	Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше
2	Максимальный балл

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам основного общего образования (приказ Минпросвещения России и Рособнадзора от 07.11.2018 № 189/1513 зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52953),

«64. Экзаменационные работы проверяются двумя экспертами. По результатам проверки эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы... В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Третий эксперт назначается председателем предметной комиссии из числа экспертов, ранее не проверявших экзаменационную работу.

Третьему эксперту предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу обучающегося. Баллы, выставленные третьим экспертом, являются окончательными».

1. Работа направляется на третью проверку, если расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий, составляет 2 балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, которое было оценено двумя экспертами со столь существенным расхождением.

2. Работа участника ОГЭ направляется на третью проверку при наличии расхождений в двух или более заданиях. В этом случае третий эксперт перепроверяет задания 21–26 с развёрнутым ответом.

