



4 Найдите значение выражения

$$\frac{51 \cos 4^\circ}{\sin 86^\circ} + 8.$$

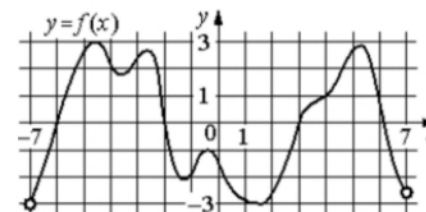
Ответ: _____.

5 Высота конуса равна 40, а длина образующей – 58. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.



Ответ: _____.

6 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, определённой на интервале $(-7; 7)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции положительна.



Ответ: _____.

7 В боковой стенке высокого цилиндрического бака у самого дна закреплён кран. После его открытия вода начинает вытекать из бака, при этом высота столба воды в нём, выраженная в метрах, меняется по закону

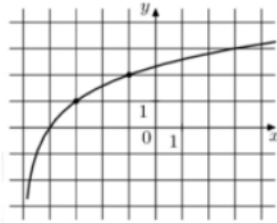
$H(t) = at^2 + bt + H_0$, где $H_0 = 3$ м – начальный уровень воды, $a = \frac{1}{588}$ м/мин² и $b = -\frac{1}{7}$ м/мин – постоянные, t – время в минутах, прошедшее с момента открытия крана. В течение какого времени вода будет вытекать из бака? Ответ приведите в минутах.

Ответ: _____.

8 Первый сплав содержит 5% меди, второй – 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 9 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 11% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.

Ответ: _____.

9 На рисунке изображён график функции $f(x) = \log_a(x + b)$. Найдите $f(11)$.



Ответ: _____.

10 Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 90% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 60% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Ответ: _____.

11 Найдите наибольшее значение функции $y = 6 + 12x - 4x\sqrt{x}$ на отрезке $[2; 11]$.

Ответ: _____.

Не забудьте перенести все ответы в бланк ответов № 1 в соответствии с инструкцией по выполнению работы. Проверьте, чтобы каждый ответ был записан в строке с номером соответствующего задания.

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания 12–18 используйте БЛАНК ОТВЕТОВ № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (12, 13 и т. д.), а затем полное обоснованное решение и ответ. Ответы записывайте чётко и разборчиво.

12 а) Решите уравнение

$$2^{4 \cos x} + 3 \cdot 2^{2 \cos x} - 10 = 0.$$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку

$$\left[\pi; \frac{5\pi}{2} \right].$$

13 В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A, B и C , а на окружности другого основания – точка C_1 , причём CC_1 – образующая цилиндра, а AC – диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ, AB = 1, CC_1 = 2\sqrt{2}$.

- а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60° .
- б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

14 Решите неравенство

$$(3^{4x-x^2-3} - 1) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) \geq 0.$$

15 Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год $p = 10$, а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?



16 Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

- а) Докажите, что $\angle POC = \angle PCO$.
б) Найдите площадь треугольника APC , если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 8, а $\angle ABC = 60^\circ$.

17 Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 12a - 28, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

18 Три числа назовём *хорошей* тройкой, если они могут быть длинами сторон треугольника.

Три числа назовём *отличной* тройкой, если они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника.

- а) Даны 8 различных натуральных чисел. Может ли оказаться, что среди них не найдётся ни одной хорошей тройки?
б) Даны 4 различных натуральных числа. Может ли оказаться, что среди них можно найти три отличных тройки?
в) Даны 12 различных чисел (необязательно натуральных). Какое наибольшее количество отличных троек могло оказаться среди них?

Проверьте, чтобы каждый ответ был записан рядом с номером соответствующего задания.

**Система оценивания экзаменационной работы по математике
(профильный уровень)**

Каждое из заданий 1–11 считается выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Верный ответ на каждое задание оценивается 1 баллом.

Номер задания	Правильный ответ
1	67
2	0,5
3	20
4	59
5	1680
6	8
7	42
8	18
9	4
10	0,6
11	22
12	а) $\pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n; n \in Z$ б) $\frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}$
13	$4\sqrt{2}\pi$
14	$(-\infty; 1] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$
15	4
16	$16\sqrt{3}$
17	$(2; 6 - 2\sqrt{2}) \cup (6 + 2\sqrt{2}; +\infty)$
18	а) да б) нет в) 30

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий
с развёрнутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение заданий 12–18, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развёрнутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены. **Методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов.**

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут использоваться без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



12 а) Решите уравнение

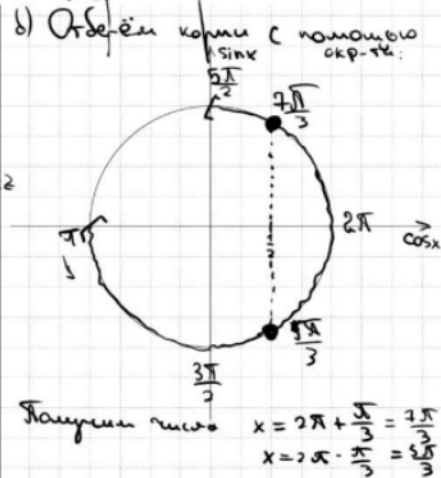
$$2^4 \cos x + 3 \cdot 2^2 \cos x - 10 = 0.$$

Источники:
Основная волна 2016

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[\pi; \frac{5\pi}{2}]$.

а) Пусть $2^2 \cos x = t$
 $t^2 + 3t - 10 = 0$
 $t = -5$
 $2^2 \cos x = -5$
 \emptyset

б) $2^2 \cos x = 2 \cdot 1$
 $\cos x = \frac{1}{2}$
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$



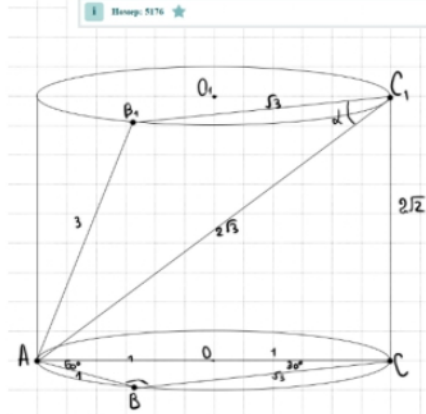
ОТВЕТ: а) \emptyset
 б) $\frac{5\pi}{3}; \frac{7\pi}{3}$

13

Задачи с развернутым ответом

В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A , B и C , а на окружности другого основания — точка C_1 , причём CC_1 — образующая цилиндра, а AC — диаметр основания. Известно, что $\angle ACB = 30^\circ$, $AB = 1$, $CC_1 = 2\sqrt{2}$.
 а) Докажите, что угол между прямыми AC_1 и BC равен 60° .
 б) Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

Источники:
ЕГЭ (повыш. балл)
Ященко 2021 (16 вар)
Ященко 2020 (16 вар)
Ященко 2019 (16 вар)



а) $(AC_1; BC) = (AC_1; B_1C_1) = \angle AC_1B_1$
 $B_1C_1 = BC = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$
 $AC_1 = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + 2^2} = 2\sqrt{3}$
 $AB_1 = \sqrt{1^2 + (2\sqrt{2})^2} = 3$ по т. кос
 $\cos \alpha = \frac{3^2 + 12 - 9}{2 \cdot \sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3}} = \frac{6}{4 \cdot 3} = \frac{1}{2}$
 $\alpha = 60^\circ$

б) $S_{бок} = 2\pi R \cdot h$
 $S_{бок} = 2\pi \cdot 1 \cdot 2\sqrt{2} = 4\sqrt{2}\pi$

ОТВЕТ: $4\sqrt{2}\pi$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте а ИЛИ получены неверные ответы из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта а и пункта б	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, и обоснованно получен верный ответ в пункте б	3
Получен обоснованный ответ в пункте б ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта а, и при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта а, ИЛИ при обоснованном решении пункта б получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте б с использованием утверждения пункта а, при этом пункт а не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, приведённых выше	0
Максимальный балл	3

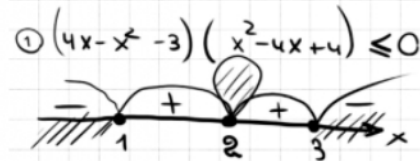
14 Решите неравенство $(3^{4x-x^2-3} - 3^0) \cdot \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) \geq 0$.

Источники:
Дисциплина «Математика» 2016
МЕТОД РАЦИОНАЛИЗАЦИИ

было	стало
$\log_a f - \log_a g = \log_a \frac{f}{g}$	$\log_a \frac{f}{g} = \log_a f - \log_a g$
$\frac{f}{g} > a^p$	$f > a^p \cdot g$
$\frac{f}{g} < a^p$	$f < a^p \cdot g$
$\sqrt{f} > \sqrt{g}$	$f > g$

$$(3^{4x-x^2-3} - 3^0) \cdot (\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x + 5) - \log_{\frac{1}{2}} 1) \geq 0$$

$$\begin{cases} (3-1)(4x-x^2-3) \cdot (\frac{1}{2}-1) \cdot (x^2-4x+5-1) \geq 0 & | :(-\frac{1}{2}) \\ x^2 - 4x + 5 > 0 \end{cases}$$



② $x^2 - 4x + 5 > 0$
 $(x-2)^2 + 1 > 0$
 $x \in \mathbb{R}$

ОТВЕТ: $(-\infty; 1] \cup \{2\} \cup [3; +\infty)$

15 Строительство нового завода стоит 159 млн рублей. Затраты на производство x тыс. ед. продукции на таком заводе равны $0,5x^2 + 2x + 6$ млн рублей в год. Если продукцию завода продать по цене p тыс. рублей за единицу, то прибыль фирмы (в млн рублей) за один год составит $px - (0,5x^2 + 2x + 6)$. Когда завод будет построен, фирма будет выпускать продукцию в таком количестве, чтобы прибыль была наибольшей. При этом в первый год $p = 10$, а далее каждый год возрастает на 1. За сколько лет окупится строительство?

Источники:
Дисциплина «Математика» 2019

1 шаг:
При $p=10$
Прибыль: $-0,5x^2 + 10x - 2x - 6 = -0,5x^2 + 8x - 6$
 $x_0 = \frac{-8}{2 \cdot (-0,5)} = 8$
Уклуб = $-0,5 \cdot 64 + 64 - 6 = 26$ млн
максимально возможная прибыль за 1 год

2 шаг:
При $p=11$
Прибыль: $-0,5x^2 + 11x - 2x - 6 = -0,5x^2 + 9x - 6$
 $x_0 = 9$
Уклуб = $-0,5 \cdot 81 + 81 - 6 = 54,5$ млн
max возможная прибыль за 2 год

3 шаг:
При $p=12$
Прибыль = $-0,5x^2 + 10x - 6$
 $x_0 = 10$
Уклуб = $-0,5 \cdot 100 + 100 - 6 = 44$ млн - *max возможная прибыль за 3 год*

4 шаг:
При $p=13$
Прибыль = $-0,5x^2 + 11x - 6$
 $x_0 = 11$
Уклуб = $54,5$ млн - *max возможная прибыль за 4 года*

ОТВЕТ: 4 года

$26 + 34,5 + 44 + 54,5 = 159$ млн
 \Rightarrow окупится за 4 года

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением / включением граничных точек ИЛИ получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Верно построена математическая модель	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	2

16 Точка O – центр вписанной в треугольник ABC окружности. Прямая BO вторично пересекает описанную около этого треугольника окружность в точке P .

Источники:
 Основания вклада 2019
 Ященко 2021 (36 вар)
 Ященко 2020 (36 вар)

а) Докажите, что $\angle POC = \angle PCO$.
 б) Найдите площадь треугольника APC , если радиус описанной около треугольника ABC окружности равен 8, а $\angle ABC = 60^\circ$.

ОТВЕТ: $16\sqrt{3}$

17 Задача с развернутым ответом

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} x^4 - y^4 = 12a - 28, \\ x^2 + y^2 = a \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

Источники:
 ЕГЭ (новый банк)
 Основания вклада 2019

Поиск: 5142

ОТВЕТ: $(2; 6 - 2\sqrt{3}) \cup (6 + 2\sqrt{3}; +\infty)$

Содержание критерия	Баллы
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , и обоснованно получен верный ответ в пункте b	3
Получен обоснованный ответ в пункте b ИЛИ имеется верное доказательство утверждения пункта a , и при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки	2
Имеется верное доказательство утверждения пункта a , ИЛИ при обоснованном решении пункта b получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, ИЛИ обоснованно получен верный ответ в пункте b с использованием утверждения пункта a , при этом пункт a не выполнен	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	3

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	4
С помощью верного рассуждения получено множество значений a , отличающееся от искомого конечным числом точек	3
С помощью верного рассуждения получены все граничные точки искомого множества значений a	2
Верно получена хотя бы одна граничная точка искомого множества значений a	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4



18 Три числа назовём *хорошей* тройкой, если они могут быть длинами сторон треугольника.
Три числа назовём *отличной* тройкой, если они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника.

Источники:
ФИПИ (старый банк)
ФИПИ (новый банк)
Вариант 2018
Основная волна 2015

- а) Даны 8 различных натуральных чисел. Может ли оказаться, что среди них не найдётся ни одной хорошей тройки?
б) Даны 4 различных натуральных числа. Может ли оказаться, что среди них можно найти три отличных тройки?
в) Даны 12 различных чисел (необязательно натуральных). Какое наибольшее количество отличных троек могло оказаться среди них?

а) Да
б) Нет
в) 30

$a^2 = a^2 + b^2$ ✓
 $d^2 = a^2 + b^2$
 $d^2 = a^2 + c^2$ ✓
 $d^2 = b^2 + c^2$

Из ур-ний ① и ② следует, что $c=d$
Из ур-ний ③ и ④ следует, что $a=b$

Поэтому из троек потенциалом отличных троек одновременно были бы a, b, c

а) Да
б) Нет
в) 30

Пример:
11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

В соответствии с Порядком проведения государственной итоговой аттестации по образовательным программам среднего общего образования (приказ Минпросвещения России и Росособнадзора от 07.11.2018 № 190/1512, зарегистрирован Минюстом России 10.12.2018 № 52952)

«82. <...> По результатам первой и второй проверок эксперты независимо друг от друга выставляют баллы за каждый ответ на задания экзаменационной работы ЕГЭ с развернутым ответом. <...>

В случае существенного расхождения в баллах, выставленных двумя экспертами, назначается третья проверка. Существенное расхождение в баллах определено в критериях оценивания по соответствующему учебному предмету.

Эксперту, осуществляющему третью проверку, предоставляется информация о баллах, выставленных экспертами, ранее проверявшими экзаменационную работу».

Существенными считаются следующие расхождения:

- 1) расхождение в баллах, выставленных двумя экспертами за выполнение любого из заданий 12–18, составляет 2 или более балла. В этом случае третий эксперт проверяет только ответ на то задание, который был оценен двумя экспертами со столь существенным расхождением;
- 2) расхождения экспертов при оценивании ответов на хотя бы два из заданий 12–18. В этом случае третий эксперт проверяет ответы на все задания работы.

Содержание критерия	Баллы
Верно получены все перечисленные (см. критерий на 1 балл) результаты	4
Верно получены три из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	3
Верно получены два из перечисленных (см. критерий на 1 балл) результатов	2
Верно получен один из следующих результатов: – обоснованное решение пункта а; – обоснованное решение пункта б; – искомая оценка в пункте в; – пример в пункте в, обеспечивающий точность предыдущей оценки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	4