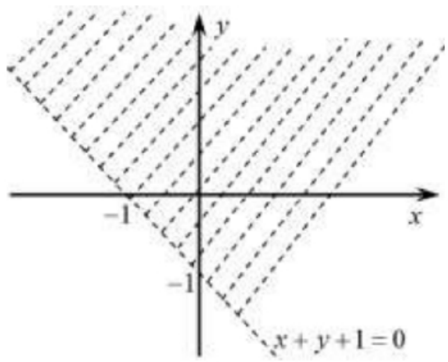
ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД: МЕТОД ОБЛАСТЕЙ

Рассмотрим задачи для решения которых потребуется строить не только графики функций, но и отмечать области удовлетворяющие определенным условиям, как правило, некоторым неравенствам или системам неравенств. Функции $y = f(x)$ удовлетворяют все точки плоскости Oxy принадлежащие графику этой функции. Тогда, очевидно, что все точки, удовлетворяющие неравенству, $y > f(x)$ расположены выше графика функции $y = f(x)$, а все точки, удовлетворяющие неравенству, $y < f(x)$ расположены ниже графика функции $y = f(x)$.

При решение неравенства $f(x; y) \geq 0$ методом областей строят все кривые, на которых $f(x; y) = 0$. Эти кривые разбивают плоскость Oxy на множества, на которых знак функции $f(x; y)$ постоянный. Затем отбираем те подмножества, которые удовлетворяют условию $f(x; y) \geq 0$.

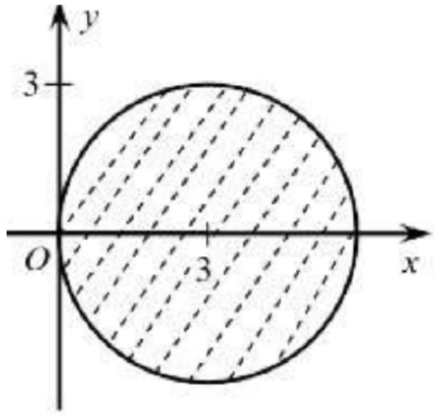
<u>Пример 1.</u> Изобразить все точки плоскости Oxy удовлетворяющие условию $x + y + 1 > 0$.

Р е ш е н и е . Графиком функции $x + y + 1 = 0$ является прямая, проходящая через точки $(-1; 0)$ и $(0; -1)$ (см. рисунок). Эта прямая разбивает плоскость Oxy на две «полуплоскости». Чтобы выяснить какая из этих «полуплоскостей» удовлетворяет условию $x + y + 1 > 0$ возьмем точки расположенные выше прямой, например, точку $(0;0)$ $(0 + 0 + 1 > 0)$ и ниже прямой, например, точку $(-1;-1)$ $(-1 - 1 + 1 < 0)$. Так как точка $(0;0)$, расположенная выше прямой, удовлетворяет неравенству $x + y + 1 > 0$, а точка $(-1;-1)$, расположенная ниже прямой не удовлетворяет этому неравенству, то условию $x + y + 1 > 0$ удовлетворяют все точки плоскости Oxy, расположенные выше прямой $x + y + 1 = 0$. На рисунке это заштрихованная область.



<u>Пример 2.</u> Изобразить все точки плоскости Oxy удовлетворяющие условию $x^2 + y^2 - 6x \leq 0$.

Р е ш е н и е . Рассмотрим функцию $x^2 + y^2 - 6x = 0$. После выделения полного квадрата в левой части функция примет вид: $(x-3)^2 + y^2 = 9$ – это уравнение окружности с центром в точке $(3;0)$ и радиусом $R = 3$. Эта окружность разбивает плоскость Oxy на две: одна часть состоит из точек которые находятся внутри окружности, а вторая – вне окружности. Чтобы выяснить какая часть удовлетворяет условию $x^2+y^2-6x\le 0$ возьмем точки расположенные внутри окружности, например, $(3;0)$ и снаружи, например, $(0;3)$. Видно, что точка $(3;0)$ удовлетворяет условию $x^2+y^2-6x\le 0$, а точка $(0;3)$ не удовлетворяет. Следовательно, условию $x^2+y^2-6x\le 0$ удовлетворяют все точки которые находятся внутри окружности и на самой окружности (на рисунке заштрихованная область).

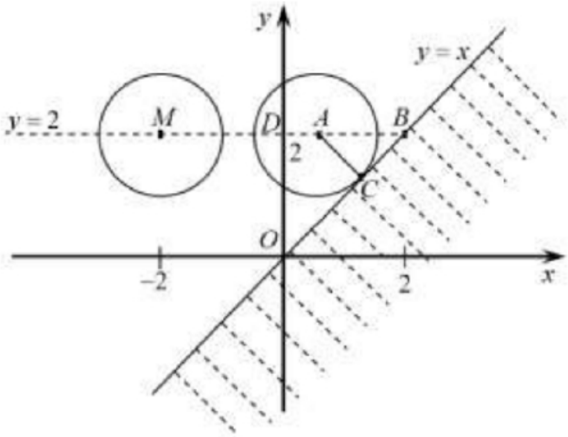


Пример 3. Найдите все значения параметра *a,* при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases}(y-x)\left((x+2)^2+(y-2)^2\right)\le 0,\\ (x-a)^2+(y-2)^2\le 1\end{cases}$$

имеет ровно одно решение.

Решение. Заметим, что вторая скобка первого неравенства всегда неотрицательна. Поэтому первое неравенство выполнится только в случаях, когда $y-x\le 0$ и $(x+2)^2+(y-2)^2=0$. Условию $y-x\le 0$ удовлетворяют все точки расположенные на прямой $y=x$ и ниже ее, а условию $(x+2)^2+(y-2)^2=0$ удовлетворяет только точка $M(-2;2)$. Условию $(x-a)^2+(y-2)^2\le 1$ удовлетворяют все точки лежащие на окружности $(x-a)^2+(y-2)^2=1$ и внутри ее. Центр этой окружности находится в точке $(a;2)$ (то есть перемещается по прямой $y=2$) и $R=1$. Система неравенств будет иметь одно решение только в случаях когда точка $M(-2;2)$ находится на окружности или внутри ее и когда окружность касается прямой $y=x$, причем окружность должна оказаться над прямой (на рисунке касание в точке *C*). Точка $M(-2;2)$ находится на окружности или внутри ее при $a\in[-3;-1]$. Чтобы выяснить при каком значении параметра *a* окружность будет касаться прямой $y=x$ достаточно найти длину отрезка *AD*. Так как $AC=R=1$ и $\angle ABC=45^\circ$, то $AB=\sqrt{2}$ и тогда $AD=DB-AB=2-\sqrt{2}$. Таким образом, система неравенств будет иметь одно решение при $a\in[-3;-1]\cup\left\{2-\sqrt{2}\right\}$.

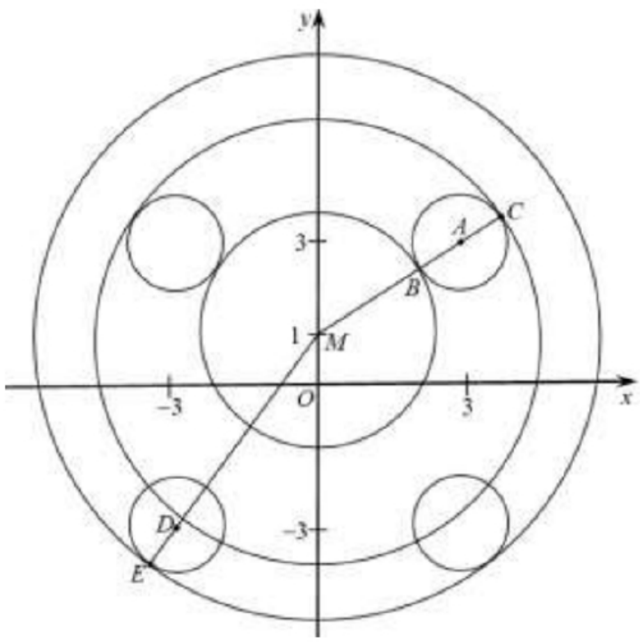


Пример 4. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6|x| - 6|y| + 17 \le 0, \\ x^2 + y^2 - 2y = a^2 - 1 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

Решение. Так как $x^2 = |x|^2$ и $y^2 = |y|^2$, то неравенство системы перепишем в виде: $\left(|x| - 3\right)^2 + \left(|y| - 3\right)^2 \le 1$, которое является четным относительно x и y. При $x, y > 0$ последнее неравенство примет вид: $\left(x - 3\right)^2 + \left(y - 3\right)^2 \le 1$, которому удовлетворяют все точки расположенные на окружности и внутри ее с центром в точке $A(3;3)$ и $R = 1$. За счет четности таких окружностей будет четыре с центрами в точках $(3;3)$, $(-3;3)$, $(-3;-3)$, $(3;-3)$. Уравнение системы запишем в виде: $x^2 + (y-1)^2 = a^2$ – это множество окружностей с центром в точке $M(0;1)$ и радиусом $R = |a|$. Исходная система будем иметь решения, если последняя окружность имеет хотя бы одну общую точку с одной из четырех окружностей, соответствующих неравенству. Определим внешнее касание окружности $x^2 + (y-1)^2 = a^2$ с окружностями расположенными в первой и второй четвертях. По теореме Пифагора $MA = \sqrt{3^2 + 2^2} = \sqrt{13}$, тогда $R = |a| = MB = MA - AB = \sqrt{13} - 1$. Внутреннее касание будет при $R = |a| = MC = MA + AC = \sqrt{13} + 1$. Определим внешнее касание окружности $x^2 + (y-1)^2 = a^2$ с окружностями расположенными в третьей и четвертой четвертях. По теореме Пифагора $MD = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$, следовательно, касания будет при $R = |a| = 5 - 1 = 4$. Так как $\sqrt{13} + 1 > 4$, то при $R = |a| = \sqrt{13} + 1$ окружность $x^2 + (y-1)^2 = a^2$ будет пересекать окружности расположенные в третьей и четвертых четвертях. Если $R = |a| = ME = MD + DE = 5 + 1 = 6$, то окружность $x^2 + (y-1)^2 = a^2$ будет касаться с окружностями в третьей и четвертой четвертях внутренним образом. Следовательно, при $|a| \in \left[\sqrt{13} - 1; 6\right]$ система будет иметь решения. Таким образом, при $a \in \left[-6; 1 - \sqrt{13}\right] \cup \left[\sqrt{13} - 1; 6\right]$ исходная система имеет решение.



<u>Пример 5 (**ЕГЭ 2011**)</u>. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система

$$\begin{cases} x^2-(3a-2)x+2a^2-2a\le 0, \\ x^2+a^2=9 \end{cases}$$

имеет хотя бы одно решение.

Р е ш е н и е . Корнями квадратного трехчлена, стоящего в левой части первого неравенства данной системы, являются числа $x_1=a$ и $x_2=2a-2$. Поэтому левую часть первого неравенства системы можно разложить на множители, тогда неравенство представится в виде $(x-a)(x-2a+2)\le 0$.

Рассмотрим множество точек плоскости $(a;x)$, в которых левая часть полученного выражения обращается в нуль. Это множество является объединением двух прямых, разбивающих плоскость на четыре области (см. рисунок).

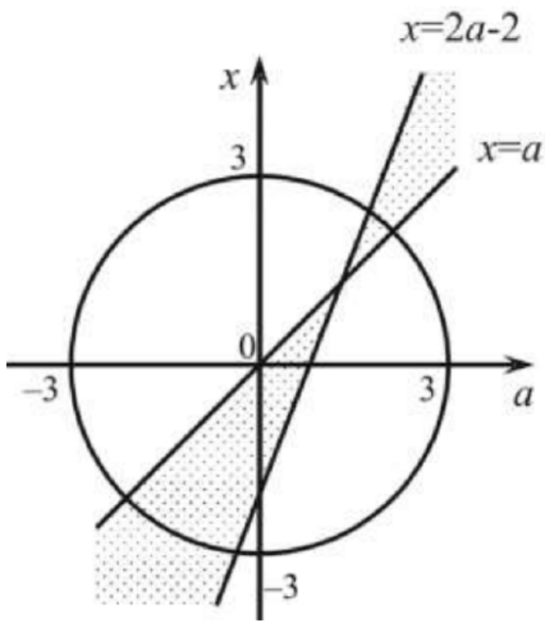
В каждой из этих областей квадратный трехчлен из левой части первого неравенства системы имеет постоянный знак. Области, являющиеся решением первого неравенства, отмечены штриховкой.

Второе уравнение исходной системы определяет окружность радиуса 3 с центром в начале координат. Решениями системы на плоскости $(a;x)$ являются дуги этой окружности, проходящие через заштрихованные области. Следовательно, исходная система имеет решения (пары чисел $(a;x)$) при $a_1\le a\le a_2$ и $a_3\le a\le a_4$, где значения a_1 и a_4 (причем $a_1<a_4$) являются абсциссами точек пересечения окружности с прямой $x=a$, а значения a_2 и a_3 (причем $a_2<a_3$) – абсциссами точек пересечения окружности с прямой $x=2a-2$. Получаем две системы уравнений

$$\begin{cases} x=a, \\ x^2+a^2=9 \end{cases} \quad \text{и} \quad \begin{cases} x=2a-2, \\ x^2+a^2=9, \end{cases}$$

из которых соответственно находим $a_1=-\frac{3\sqrt{2}}{2}$; $a_4=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ и $a_2=\frac{4-\sqrt{41}}{5}$; $a_3=\frac{4+\sqrt{41}}{5}$. Следовательно, исходная система имеет решения при

$$-\frac{3\sqrt{2}}{2}\le a\le\frac{4-\sqrt{41}}{5} \text{ и } \frac{4+\sqrt{41}}{5}\le a\le\frac{3\sqrt{2}}{2}.$$



Задачи этого раздела для самостоятельного решения мы решили не разбивать на несколько уровней сложностей и всем им присвоили уровень В.

Уровень В

1В (ЕГЭ 2017). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} |x|+|a|\le 4, \\ x^2+8x<16a+48 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $[-1;0]$.

2В (ЕГЭ 2017). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} ax\ge 2, \\ \sqrt{x-1}>a, \\ 3x\le 2a+11 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение на отрезке $[3;4]$.

3В (ЕГЭ 2017). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\dfrac{(x-a-7)(x+a-2)}{\sqrt{10x-x^2-a^2}}=0$ имеет ровно один корень на отрезке $[4;8]$.

4В (ЕГЭ 2017). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\dfrac{x^2-10x+a^2}{\sqrt{(a-x+8)(x+a-3)}}=0$ имеет ровно один корень на отрезке $[2;6]$.

5В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} (x-1)(x+2)\le 0, \\ 8x^2+8y^2-16a(x-y)+15a^2-48y-50a+72=0 \end{cases}$ имеет единственное решение.

6В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} y(y+1)\le 0, \\ 3x^2+3y^2-6a(x+y)+5a^2-6x+4a+3=0 \end{cases}$ имеет единственное решение.

7В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} (y-2x)(2y-x)\le 0, \\ \sqrt{(x+a)^2+(y-a)^2}=\dfrac{|a+1|}{\sqrt{5}} \end{cases}$ имеет ровно два решения.

8В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} (y+2x)(2y+x)\le 0, \\ \sqrt{(x-a)^2+(y-a)^2}=\dfrac{|a+1|}{\sqrt{5}} \end{cases}$ имеет ровно два решения.

9В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} |x+2y+1| \le 11, \\ (x-a)^2+(y-2a)^2=2+a \end{cases}$ имеет единственное решение.

10В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} |3x-y+2| \le 12, \\ (x-3a)^2+(y+a)^2=3a+4 \end{cases}$ имеет единственное решение.

11В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} \left((x-3)^2+(y-3)^2-1\right)\left((x-1)^2+y^2\right) \le 0, \\ y-2=ax \end{cases}$ не имеет решений.

12В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} \left((x-5)^2+(y-3)^2-9\right)\left((x-2)^2+(y+1)^2\right) \le 0, \\ y=ax+a+3 \end{cases}$ не имеет решений.

13В (ЕГЭ 2018). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} \left((x+5)^2+y^2-a^2\right)\ln\left(9-x^2-y^2\right)=0, \\ \left((x+5)^2+y^2-a^2\right)(x+y-a+5)=0 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

14В (ЕГЭ 2018). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система уравнений $\begin{cases} \left(x^2+y^2+6x\right)\ln\dfrac{3x+4y+a}{20}=0, \\ \left(x^2+y^2+6x\right)\left(x^2+y^2-12x\right)=0 \end{cases}$ имеет ровно два различных решения.

15В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} x^2+(5a+2)x+4a^2+2a<0, \\ x^2+a^2=4 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

16В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система $\begin{cases} x^2+(2-3a)x+2a^2-2a<0, \\ ax=1 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

17В (ЕГЭ 2017). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} (a+7x+4)(a-2x+4) \le 0, \\ a+3x \ge x^2 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

18В (ЕГЭ 2017). Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} (a+13x+9)(a-3x+9) \le 0, \\ a+7x \ge x^2 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

19B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых хотя бы одно решение неравенства $x^2+|x+a-3|+5\le 5x+a$ принадлежит отрезку $[1;2]$.

20B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых хотя бы одно решение неравенства $6x\ge 2x^2+a+|2x-a-2|+2$ принадлежит отрезку $[-1;0]$.

21B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых существует хотя бы одно число $x\in(1;2)$, не являющееся решением неравенства $a+\sqrt{a^2-2ax+x^2}\le 3x-x^2$.

22B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых существует хотя бы одно число $x\in(-2;-1)$, не являющееся решением неравенства $2x^2+6x+a+\sqrt{a^2+4ax+4x^2}\le 0$.

23B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\arccos(ax-a+1)\le\arccos(2x+a-3)$ имеет хотя бы одно решение.

24B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\arcsin(ax+a+1)\ge\arcsin(2x+a+1)$ имеет хотя бы одно решение.

25B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\arcsin(ax+2a+1)+\arccos(2x+a+3)\ge\dfrac{\pi}{2}$ имеет хотя бы одно решение.

26B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых неравенство $\arcsin(2x+a-5)+\arccos(ax-2a+1)\le\dfrac{\pi}{2}$ имеет хотя бы одно решение.

27B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} a\le\sqrt{25-x^2}, \\ (4a-3x)(3a+4x)\ge 0 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

28B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} a+\sqrt{169-x^2}\ge 0, \\ (5a-12x)(12a+5x)\le 0 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

29B. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} ax\ge 2, \\ \sqrt{x-1}\ge a, \\ 3x\le 2a+11 \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 2.

30В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} ax \ge 8, \\ \sqrt{x-4} \ge 2a, \\ 3x \le 8a+44 \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 4.

31В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} a \le 3\log_3 x, \\ ax \ge 9, \\ |x-9|+|x-27| \le 18 \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 15.

32В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} a \le \log_3 x, \\ ax \ge 3, \\ |x-9|+|x-27| \le 18 \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 9.

33В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} \dfrac{(ax-8)(a-\log_2 x)}{x} \le 0, \\ |x-2|+|x-8| \le 6 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

34В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} \dfrac{(ax-4)(a-1-\log_2 x)}{x} \le 0, \\ |x-1|+|x-4| \le 3 \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

35В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} |x|+2a \le 4, \\ \sqrt{|x-1|} \le a \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

36В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} |x|+a \le 2, \\ \sqrt{|2x-1|} \le a \end{cases}$ имеет хотя бы одно решение.

37В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} a+3x \le 12, \\ a+4x \ge x^2, \\ a \le x \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 2.

38В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} a+6x\le 24, \\ a+8x\ge 2x^2, \\ a\le 2x \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 2.

39В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} x^2-8x+a\le 0 \\ x^2-6x-a\le 0 \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 6.

40В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} x^2-6x+a\le 0 \\ x^2-4x-a\le 0 \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 4.

41В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений неравенства $\left(x^2-4x+a\right)\left(a-4|x|+9\right)\le 0$ является объединение ровно двух непересекающихся промежутков числовой прямой.

42В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений неравенства $\left(x^2-6x+a\right)\left(a-5|x|+12\right)\le 0$ является объединение ровно двух непересекающихся промежутков числовой прямой.

43В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} 4|x|+|a|\le 4 \\ x^2+2x\le a+3 \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 1.

44В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множеством решений системы неравенств $\begin{cases} 2|x|+|a|\le 4, \\ x^2+4x\le 4a+12 \end{cases}$ является отрезок числовой прямой, длина которого равна 2.

45В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество решений системы неравенств $\begin{cases} a+2x+7\ge x^2, \\ a+8\le 4|x| \end{cases}$ состоит из отрезка числовой прямой и не принадлежащей ему точки этой прямой.

46В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых множество решений системы неравенств $\begin{cases} a+2x+4\ge x^2, \\ a+5\le 4|x| \end{cases}$ состоит из отрезка числовой прямой и не принадлежащей ему точки этой прямой.

47В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} |2a-4x-3|\ge 9, \\ x^2+a\le 4x+5 \end{cases}$ имеет единственное решение.

48В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} |a-4x+5|\ge 18, \\ x^2+a\le 8x+9 \end{cases}$ имеет единственное решение.

49В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} 16y^2\ge 9x^2, \\ (x-6a+1)^2+y^2\le 9a^2 \end{cases}$ имеет ровно два решения.

50В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых система неравенств $\begin{cases} 9y^2\ge 16x^2, \\ (x-7a+4)^2+y^2\le 16a^2 \end{cases}$ имеет ровно два решения.

51В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $|x+a^2|=|a+x^2|$ имеет ровно три различных корня.

52В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $|4x-a^2|=|x^2-4a|$ имеет ровно два различных корня.

53В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(x^2-5+\ln(x-a)\right)^2=\left(x^2-5\right)^2+\ln^2(x-a)$ имеет единственное решение на отрезке $[0;3]$.

54В. Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $\left(x^2-7+\ln(x-a)\right)^2=\left(x^2-7\right)^2+\ln^2(x-a)$ имеет единственное решение на отрезке $[0;3]$.

ОТВЕТЫ

1В. $a\in\left(8-8\sqrt{2};4\right]$. **2В.** $a\in\left[\frac{1}{2};\sqrt{3}\right)$. **3В.** $a\in\left(\frac{-3-\sqrt{41}}{2};-3\right)\cup\left\{-\frac{5}{2}\right\}\cup(-2;1]$. **4В.** $a\in\{-5\}\cup\left(-2\sqrt{6};-\frac{3+\sqrt{41}}{2}\right)\cup\left[4;2\sqrt{6}\right)\cup\{5\}$. **5В.** $a_1=-\frac{16}{7}$; $a_2=-2$; $a_3=0$; $a_4=2$.

6В. $a_1=0$; $a_2=1$. **7В.** $a_1=-\frac{1}{4}$; $a_2=\frac{1}{2}$. **8В.** $a_1=-\frac{1}{4}$; $a_2=\frac{1}{2}$. **9В.** $a_1=-2$; $a_2=3$.

10В. $a_1=-\frac{4}{3}$; $a_2=2$. **11В.** $a\in(-\infty;-2)\cup(-2;0)\cup\left(\frac{3}{4};\infty\right)$. **12В.**

$a \in \left(-\infty; -\frac{4}{3}\right) \cup \left(-\frac{4}{3}; -\frac{\sqrt{3}}{3}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{3}}{3}; \infty\right)$. **13В.** $a \in (1;2] \cup [8;9)$. **14В.** $a \in (-28;-6]$. **15В.** $a \in \left(-\sqrt{2}; -\frac{16}{17}\right) \cup \left(0; \sqrt{2}\right)$. **16В.** $a \in \left(-1; \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right) \cup \left(1; \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$. **17В.** $a \in \left[-\frac{9}{4}; 4\right] \cup \{10\}$. **18В.** $a \in \left[-\frac{49}{4}; 18\right] \cup \{30\}$. **19В.** $a \in [0;\infty)$. **20В.** $a \in (-\infty;-2]$. **21В.** $a \in (1{,}5;\infty)$. **22В.** $a \in (3;\infty)$. **23В.** $a \in [-2;2]$. **24В.** $a \in [-2;2]$. **25В.** $a \in [-2;2]$. **26В.** $a \in [-2;2]$. **27В.** $a \in (-\infty;5]$. **28В.** $a \in \left[-12; \frac{156}{5}\right]$. **29В.** $a_1 = \frac{\sqrt{7}+1}{3}$; $a_2 = \frac{\sqrt{73}-5}{4}$. **30В.** $a_1 = \sqrt{7}-2$; $a_2 = \frac{5}{3}$. **31В.** $a_1 = 3\log_3 12$; $a_2 = \frac{3}{4}$. **32В.** $a_1 = \log_3 18$; $a_2 = \frac{1}{6}$. **33В.** $a \in [1;4]$. **34В.** $a \in [1;4]$. **35В.** $a \in [0;2]$. **36В.** $a \in [0;2]$. **37В.** $a_1 = -3$; $a_2 = \frac{3}{2}$. **38В.** $a_1 = -6$; $a_2 = 3$. **39В.** $a_1 = 0$; $a_2 = 7$. **40В.** $a_1 = 0$; $a_2 = 5$. **41В.** $a \in (-\infty;-9) \cup \{-5;3\} \cup (4;\infty)$. **42В.** $a \in (-\infty;-12) \cup \{-7;8\} \cup (9;\infty)$. **43В.** $a_1 = 12-8\sqrt{3}$; $a_2 = 2$. **44В.** $a_1 = 12-8\sqrt{3}$; $a_2 = 2$. **45В.** $a = -4$. **46В.** $a = -1$. **47В.** $a_1 = 5$; $a_2 = 8$. **48В.** $a_1 = 9$; $a_2 = 21$. **49В.** $a_1 = \frac{1}{11}$; $a_2 = 1$. **50В.** $a_1 = \frac{1}{3}$; $a_2 = 2$. **51В.** $\frac{-1-\sqrt{2}}{2}$; -1; 0; $\frac{-1+\sqrt{2}}{2}$. **52В.** $(-\infty;-2) \cup \left(-2; 2-2\sqrt{2}\right) \cup \left(2+2\sqrt{2}; \infty\right)$. **53В.** $(-\infty;-1) \cup \left\{\sqrt{5}-1\right\} \cup \left(2;\sqrt{5}\right)$. **54В.** $(-\infty;-1) \cup \left\{\sqrt{7}-1\right\} \cup \left(2;\sqrt{7}\right)$.

Задания 17 профильного ЕГЭ. Графический метод: метод областей